OBRA SELECTA

JULIO CARRIZOSA VALENZUELA

1895 - 1974

Editores

Ernesto Carrizosa Umaña
Víctor Albis González
Clara Helena Sánchez Botero

ACADEMIA COLOMBIANA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES
COLECCIÓN ENRIQUE PÉREZ ARBELÁEZ No. 15

ACADEMIA COLOMBIANA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

COLECCIÓN ENRIQUE PÉREZ ARBELÁEZ No. 15

OBRA SELECTA

JULIO CARRIZOSA VALENZUELA

Editores
ERNESTO CARRIZOSA UMAÑA
VÍCTOR ALBIS GONZÁLEZ
CLARA HELENA SÁNCHEZ BOTERO

BOGOTÁ D.C.–COLOMBIA 2022

Catalogación en la publicación de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Ernesto Carrizosa Umaña †, Víctor Albis González †, Clara Helena Sánchez Botero. Editores. Obra selecta. Julio Carrizosa Valenzuela, 2022.

426 p. (Colección Enrique Pérez Arbeláez No. 15)

ISBN: 978-958-52969-7-8

Palabras clave: 1. Historia, 2. Ciencia, 3. Ingeniería, 4. Educación, 5. Colombia.

Obra selecta
Julio Carrizosa Valenzuela

Presidente de la Academia: Enrique Forero González
Director de Publicaciones: Gabriel Roldán Pérez

Impresión:
Editorial Gente Nueva
Pbx: 320 28 40

MINEDUCACIÓN GOBIERNO DE COLOMBIA

Esta Publicación se ha financiado mediante la transferencia de recursos del Gobierno Nacional a la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales
El Ministerio de Educación Nacional no es responsable de las opiniones aquí expresadas

Presentación

La Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales se enorgullece en entregar a la sociedad colombiana la *"Obra selecta de Julio Carrizosa Valenzuela"* de los autores Ernesto Carrizosa Umaña, Víctor Albis González y Clara Helena Sánchez Botero. En esta forma, la Academia da cumplimiento a un sueño propuesto en 1997 por los profesores Albis y Sánchez.

Comienzo por indicar que el Ingeniero Julio Carrizosa Valenzuela fue miembro fundador de la Academia Colombiana de Ciencia Exactas, Físicas y Naturales (1936), en la categoría de Miembro de Número; le fue asignada la silla No. 5.

El Prof. Carrizosa Valenzuela dedicó gran parte de su vida a la docencia, la investigación y la administración universitaria en la Universidad Nacional de Colombia, principalmente en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la época. Creó la Facultad de Ciencias de la Educación (1928) y la Facultad de Ciencias (1947) en la misma universidad, y ocupó el cargo de Rector entre 1942 y 1944 y entre 1950 y 1954. Fue también profesor y decano de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad de Santo Tomás y profesor de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Pontificia Universidad Javeriana. Así mismo, ocupo la Rectoría del Gimnasio Moderno. Por fuera del mundo académico trabajó en el Ministerio de Obras Públicas en el cual se desempeñó como Secretario, y fue Ministro de Educación Nacional en el gobierno de Enrique Olaya Herrera (1931-1933).

Se reconoce el impulso que dio al estudio de las matemáticas, así como su interés en el desarrollo de la ciencia y de la educación en el país. Fue fundador de la Sociedad Colombiana de Matemáticas.

Después de este brevísimo resumen de las ejecutorias del profesor Carrizosa Valenzuela, quiero reconocer el excelente y cuidadoso trabajo realizado por la profesora Clara Helena Sánchez Botero, quien asumió recientemente el reto de completar la obra propuesta hace 25 años por el profesor Víctor Albis y ella misma. Gracias al compromiso y dedicación de la profesora Sánchez Botero, es posible para la Academia presentar esta obra sobre la vida y las contribuciones de uno de los miembros fundadores de la institución y colombiano ejemplar, razones suficientes para ofrecer a la Dra. Sánchez todo el apoyo que le permitiera llevar el proyecto a feliz término.

Enrique Forero,
Presidente
Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales
Bogotá D.C., julio de 2022

Prefacio

Con motivo del centenario del nacimiento de Don Julio Carrizosa Valenzuela en 1995, se celebró un acto de conmemoración en la Sociedad Colombiana de Ingenieros, al cual asistí por iniciativa propia, pues desde que comencé a trabajar con el Profesor Víctor Albis en 1974 en su Programa sobre Historia de las matemáticas en Colombia, el nombre de Don Julio aparecía como uno de los gestores más importantes del desarrollo de la matemática en la segunda mitad del siglo XX. Allí tuve la oportunidad de conocer a Don Ernesto Carrizosa Umaña, su hijo, quien presentó una biografía de su padre. Me manifesté ante la familia señalando la importancia de Julio Carrizosa para la historia de la Matemática que realizábamos con Víctor Albis. Así comenzó el contacto entre Víctor, Don Ernesto y yo para llevar a cabo el proyecto de publicar en la Academia Colombiana de Ciencias su Obra Selecta. Fueron varias las reuniones que tuvimos, y es así como en la Gaceta de la Academia, en el Volumen 1, No. 10 de octubre de 1997, se anunciaba: "En su programa de publicación de las obras escogidas de los académicos fundadores, la Junta Directiva de la Academia, en su sesión del día 24 de septiembre, decidió publicar la Obra selecta del Académico D. Julio Carrizosa Valenzuela. Con tal fin integró una Comisión editorial conformada por los señores académicos D. Víctor Samuel Albis, D. Santiago Díaz Piedrahita y D. Jaime Lesmes acompañados de Da. Clara Helena Sánchez y D. Ernesto Carrizosa Umaña. Se espera que la edición salga en los primeros días de 1998."

Pues bien, apenas ahora ese proyecto se lleva a cabo. Desafortunadamente Víctor Albis falleció en 2017 y aunque dejó muy adelantado el proyecto no lo culminó. En plena pandemia del 2021 me propuse retomar esa tarea, contacté a Don Ernesto, pero desafortunadamente se encontraba muy enfermo y falleció el 26 de abril. Así que la deuda de culminar el proyecto es triple, primero un reconocimiento a Julio Carrizosa Valenzuela (1895-1974) por su labor en pro de la educación, del desarrollo de la ciencia y particularmente del desarrollo de la matemática en nuestro país y su labor como profesor en la Universidad Nacional de Colombia donde ocupó varios cargos, entre ellos la Rectoría. En segundo lugar, a Don Ernesto Carrizosa Umaña (1926-2021) quien muy gentilmente nos compartió y cedió la biografía realizada sobre su padre para ser publicada en este libro, y en tercer lugar a Víctor Albis (1939-2017) por su interés en la vida y obra de Don Julio. Fue él quien escogió la mayoría de los artículos a publicar, los transcribió y editó en Latex con la colaboración de Daisy Camargo.

La importancia para nuestra historia de la ciencia y la matemática en Colombia de Don Julio radica en su conciencia del significativo atraso en que nos encontrábamos en la primera mitad del siglo XX. Como ingeniero de la Universidad Nacional de Colombia – Bogotá, ejercía igualmente el papel de matemático. Su interés por la disciplina, como veremos en su biografía, comienza desde muy joven, por ello en la rectoría de Gerardo Molina (1944-1948) fundará en 1947 la primera Facultad de Ciencias del país con el fin de estimular el estudio de la ciencia entre los jóvenes. Allí llegará en 1948 el físico-matemático italiano Carlo Federici Casa (1906-2005) con "nuevas matemáticas" que conquistaron un grupo de estudiantes de ingeniería con los cuales se creó la Licenciatura en Matemáticas Superiores, que graduó el primer estudiante a finales de 1951. Así se crea la carrera de matemáticas en el país con el apoyo decidido de Don Julio. Este es el germen de la comunidad matemática colombiana que se consolida con la fundación de la Sociedad Colombiana de Matemáticas en la casa de Don Julio en 1955. Desafortunadamente esa Facultad de Ciencias desapareció en 1956 pero de ella quedó un Departamento de Matemáticas, antecedente directo del actual Departamento cuyo importante desarrollo puede consultarse en Cubillos[1] y Cubillos[2].

Reitero el interés de Don Julio por la educación, fundó la primera Facultad de Ciencias de la Educación en 1928; por el desarrollo de la ciencia, de la matemática, de la ingeniería y de la universidad en Colombia que se verán reflejados en los escritos que componen esta obra. Son de tanta actualidad que no parecen haberse escrito varias décadas atrás.

Don Julio fue además fundador de la Academia Colombia de Ciencias, Exactas, Físicas y Naturales, ocupó la silla Número 5[3] merecido honor no solo por su interés en la matemática, sino por la física y la astronomía. La Academia con este libro pretende exaltar su memoria, y yo por fin puedo culminar un proyecto que estaba pendiente desde 1995.

Dado que los trabajos de Don Julio Carrizosa fueron publicados entre 1921 y 1967, nos pareció conveniente llenar con datos complementarios cada uno de los artículos escogidos. Los datos bibliográficos de los trabajos originales escogidos son muy deficientes en los detalles de las referencias citadas, como se usaba en la época; por ello hemos revisado cada una de ellas y completado los datos faltantes en cuanto nos ha sido posible. El libro está dividido en siete secciones: biografía, educación, escritos de matemáticas, física y astronomía, escritos de ingeniería, sociedad colombiana de matemáticas, historia de la ciencia y discursos, cada una precedida por una Nota Preliminar, realizadas por Víctor Albis, Ernesto Carrizosa o quien esto escribe.

Es conveniente señalar que cada vez que aparezca en el texto "*Universidad Naional*" se hace referencia a la *Universidad Nacional de Colombia*. Igualmente,

[1]Facultad de Ciencias: fundación y consolidación de comunidades científicas. Germán Cubillos editor, 2006, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

[2]Facultad de Ciencias. Educación, investigación y proyección social. Germán Cubillos editor y otros, 2019. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

[3]Medina Muñoz Lina Rocío, 2000, Silla 5 Julio Carrizosa Valenzuela en Tradición Académica. ACCEFYN, Bogotá, pp. 124-128

cada vez que aparezca en el texto "*Academia de Ciencias*" o "*Academia Colombiana de Ciencias*" se está refiriendo a la *Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.*

Mis agradecimientos a los hijos de Don Julio Carrizosa: Julio Carrizosa Umaña y Juan Carrizosa Umaña por el apoyo decidido a este trabajo y a las hijas de Don Ernesto, particularmente a Margarita, por facilitarnos su archivo, especialmente el fotográfico, para culminar el libro. Agradecimientos igualmente a Luisa Fernanda Rozo y Juan Camilo Solano por su ayuda con el manejo de Latex con las correcciones al Borrador dejado por Albis, y la adición de los artículos y los comentarios adicionales realizados por mi trabajo editorial. Agradecimientos igualmente a Gabriel Escalante del Archivo histórico de la Universidad Nacional de Colombia, Lady Johanna González de la Biblioteca Nacional y Francisco Pedreros de la Hemeroteca Nacional por conseguir documentos pertinentes para la realización de este libro.

Clara Helena Sánchez B.

Bogotá, agosto, 2022.

1895-1974

Contenido

BIOGRAFÍA

Julio Carrizosa Valenzuela

Nota biográfica[4]

El 28 de junio de 1995 se cumplieron cien años del nacimiento de Julio Carrizosa Valenzuela, ingeniero civil, educador y profesor universitario, que dejó honda huella en los miles de estudiantes que pasaron por su cátedra. Esta noticia biográfica pretende recordar sus actividades en los distintos campos en que se desarrolló su vida.

Nació Julio en Bogotá en la casa de sus padres Agustín Carrizosa Pardo y Sofía Valenzuela Serna, situada en la calle 14, unos pasos arriba de la carrera séptima, y fue bautizado en la Catedral, el 3 de julio de 1895 con los nombres de Julio Eduardo León[5].

Fue Julio el menor de los hijos de Agustín y Sofía que se habían casado el 3 de octubre de 1872 en el Oratorio del Palacio Arzobispal de Bogotá[6]. A los tres años, la familia partió para Europa y vivió cuatro años en París. Julio llegó de nuevo a Bogotá hablando francés; su padre murió muy pronto, en 1905.

Sus primeros estudios los hizo en el Seminario Conciliar Mayor y a los 15 años, el 27 de marzo de 1910, ingresó como cadete a la Escuela Militar de donde salió con el grado de subteniente a finales de 1914.

Sobre este período de estudio conservaba los mejores recuerdos. Le correspondió una época brillante de la Escuela, que había sido creada por el General

---

[4]Ensayo escrito por Ernesto Carrizosa Umaña (1926 -2021), aparecido originalmente en los *Anales de Ingeniería*, No. 862, 1995, con el título de *Centenario de Don Julio Carrizosa Valenzuela*. Las fotos que acompañan el escrito pertenecen al archivo personal de don Ernesto Carrizosa.

[5]Establecidos originalmente los Carrizosa en Girón y Barichara y los Valenzuela en Girón y Gámbita, pasaron después algunas ramas familiares a Santafé. D. Crisanto Valenzuela vino a estudiar al Colegio de San Bartolomé hacia 1795 y se casó con doña Mariana Ortega y Sanz de Santamaría, de familias santafereñas, y D. Agustín Carrizosa y Martínez casó en Bogotá en 1834 con doña Tomasa Pardo y Santacruz familias también santafereñas.

[6]Sus hermanos mayores fueron: Álvaro, nacido en 1873, casado con María Carrizosa Pardo; Alberto, nacido en 1878, casado con Natalia Argáez Ferro; Fernando, nacido en 1881, casado con Dolores Herrera de la Torre; Sofía, nacida en 1885, casada con Luis Serrano Blanco y Agustín, nacido en 1888, casado con María Alfaro.

Rafael Reyes y estaba entonces dirigida por el Coronel Díaz de la misión militar chilena.

En la "Libreta de servicios" de la Escuela, puede seguirse su evolución en los cuatro años de Humanidades y el Curso Militar. El octavo entre 19 alumnos en el primer curso, fue ascendiendo entre sus compañeros hasta ocupar el segundo lugar en el cuarto curso y el primer lugar en el Curso Militar de 1914. El concepto del Comandante de la Compañía, lo calificó como "sobresaliente en espíritu militar, excelente en ejercicios, muy bueno en gimnasia, bueno en equitación" y el Director de la Escuela en su concepto decía "Inteligente, de bastante espíritu militar y trabajador. Bien dirigido llegará a ser un buen oficial".

Los cursos de Humanidades en la Escuela comprendían historia y geografía universales y de América, ciencias físicas, ciencias naturales, matemáticas, castellano, francés e inglés, dibujo, religión, lógica y química. Sus promedios fueron ascendiendo de 6.9 en el primer año a 8.87 en el cuarto; en este último año obtuvo también "sobresaliente" en conducta, "muy bueno" en tiro y "excelente" en gimnasia[7]. El Curso Militar comprendía estudios de táctica, topografía, conocimiento del servicio, fortificación, organización militar, redacción militar, dibujo de planos, matemáticas, inglés, historia militar y conocimiento de armas. En su biblioteca conservó siempre los manuales que se utilizaban para algunos de esos cursos, muestra del mucho interés y dedicación que tuvo por la carrera militar, tanto en su etapa de la Escuela como posteriormente en su breve carrera de Oficial.

Su servicio como subteniente durante tres años lo hizo como oficial de planta en la Escuela Militar y en la artillería arma a la que se inclinaba por su afición a las matemáticas[8]. Los "Datos para la Calificación del Subteniente Julio Carrizosa en 1917", preparados por el capitán y comandante de la Compañía, Marco A. Pardo, son un análisis muy detallado y acertado sobre su personalidad. Extracto de este documento algunas anotaciones interesantes: 5 – Porte Militar. Viste correctamente y siempre se cuida de su buena actitud militar en todas partes, especialmente ante los superiores y todavía más cuando está delante de la tropa. Es escrupuloso en su presentación personal. 6 – Carácter muy firme y muy reposado. No es variable y tal vez es demasiado franco. Tiene un trato bastante correcto. Es retraído y muy dedicado a sus libros. No es pretencioso ni hace alarde de sus apellidos. Muy subordinado y respetuoso; además es jovial y comunicativo con los amigos. 8 – Condiciones sociales. De excelente trato social, es muy culto y caballeroso, al mismo tiempo que serio y calmado. Cultiva las

[7]Al graduarse en la Escuela recibió como premio al mejor alumno una estatua de bronce de Napoleón. Al salir de la Escuela completó los estudios de bachillerato en el *Colegio de Restrepo Mejía*.

[8]Los oficiales de la Escuela Militar le obsequiaron a su retiro del servicio una copa de plata con la fecha marzo 10 de 1918.

relaciones de la alta sociedad a que pertenece su familia aun cuando le desagradan todos los formulismos y exigencias de ella. 9 – Religión. Es católico y cumple con sus deberes de tal.

Más adelante en la calificación de aptitudes se anota: "Es absolutamente dedicado al estudio y la mayor parte del día y aun de la noche la pasa estudiando matemáticas, que es lo que más le llama la atención. Puede ser un buen ingeniero, si profundiza esa ciencia. Todavía tiene necesidad de practicar como subalterno en las filas pero ya puede perfectamente recibir su ascenso a Teniente, pues además de tener el tiempo reglamentario se ha preocupado por el perfeccionamiento de sus conocimientos militares".

Figura 1. Con compañeros oficiales de artillería

La lectura de esta calificación hecha por el Capitán Pardo da muy buena idea del nivel de educación de este oficial y de su capacidad para conocer a sus subordinados. La Escuela Militar, obra del General Reyes, comenzaba a producir sus frutos[9].

Una vez obtenido el grado de teniente, decidió retirarse de la vida militar para estudiar ingeniería. No es difícil imaginar que con el gusto por el estudio de las matemáticas y los conocimientos que había adquirido en topografía y balística pensara que su campo para desarrollar sus aptitudes, más apropiado que el de la milicia, era la ingeniería. Por otra parte, algunos formalismos y servidumbres de la carrera militar seguramente chocaban con su carácter. Comentando sobre esos años de oficial en el ejército, nos contaba de las levantadas a las cuatro de la mañana para preparar la presentación impecable de la batería en la revista que pasaba el comandante y que requería el aseo de las mulas hasta dejarles el pelo reluciente. Posiblemente como lo expresó muy acertadamente el Capitán

[9]Una de las obra más importantes del gobierno del General Rafael Reyes fue la reforma militar que tuvo como objetivo la formación de un ejército nacional profesional. Con este objeto estableció en 1907 la Escuela Militar de Cadetes y la Escuela Naval y en 1909 la Escuela Superior de Guerra. Con la ayuda del General Rafael Uribe Uribe, ministro plenipotenciario en Chile, contrató una comisión de oficiales de ese país que orientó la organización y dirección de esas escuelas.

Pardo en su calificación referente al Espíritu Militar: "Es buen compañero y es muy querido de sus superiores, camaradas y subalternos. Tal vez tiene más inclinación por las ramas técnico–militares en que entran las matemáticas".

En 1918 entró a estudiar ingeniería en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la Universidad Nacional, dependiente entonces directamente del Ministerio de Educación Nacional.

Como su nombre lo indica la "Facultad de Matemáticas e Ingeniería" pretendía enseñar matemáticas superiores e ingeniería civil. No había en Bogotá, ni en el país otro instituto que enseñara matemáticas por encima del nivel del bachillerato. Creo que ese fue el atractivo principal para Julio Carrizosa que tenía una gran afición y facilidad para esa ciencia. En esta escuela habían estudiado entre otras personalidades Julio Garavito Armero, Darío Rozo y Jorge Alvarez Lleras, quienes más que la ingeniería habían seguido cultivando las matemáticas, la física y la astronomía. Sus estudios los publicaron en la revista *Anales de Ingeniería* de la Sociedad Colombiana de Ingenieros ya que sólo mucho más tarde se formó la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y su revista.

La enseñanza matemática que se podía obtener de la Escuela no era sin embargo muy elevada. Se estudiaba el álgebra superior, geometría analítica y descriptiva, cálculo diferencial e integral y ecuaciones diferenciales. En general se seguían textos franceses de los que se utilizaban para las matemáticas de las escuelas técnicas como la *Escuela Politécnica* o la *Escuela de Puentes y Calzadas* de París. Era la matemática requerida para entender la física y las aplicaciones a la ingeniería pero no correspondía a los últimos desarrollos de esa ciencia en Europa que apenas se conocieron en Colombia muchos años después. Las teorías sobre geometrías no euclidianas, geometría diferencial, grupos de transformaciones, etc. que se habían comenzado a desarrollar en la segunda mitad del siglo XIX no entraron a la universidad colombiana sino a mediados del siglo XX. En física la situación de la enseñanza era semejante. Los cursos más avanzados de física que se podían seguir en Colombia eran los de la Escuela de Matemáticas e Ingeniería, que correspondían a los de la enseñanza en las escuelas técnicas europeas. Los desarrollos de la física desde el último cuarto de siglo XIX, no se estudiaban en Colombia y eran apenas conocidos superficialmente por unos pocos aficionados. Lo mismo sucedió después con la teoría de la relatividad que apenas entró a la universidad colombiana a mediados del siglo XX.

Terminó sus estudios brillantemente; fue el primero de su curso y recibió el *Premio Ponce de León* al mejor estudiante. En el "Mosaico" de los graduados en 1923 está con sus compañeros: Pablo Bahamón, Catón M. Téllez, José Vicente Dávila, Temístocles Vargas y Luis Alberto Suárez y sus profesores de último año: Jorge Páez, profesor de ferrocarriles; Luis Lobo Guerrero, profesor de ingeniería sanitaria; Carlos Arteaga, profesor de proyectos; Pedro Uribe Gauguin, rector y profesor de puentes y Julio Vergara y Vergara, secretario.

Figura 2. Mosaico de alumnos y profesores del último año de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería en 1923. Julio Carrizosa es el último de la derecha en la segunda fila.

Graduado de ingeniero, Julio Carrizosa continuó vinculado a la Facultad como profesor y dedicado a complementar sus conocimientos básicos de matemáticas y física con los últimos desarrollos que constituyeron una verdadera revolución científica en esas ciencias.

Desde 1922 fue nombrado miembro del Consejo Directivo de la Facultad y en septiembre de 1925 fue nombrado Rector encargado de la Facultad, por licencia concedida al titular doctor Pedro Uribe Gauguin (1879-1966) y después en propiedad hasta julio de 1931. Durante estos casi seis años que fue su rector, dictó los cursos de álgebra superior y elementos de análisis en 1922 y 1924; mecánica racional en 1922 y entre 1926 y 1929; puentes entre 1925 y 1938; resistencia de materiales desde 1926 hasta su retiro de la Universidad Nacional en 1954 y mecánica aplicada desde 1938 hasta 1954. De estos últimos cursos fue profesor titular desde 1939.[10].

En el año de 1928 había instalado en el edificio de la calle 10 que ocupaba entonces la Facultad, las primeras máquinas para ensayos de resistencia de materiales. Alrededor de este primer laboratorio de resistencia de materiales se continuó la formación de los laboratorios de ensayo de materiales que se construyeron posteriormente en un edificio especial en la Ciudad Universitaria. De estos laboratorios fue Jefe Técnico desde 1934 hasta su retiro en 1954.

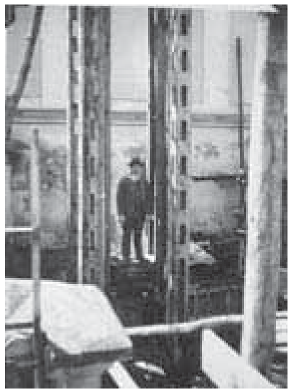


Figura 3. Primer Montaje de la máquina de ensayo de resistencia de materiales en el edificio de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería en la calle 10. 1928

Originalmente creados para completar la labor docente y adelantar investigaciones encaminadas al conocimiento de los materiales disponibles en el país,

[10]Sobre el período de su rectorado se escribía así años después en la revista *APEX* de los estudiantes de ingeniería: "En octubre de 1925 llegó a la Rectoría Julio Carrizosa Valenzuela. El país afrontaba una tremenda inflación y fue fijado a la Escuela un presupuesto de $127.000. El Rector reunió una junta de profesores en la que se acordó traer laboratorios. Fue entonces cuando se adquirió el "Laboratorio de resistencia de materiales" que aún funciona; un "Laboratorio de aguas" reconocido entre los mejores equipados de Sur América y un "Laboratorio de mineralogía" con todo el instrumental necesario (microscopios de petrografía, etc.) Estos dos últimos pasaron a formar parte del Departamento de Química de la Universidad Nacional en 1936 o 37, siendo Rector de la misma Gabriel Durana Camacho, y de su paradero nadie sabría dar cuenta hoy. También se trajo el primer aparato de fotogrametría que fue cedido algún tiempo después al Instituto Geográfico Militar. En 1929 fundó Julio Carrizosa V., asesorado por Carlos García Prada, el "Departamento de Arquitectura", que fracasó posteriormente por falta de alumnos. "La distribución de las horas semanales de estudio según la importancia de cada materia, el establecimiento del curso de Hidráulica en dos años y otras transformaciones fundamentales se efectuaron durante la administración del Dr. Carrizosa que terminó en junio de 1931, fecha en que pasó a desempeñar la Cartera de Educación Nacional".

Figura 4. Con los profesores de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería, 1931.

se ampliaron para prestar servicio al público y a varias dependencias estatales, comenzando así la colaboración de la Universidad Nacional con la industria y los empresarios privados.[11]

Paralelamente a estas ocupaciones académicas desarrolló otras actividades profesionales. En 1924 y 1925 fue ingeniero de compras del Ministerio de Obras Públicas. Fue interventor de las Empresas Municipales en 1927 y 1928, cuando se iniciaba la pavimentación de las calles de Bogotá por contrato con la casa Warren Brothers, y Secretario de Obras Públicas desde diciembre de 1928 hasta noviembre de 1929 y luego interventor de la construcción de la planta para los Hornos Crematorios municipales.

Desde sus años de estudiante comenzó a formar una biblioteca sobre todos los temas de su interés. Sus aficiones se pueden apreciar revisando el catálogo de la biblioteca que registra unos mil quinientos títulos.

Con excepción de la colección de autores clásicos, la gran mayoría se refiere a temas científicos y técnicos. En orden de importancia, los temas son: matemáticas, mecánica racional y aplicada, física moderna, resistencia de materiales, educación, astronomía y temas varios de ingeniería civil.

Los libros más importantes sobre matemáticas los vendió en 1964, catalogados cuidadosamente, a la Biblioteca Luis Angel Arango. Se referían especialmente a la teoría de las funciones y otros temas que le interesaron especialmente como el de las geometrías no euclidianas y la fundamentación de las matemáticas.[12] En física formó una colección importante sobre la teoría de la relatividad

[11]En la Revista *Ingeniería y Arquitectura*, No. 39 de agosto de 1942 se incluye el discurso de D. Julio en la inauguración del nuevo edificio para los laboratorios. El articulo contiene una historia detallada del desarrollo de los laboratorios de Ensayo de Materiales.

[12]Los libros de su biblioteca vendidos a la Biblioteca Luis Angel Arango en abril de 1964, incluían 55 obras de la "Colección de Monografías sobre la teoría de las funciones", publicadas con la dirección de Émile Borel, 106 fascículos del "Memorial de Ciencias Matemáticas", publicados por la Academia de Ciencias de París y 107 obras sobre diversos temas de matemáticas. Estos libros fueron clasificados directamente por D. Julio según la clasificación decimal.

y sobre mecánica racional y teoría matemática de la elasticidad. La resistencia de materiales y la teoría de las estructuras fue el tema principal de su profesorado uiversitario y gran parte de la biblioteca estaba dedicada a estas ramas con muchos de los tratados y textos importantes que se publicaban en francés, inglés y alemán.

Rodeado de estos libros en su cuarto de estudio, pasó gran parte de su vida y se desarrolló la de la familia. En septiembre de 1925, siendo ya Rector de la Facultad, contrajo matrimonio con María Umaña Bernal, de familia tunjana establecida en Bogotá a comienzos del siglo. Pocos años después compró una casa de la calle 14 con la carrera 3a., donde vivió la familia hasta el año de 1952. El cuarto principal de la casa era la biblioteca y en su ambiente de libros científicos nos formamos sus hijos.[13]

De esta primera época de su vida como estudioso de las matemáticas nos queda su trabajo publicado en Anales de Ingeniería titulado *Nociones generales sobre las probabilidades* que contiene un capítulo sobre la teoría de los errores[14] y la publicación que hizo en noviembre de 1921, a los 26 años, en la revista *Universidad*, que dirigía Germán Arciniegas, del estudio *Las geometrías no euclidianas y las objeciones de Garavito* que muestran la profundidad a que había llegado en sus estudios matemáticos.

El trabajo de D. Julio Garavito Armero, quien había muerto en el año de 1920 apenas a los 55 años, "tomaba el partido del rigorismo científico, afrontando su poderosa inteligencia las interpretaciones de hechos que parecían querer disolver principios considerados como indiscutibles. Defendió pues la construcción geométrica clásica, tratando de restituir todo su valor a las nociones estimadas no hacía mucho por los racionalistas como el ejemplo patente de la verdad *a priori* y necesario" dice Julio Carrizosa en la introducción a su estudio. El trabajo continúa con la descripción del proceso que había llevado a las matemáticas durante el siglo XIX a establecer con todo rigor las geometrías no euclídeas conocidas como de Lobatschewsky y de Riemann que prescinden de la admisión del V postulado de Euclides sobre las paralelas que en su forma

[13]La familia Umaña se estableció en Tunja desde finales del siglo XVII. La familia Bernal desciende del Capitán Cristóbal Ortiz Bernal, quien vino con la expedición de D. Gonzalo Jiménez de Quesada y se estableció en Santafé y posteriormente en Vélez y Puente Nacional. Hermanos de María (Maruja) fueron José Umaña Bernal nacido en 1898 y casado en Mery Pavolini, Francisco nacido en 1900 y casado con Emma González Mendoza. Fueron hijos de D. Julio Carrizosa y Maruja Umaña: Ernesto nacido en 1926 y casado con Julia Pardo Rueda; Consuelo nacida en 1928, y casada con Francisco Soto Pombo; Beatriz nacida en 1928, soltera, fallecida en 1993; Julio nacido en 1935, casado con María Cristina Posada Díaz y después con Aida Martínez Carreño y Juan nacido en 1943 y casado con Margarita Roldán Martínez.

[14]Ver *Anales de Ingeniería*, Nos. 347/348; 349/350; 351/354 y 355/357, publicados entre febrero y diciembre de 1922.

original es: “Si una línea recta que corta a otras dos forma ángulos internos del mismo lado de la secante cuya suma sea menor de dos rectas, aquellas dos, prolongadas hacia este lado, se encuentran”.

Los argumentos de Garavito fueron sintetizados por Julio Carrizosa así: “1º. Es imposible establecer rigurosamente desde el punto de vista analítico, las fórmulas fundamentales de las trigonometrías planas no euclídeas; 2º. Las fórmulas de la trigonometría correspondientes a la geometría de Lobatschewsky son las de la geometría esférica imaginaria. Se concluye que hay error en designar con los nombres de geometrías planas no euclídeas a las geometrías esféricas, y en poner en duda el postulado de Euclides”.

En el estudio se analizan estos argumentos y se establece su ninguna validez y la conveniencia y utilidad de aceptar las geometrías no euclídeas, como lo había hecho la ciencia universal. Termina: “Existen y no es error científico afirmarlo, tres construcciones principales; tres vestiduras que le vienen bien a la naturaleza, y cuya utilidad no es semejante a la del color con que el bacteriólogo tiñe a los microorganismos para hacerlos accesibles a sus sentidos”.

“Tenemos por tanto, de un lado el determinismo, sano para muchos, que pretende reducir la física y la química a la mecánica; el problema vital a la fisico–química; la conciencia y el pensamiento a uno de tantos fenómenos resolubles en el movimiento cerebral”.

“Y tenemos del otro lado la conciencia de una espontaneidad latente en todos los elementos constitutivos del ser, que en el campo de la geometría es una relatividad irreducible. De este lado, a nuestro entender, está el punto de vista que ofrece la perspectiva más útil para el adelanto científico”.

Es curioso, e ilustra el problema del desarrollo científico en el país, que un investigador de la capacidad matemática de Julio Carrizosa hubiera dedicado sus esfuerzos a luchar contra la admisión de nuevos y fructíferos desarrollos aceptados hacía muchos años por los grandes matemáticos europeos. El aislamiento y la falta de una verdadera universidad es la explicación.

Estos esfuerzos personales dirigidos en dirección contraria a la del avance de la ciencia mundial o en objetivos demasiado ambiciosos, siguieron repitiéndose y a su aclaración contribuyeron en años posteriores los estudios de Julio Carrizosa. El ingeniero, astrónomo y matemático Jorge Álvarez Lleras apoyó la tesis de Garavito años después en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales* y en escritos propios de 1940 se mostró opuesto a la aceptación de la teoría de la relatividad. El ingeniero Darío Rozo M., astrónomo y matemático también, creyó haber establecido, en artículos publicados en la misma revista, una teoría unificada de la física y el abogado

Rodrigo Noguera, pretendió haber encontrado la prueba del *último teorema de Fermat*.[15] Apenas hacia 1950 se establecieron los estudios universitarios de matemáticas y de física que permitieron el trabajo de postgrado dentro de un entorno profesional que guía la investigación y evita el desperdicio de las capacidades de los científicos.[16]

Entre 1931 y 1937 interrumpe parte de su trabajo universitario, pero no sus cátedras, para desarrollar otras actividades educativas. En julio de 1931 y hasta septiembre de 1933 fue Ministro de Educación Nacional del presidente Enrique Olaya Herrera en su segundo gabinete. Tenía entonces 38 años y era conocido políticamente como conservador moderado y opositor a los vicios políticos que aquejaron la administración municipal. Había participado en las jornadas de protesta de mayo de 1929 que produjeron la salida de la "Rosca" encabezada por "Chichimoco" y fue nombrado entonces Secretario de Obras Públicas del alcalde Alfonso Robledo; había formado parte del movimiento político de "concentración nacional" que apoyó la candidatura de Olaya.

Uno de los propósitos del grupo bipartidista que apoyó a Olaya Herrera y logró su elección en 1930 era la reforma de la educación pública para actualizar sus métodos y sus objetivos. En la educación privada se había abierto un nuevo campo con la creación en 1914 del *Gimnasio Moderno* que seguía los métodos de la *Escuela Nueva* de Montessori y Decroly, traídos de Europa por D. Agustín Nieto Caballero (1889-1975). Por otra parte el gobierno del General Pedro Nel Ospina (1858-1927) en 1925 había traido una misión educativa alemana encargada de reorganizar las escuelas normales para formación del profesorado. Se trataba entonces en 1931 de implantar estas ideas pedagógicas en la

[15] El conocido como *último teorema de Fermat* fue planteado por el gran matemático francés Pierre de Fermat hace 350 años. El teorema establece que no existe solución en números enteros positivos para la ecuación $X^n + Y^n = Z^n$ y exponentes mayores que 2; Fermat escribió en el margen de un libro que había hallado una prueba pero que no tenía espacio para exponerla. Desde entonces ha sido el problema matemático más famoso y a su solución han dedicado tiempo los más grandes matemáticos sin resultado positivo. En 1995 el matemático Andrew J. Wiles de la Universidad de Princeton publicó en la revista Annals of Mathematics un artículo de 98 páginas que demuestra el teorema. Según las revistas especializadas su entendimiento no está al alcance sino de apenas una docena de matemáticos en el mundo.

[16] Los estudios críticos de Julio Carrizosa que algunas veces se desarrollan en polémicas, fueron publicados así: – Las Geometrías no euclídeas y las objeciones de Garavito, Revista *Universidad*. Nos. 19 a 22, Bogotá, 1922. – Polémica sobre el teorema de Fermat, revista *APEX*, Nos. 10 y 17, Bogotá, 1936. – Algo más sobre la fuerza centrífuga, revista *Ingeniería y arquitectura*, Nos. 71, 77 y 80, Bogotá, 1946. – Crítica al estudio de una posible forma de equilibrio del globo terrestre, *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, No. 24, Bogotá, 1946.

educación pública y el Presidente Olaya nombró a Julio Carrizosa Ministro de Educación.[17]

Figura 5. En el Gimnasio Moderno el Presidente Olaya visita el curso de información creado por el Ministerio de Educación. ca. 1932

Visitaron el ministro y el inspector nacional gran parte del país, incluyendo algunas comunidades indígenas del Putumayo. La fotografía de D. Julio y D. Agustín a lomo de indio por una trocha en la selva, que publicaron los periódicos, fue motivo de gran protesta de Laureano Gómez (1889-1965) que encabezaba la oposición a Olaya. La labor de organización del sistema educativo está resumida en las memorias ministeriales del 1932 y 1933 y especialmente en la presentación de la Memoria de 1933.

Figura 6. En La Cumbre con la escuela y el maestro, 1932

Comienza la presentación al Congreso con un párrafo ejemplar poco usual en el medio político en que cada funcionario pretende hacer tabla rasa de lo existente. Al contrario, empieza el Ministro advirtiendo: “La labor realizada hasta

[17]En diciembre de 1931, se reorganizó el Ministerio separando un departamento técnico y un departamento administrativo. Del departamento técnico dependían los directores departamentales de instrucción pública y tres inspectores nacionales para las instrucciones primaria y normalista, secundaria y profesional. Por razones de economía no se hizo sino el nombramiento de D. Agustín Nieto Caballero como Inspector Nacional de Instrucción Primaria y Normalista.

la fecha y los planes proyectados, no son el resultado de una improvisación. Casi todas estas medidas están consignadas en las Memorias de Ministros anteriores, y en la que tuve el honor de presentar al Congreso en las sesiones ordinarias del año pasado. Están incluídas también las conclusiones de la Misión pedagógica que quedaron sintetizadas en el proyecto de ley presentado en 1926 a las Cámaras, y en las actas de las sesiones de esa Misión. Poco a poco se han incorporado en nuestra legislación muchas de esas disposiciones, lo que demuestra la importancia de la labor realizada por esa Entidad, en el corto tiempo de su funcionamiento. También he aprovechado las ideas presentadas como proyectos de ley en años anteriores a las Cámaras, y las opiniones de los Directores de educación, cuyo extracto fue publicado en el informe que tuve el honor de presentar al Congreso en 1932".

"A las anteriores fuentes de información conviene agregar la visita personal hecha por el suscrito y por el señor Inspector Nacional de Instrucción Primaria y Normalista, a las capitales de Departamento y a algunas Intendencias y Comisarías, con el fin de ver los locales destinados a la instrucción primaria, visitar los principales institutos de enseñanza secundaria y universitaria, y conversar con los maestros y con las autoridades administrativas sobre los mismos proyectos que tendré el honor de exponer en esta Memoria. Esta visita nos permitió entrar en contacto con gran parte del personal dedicado a la instrucción, y palpar las necesidades de este ramo en los lugares más apartados del centro, como Nariño, Santander del Norte, el Alto Putumayo, el Chocó y la Guajira".

A continuación en forma muy completa y precisa se tratan cada uno de los problemas educativos y se exponen sus soluciones. En lo referente a la educación primaria y secundaria la preparación del personal con la creación de la Facultad de educación en Cundinamarca, Antioquia y Boyacá. La reforma universitaria tanto administrativa como en sus métodos de enseñanza se trata detalladamente y se presentan los planes del ministerio para iniciar las reformas, todo dentro de la estrechez presupuestal de esos tiempos de la gran crisis económica mundial.

Es interesante conocer la calidad de los colaboradores que participaron en esos trabajos. Del Ministro de Educación dependían entonces directamente las Facultades de Medicina, Derecho y Matemáticas e Ingeniería y las Escuelas de Odontología y Farmacia, que nominalmente formaban la Universidad Nacional. El rector de ingeniería era Darío Rozo, de medicina Jaime Jaramillo Arango y de derecho Juan Samper Sordo. La recién creada Facultad de Educación,[18] base principal de la reforma, tenía entre sus profesores a Enrique

[18]En 1936 fue reemplazada la Facultad de Educación por La Escuela Normal Superior que funcionó hasta 1951 cuando se establecieron las Universidades Pedagógicas de Bogotá y Tunja.

Pérez Arbeláez, Tomás Rueda Vargas, Daniel Samper Ortega, Gustavo Uribe Arango, Venancio Rueda, Germán Peña, Manuel José Huertas y a Agustín Nieto; su rector era Rafael Bernal Jiménez.

El Instituto Pedagógico Nacional estaba dirigido por la doctora Franciska Radke (1892-1985), alemana. El Observatorio Astronómico, dirigido por Jorge Álvarez Lleras (1885-1952), se había rescatado de la "ruina y el abandono" y se estaba ocupando de la revisión de sus coordenadas geográficas y de la publicación de un anuario del observatorio y se empezaba a planear el equipo para utilizar el levantamiento aéreo de la carta mediante la estereofotogrametría. En agosto de 1932 en el local del Observatorio se había reunido por primera vez la Academia Colombiana de Ciencias Exactas Físicas y Naturales correspondiente de la Real Academia de Ciencias de Madrid.

Figura 7. La clase de astronomía en el Observatorio Nacional, con los profesores Víctor Caro y Justino Garavito. 1920

El director de la Biblioteca Nacional, D. Daniel Samper Ortega (1895-1943), trabajaba en la consecución de fondos adicionales que le permitieran desarrollar todos sus proyectos. En esos años se trasladaron los protocolos de los siglos XVI, XVII y XVIII de las notarías de Bogotá al Archivo Histórico Nacional y se iniciaron las transmisiones radiales culturales por la H.J.N. de propiedad del gobierno, que se utilizó también para hacer conocer la posición colombiana en el conflicto con el Perú, dirigidas hacia el propio Perú, donde eran interferidas, y hacia los Estados Unidos. La construcción del nuevo edificio para la Biblioteca se inició en mayo de 1933.

Esta labor intensa que desarrollaron el ministerio y sus colaboradores y amigos, se prolongó hasta el 20 de septiembre de 1933 cuando fue aceptada la renuncia que había presentado conjuntamente con todos lo demás ministros el 19 de julio, al cumplirse tres años de la posesión del Presidente Olaya[19]. Durante su permanencia en el ministerio se desarrolló y terminó el Conflicto con el Perú por la ocupación de Leticia. Reemplazó a D. Julio en el Ministerio el Dr. Pedro M. Carreño.

A su retiro del Ministerio de Educación en 1933, Julio Carrizosa fue nombrado Rector del Gimnasio Moderno, cargo en que reemplazó a su amigo D. Tomás Rueda Vargas (1879-1943), quien lo dejaba para volver a sus ocupaciones predilectas en Santa Ana y a un corto intermedio como Representante a la Cámara.

El Gimnasio con sus nuevos métodos educativos que comenzaban a generalizarse en la educación colombiana, había sido la base de la reforma impulsada en el Ministerio de Educación por Julio Carrizosa y Agustín Nieto. Había sido fundado en el año de 1914 por un grupo de amigos interesados en lograr una institución de educación para sus hijos que aplicara los nuevos métodos pedagógicos que se habían desarrollado en Europa y que había estudiado en París Agustín Nieto. El grupo lo encabezaban los hermanos D. Tomás y D. José María Samper Brush, que deseaban llevar a la realidad la idea de su hermano mayor Santiago ya fallecido, quien quería, como dice D. Tomás Rueda en artículo de febrero de 1917, "... Fundar en homenaje a la memoria de su padre, un colegio de segunda enseñanza que promoviera la reforma de la instrucción en Colombia, creara la competencia y, en fin, agitara los espíritus llevándoles a la discusión y al estudio de los problemas que atañen a la educación, los más importantes, los más trascendentes de cuantos pueden interesar a un pueblo consciente de su porvenir". D. Chepe Samper con sus donaciones generosas hizo posible la realización de la idea.

En la recién publicada correspondencia personal entre D. Tomás Rueda Vargas y D. Agustín Nieto Caballero pueden seguirse paso a paso los esfuerzos de este grupo ejemplar, para la formación y consolidación del Gimnasio, contra todos los obstáculos del medio. Iniciado como una sociedad anónima perdió pronto su capital y con el apoyo de sus accionistas se transformó en 1919 en la fundación sin ánimo de lucro que es. Su primer rector, el profesor Alberto Corradine (1933-), fue reemplazado por D. Pablo Vila (1881-1980) y éste en 1920 por D. Tomás Rueda Vargas (1849-1973), quien había estado vinculado al Gimnasio desde su fundación. D. Tomás siguió diriguiendo el colegio hasta 1933 con la colaboración continua de D. Agustín, durante sus viajes por Europa.

[19]El gabinete que renunció en julio de 1933 estaba compuesto por el General Agustín Morales Olaya, Ministro de Gobierno, Roberto Urdaneta Arbeláez, Ministro de Relaciones Exteriores, Esteban Jaramillo, Ministro de Hacienda y Crédito Público, Capitán Carlos Uribe Gaviria, Ministro de Guerra, Francisco José Chaux, Ministro de Industria, Julio Carrizosa, Ministro de Educación Nacional, Alberto Pumarejo, Ministro de Correos y Telégrafos y Alfonso Araújo, Ministro de Obras Públicas.

Figura 8. En el Gimnasio Moderno con los bachilleres de 1935.

Julio Carrizosa estuvo en la rectoría entre 1933 y 1937. Su paso por el Ministerio de Educación le había permitido estudiar los problemas tanto administrativos como de técnica pedagógica. En el catálogo de su biblioteca puede apreciarse la variedad de sus lecturas sobre este tema; tenía más de doscientos libros sobre educación, desde los fundamentales sobre filosofía y psicología referentes al campo de la educación hasta asuntos ya especializados sobre métodos pedagógicos, higiene escolar, gimnasia, métodos de exámenes, etc. Su paso por el Gimnasio ayudó no sólo a mantener un alto nivel educativo sino también a fortalecer la administración y las finanzas del colegio. Fue D. Julio muy querido por profesores, personal administrativo y alumnos y todos lo recordaban siempre con cariño. En 1937 se retiró D. Agustín de su cargo en el Gimnasio y D. Julio regresó de nuevo a las actividades universitarias[20]. Continuó vinculado al Gimnasio, y hasta su muerte colaboró en lo posible con D. Agustín y durante el rectorado de D. Daniel Samper Ortega.[21]

[20]Durante el período de su rectoría en el Gimnasio, fue profesor en el Instituto Pedagógico Nacional, en la recién creada Facultad de Educación y en el Gimnasio Femenino. Dictó cursos de cosmografía y geología. El poeta D. Nicolás Bayona Posada, profesor de literatura en el Gimnasio le dedicó este verso a D. Julio: *Solo en la tarde cuando el frío hiela / apercibe el enorme cartapacio / el gran Rector de humanidad chicuela /y a través de los campos del Gimnasio /D. Julio Carrizosa Valenzuela /se pierde como punto en el espacio.*

[21]Gonzalo Mallarino en su libro sobre el Gimnasio Moderno dice sobre la rectoría de D. Julio: “El nuevo rector, entre 1934 y 1937, realiza una obra de dirección y orientación académica totalmente armónica con el espíritu del Gimnasio. Además pone orden en una serie de aspectos prácticos con la fácil eficacia de su inteligencia y su voluntad especializada. Cuando este párvulo hizo viejo, entró al Gimnasio, por esos precisos años, encontró según recuerda, un panorama de orden y nitidez, de pintura recién echada a los muros limpios y a los muebles sólidos. De caminos bien enarenados, árboles bien podados, prados verdes, cercas firmes. Los servicios generales y la dotación que D. Tomás mostraba en desastre, había sufrido un vuelco”. “Uno recuerda los comentarios de su padre, luego repetidos en familia sobre D. Julio Carrizosa. Quien fue profesor de Francés bajo su rectoría, decía de él que tenía la condición de saber oír, y el talento de sintetizar opiniones. Sus mejores cualidades parecen

Seguramente la rectoría de Julio Carrizosa Valenzuela le trajo al Gimnasio mucho más que estas mejoras materiales que –con todo y representar costos altos y habilidad administrativa, como lo saben quienes las consiguen– son apenas sintomáticas de algo más profundo".

La Universidad Nacional de Colombia había sido prácticamente reconstituída por la ley 68 de 1935 durante la presidencia de Alfonso López Pumarejo (1934-1938) y se había iniciado la construcción de la Ciudad Universitaria. Julio Carrizosa fue elegido como representante de los profesores en el primer Consejo Directivo y acompañó al Dr. López en las primeras inspecciones, a caballo, de los terrenos escogidos. En varios períodos formó parte del Consejo Directivo, y del Consejo Académico en 1946.

Para el período 1942/1944 Julio Carrizosa fue elegido rector de la Universidad de terna enviada por el presidente de la República. Reemplazó en la rectoría a Agustín Nieto Caballero y Vicente Pizano Restrepo (1890-1985) quienes habían ejercido la dirección de la Universidad en los primeros dos años del cuatrienio estatutario.

Sobre estos primeros años de la universidad en la nueva Ciudad Universitaria dice D. Julio en una entrevista periodística de mayo de 1994: "En especial durante el último cuatrienio hemos compartido la dirección de la Universidad con Agustín Nieto Caballero, y con Vicente Pizano Restrepo, y durante este tiempo es cuando quizás se ha realizado una labor más importante y definitiva para la Universidad como fue el paso a sus nuevos edificios en la Ciudad Universitaria de la Facultad de Derecho, de la Facultad de Arquitectura, de la Facultad de Ingeniería con sus laboratorios y de los estudiantes a sus Residencias.

Se puede decir, pues que en estos cuatro últimos años se ha llevado a cabo la ambición del Dr. López cuando inició la Ciudad Universitaria. Los cuatro primeros años fueron de preparación de los Estatutos Generales y de estudio de planos e iniciación de los proyectos de construcción que hoy están perfeccionados o en vía de realización. En esa primera época correspondió la organización y dirección de la Universidad Nacional a los doctores Durana Camacho [Gabriel] (1903-1959) y Roberto FRANCO (1874-1858). A pesar de los cambios más que frecuentes en la Dirección, puede afirmarse que la labor ha sido continuada, siempre en busca de un mismo fin dirigido hacia el establecimiento de la Universidad en sus nuevos edificios y a su organización según el nuevo Estatuto creado por la ley 68 de 1935, el cual sólo hasta ahora comienza a rendir sus frutos. De una Universidad dispersa en facultades desconectadas unas de otras no sólo por su ubicación sino por su espíritu, hemos pasado a una institución cohesionada por

---

haber sido esa lucidez serena y esa voluntad activa en que se equilibran el hombre de acción y el de pensamiento".

una organización científica que considera los conocimientos humanos en general como su patrimonio común sin distinción de profesiones y con una visión real de las necesidades del país".

En cuanto a su labor personal durante la rectoría agrega: "He procurado servir al estudiantado con devoción y cariño, procurando limar las asperezas de toda nueva organización, y atrayendo a los grupos que comenzaron por ver en el nuevo estatuto y en las nuevas directivas un reto a sus hábitos de independencia y aislamiento egoísta. Creo que hoy el espíritu universitario ha mejorado y tanto estudiantes como profesores comenzamos a mirar con interés lo que antes era considerado como un simple organismo oficial, digno de todas las críticas, pero extraño a nuestras simpatías y gratitud".

En la misma entrevista se refiere a las reformas que sería necesario hacer en la Universidad Nacional para adecuarla a los nuevos tiempos y a los requerimientos de la postguerra, en las tres funciones primordiales: "La investigación científica, la aplicación de la ciencia a la técnica de las profesiones y a la explotación económica del país y la enseñanza de la ciencia y de las profesiones".

Figura 9. En la Rectoría de la Universidad Nacional con Carlos López Narváez, director de la extensión cultural, 1951

En otro escrito de 1943, trataba ya de la fundación de nuevos organismos principalmente de la Facultad de Letras y de la Facultad de Ciencias, cabezas éstas de toda institución universitaria y que no existían todavía entre nosotros: "... ellas harán posible la investigación en mayor escala de todos los problemas que hoy preocupan al país y sacaría a nuestra Universidad de la tendencia solo profesionalista que tiene para llevarla al terreno de la investigación desinteresada". Sus ideas sobre lo que debería ser la Universidad, hacia dónde debería dirigirse después de la segunda guerra mundial, están expuestas en numerosos escritos de los años 43 y 44 en que ocupó la rectoría[22]. A la terminación del período fue elegido para sucederle D. Gerardo Molina (1906-1991) y D. Julio continuó en sus cátedras universitarias.

En unos de estos escritos, de marzo de 1944, enfrentó con vehemencia, extraña en general a su temperamento, la defensa de la reforma universitaria que estaba siendo atacada por la oposición política a la segunda presidencia de Alfonso López (1942-1945). Después de recordar el comentario del presidente del Concejo de un pueblo al hombre de empresa que con grandes esfuerzos había logrado instalar la energía eléctrica: “La luz es realmente muy brillante pero la vela es más útil porque puede llevarse de un lugar a otro mientras que la bombilla tiene que mantenerse siempre colgada de la cuerda”, prosigue D. Julio. “Pero la historia se repite: –hace algunos años también Alfonso López, luchando contra la incomprensión de los dómines resolvió dotar a la Universidad

[22]En el discurso de despedida a los graduandos del año de 1943, se refirió así el Rector al gran conflicto que se estaba viviendo en el mundo: “Vais ahora a afrontar la lucha por la existencia en momentos bien difíciles, por cierto, para nuestra patria, cuando acabamos de decidirnos a entregar nuestro modesto contingente material a nuestra gran fuerza moral de hombres libres a la causa de la civilización, decididos a superar todas las obligaciones y responsabilidades que tal actitud puede reportarnos, con entereza y energía. Vosotros, jóvenes profesionales, seguramente tendreis que participar en una parte bien importante del esfuerzo que nos tocará realizar para merecer los beneficios de la victoria próxima o lejana, pero segura. Tendreis que comprender que antes de que nación alguna se viera compelida a empuñar las armas para defenderse, ya la causa de la cultura había recibido el primer ataque con la restricción del pensamiento, el cierre de las universidades y la intervención en ellas de elementos que desvirtuaron el trabajo de los hombres de ciencia. Este primer ataque lo inició Alemania, país que ha considerado la ciencia como medio de destrucción, y cuyas aspiraciones de dominio la han llevado a formar una alianza con un país bárbaro identificándose con él en una concepción industrial y comercial de la guerra, en vista a la dominación del débil, al lucro, al botín, a la conquista y a la destrucción considerada como único medio para vencer, convencida en fin de que la fuerza organizada técnicamente puede llegar a crear el derecho, o de que ella es superior a todo: aun a la verdad, a los tratados, a la palabra empeñada, a las ideas de fraternidad, de respeto del hombre y de las obras realizadas por éste, y adquiridas para la humanidad en siglos de lucha y sufrimiento. Pensó ingenuamente y con una falta de imaginación pasmosa que sería fácil organizar el mundo como un cuartel bajo el dominio de un gobierno poderoso por los medios materiales, del cual dependerían los demás pueblos del viejo y del nuevo mundo, como vasallos dóciles de un llamado nuevo orden que prometía prosperidad sin dignidad y sin honor, porque allí la inteligencia y el respeto por los sentimientos de los demás serían completamente excluídos, subsistiendo solamente la idea de jerarquía basada en mentiras raciales, para situar al nazi en el vértice, debajo las potencias industriales y comerciales, y debajo de todo ésto un mundo descabalado donde se agitará la masa del pueblo orientado por una enseñanza sistemática en vista de colocar a Alemania por encima de todo, y hacer de los demás hombres los vasallos serviles de ese país”. “Pero a este ideal las Naciones Unidas han opuesto otro bien distinto, por cierto, que se resume en dos palabras: libertad y justicia. Por ese ideal lucharemos nosotros también como ciudadanos de un país libre que se ha envanecido siempre de tener más maestros que soldados, pero que también sabe tomar las armas cuantas veces ha visto escarnecidos o amenazados esos dos ideales que forman parte del patrimonio que le legaron los libertadores”.

Colombiana de terreno, laboratorios y un Estatuto que la sacara del marasmo en que se hallaba. La obra se realizó a pesar de incontables dificultades, y cuando después de haber realizado en gran parte este inmenso anhelo, cuando la Ciudad Universitaria por virtud de su esfuerzo y de su fe en estas cosas de la cultura, y del esfuerzo sostenido por continuadores del mismo empeño, como Eduardo SANTOS (1888-1974), franquea las puertas del éxito, y es visitada por hombres de ciencia de todos los países; cuando esta grande obra se ha convertido en un lugar de cita de todas las personas importantes que nos visitan, como si se tratara de una realización única en el continente hispano-americano, surgen de nuevo los pontífices y dicen: todo ésto está muy bien, pero a la Universidad le falta espíritu, era muy superior la nuestra de hace veinte años. Entonces sí se discutían los problemas nacionales. En aquella época sí había ambiente. Es decir: la vela brilla más que la bombilla de nuestro cuento".

"De manera, pues, que por el solo hecho de haber trasladado aquellas tres facultades desconectadas entre sí, sin bibliotecas, sin edificios, sin laboratorios, a sus nuevas instalaciones de la Ciudad Universitaria, construída de acuerdo con un plan científico, llenas de luz y de belleza, el espíritu ha desaparecido. Se ha quedado en los cafés nauseabundos que servían de marco a los edificios destartalados y sucios donde antes estaban. Nada significa para ellos, –nuestros rígidos censores– el que en lugar de las tres facultades de aquella época tengamos hoy diez, sin contar los institutos y demás servicios univeritarios. Diez facultades entre las cuales hay varias de renombre continental y que han merecido el elogio desinteresado de personas que las han podido comparar con sus similares de otros países". En el mismo estilo continua en tres páginas en que explica las transformaciones que se habían logrado en la Universidad, y lo injusto de las críticas de algunos periodistas, para terminar: "Nada en fin, significa, nada cuando se necesita denigrar por denigrar y para salir del apuro ante las cuartillas que espera el linotipo, y bajo la infuencia de la última charla de café. Para ellos siempre será mejor la vela del cuento que la bombilla. Empero yo estimo que la Universidad es algo demasiado serio, demasiado grande entre nosotros para condenarla sin oirla al fallo de los diletantes".

Durante el período de 1938 a 1954 fue D. Julio, en la Facultad de Ingeniería, profesor de Mecánica aplicada y de Resistencia de materiales y Jefe del Laboratorio de resistencia de materiales, que había creado en 1928. En la Facultad de Arquitectura era profesor de Mecánica aplicada; había contribuído a su formación, como especialización de la ingeniería, siendo Rector de la Facultad de Ingeniería en 1929 y posteriormente a su establecimiento como Facultad independiente en 1940.[23]

[23]La historia de la creación de los estudios de arquitectura la recordaba así D. Julio en una conferencia a los estudiantes de la Universidad de Santo Tomás en 1965: "La arquitectura nació por desmembración de la Ingeniería Civil. Antiguamente existía una clase de Arquitectura, que solo servía a mi entender para enseñarnos que cuando fuéramos a construir un edificio

En el año de 1935, publicó el primer tomo de su texto para el curso de *Resistencia de materiales* y en 1940 el segundo tomo. En la introducción del primer tomo se explica el criterio que había adoptado para su curso y que produjo una formación de elevado nivel en los ingenieros que se dedicaron a las estructuras. Dice así: "En el plan seguido nos hemos sujetado a los conocimientos sobre matemáticas que se adquieren en nuestra Facultad al cabo de su cuarto año de estudios, y en concordancia con estos conocimientos hemos procurado exponer la materia de acuerdo con las teorías generales de la física, como la teoría matemática de la elasticidad. En ésto nos hemos separado de los tratadistas que buscan exclusivamente métodos de exposición semiempíricos y artificiosos, basados en consideraciones geométricas o cinemáticas que a cambio de una sencillez sacrifican la formación del criterio de los alumnos dándoles una idea falsa sobre la exactitud de los resultados obtenidos o sobre el campo de aplicación de la ciencia que estudian".

Esta orientación del curso de resistencia permitía que los conocimientos adquiridos sobre bases muy sólidas fueran fácilmente ampliables por los profesionales que se dedicaran al ramo de las estructuras. Entre los colegas que continuaron

---

deberíamos llamar a un Arquitecto. Pero en esa época no los había. Me tocó en suerte crear en compañía de Carlos García Prada, la primera especialización de arquitectura, como un Departamento de la Facultad de Ingeniería, en 1929. En ese año recomendábamos esta creación con las siguientes palabras: La Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la Universidad Nacional, en busca de su propia expansión natural y necesaria, como organismo vital que es, y queriendo atender a las necesidades de la época, ha creído conveniente la creación de un Departamento de Arquitectura". "El Departamento de Arquitectura se propone preparar al estudiante en las prácticas de la Arquitectura moderna. Su programa de estudios corresponde a las actuales necesidades del país. Cuando se entienda bien el papel que desempeña el arquitecto en las sociedades modernas bien organizadas, se apreciará en todo su significado la naturaleza y el alcance de los cursos ofrecidos por el Departamento". "Una vez creado el Departamento siguió dependiendo de la Facultad de Ingeniería, lo cual le significó más que una ventaja una desventaja, pues sus estudios se resintieron del criterio exclusivamente matemático, criterio que pronto entró en conflicto con la mentalidad opuesta del verdadero arquitecto. Solo hasta hoy puede decirse que hemos entendido claramente el significado que tienen las matemáticas para el Arquitecto, y esta ciencia se enseña actualmente con su exclusivo carácter instrumental. Porque antiguamente las estructuras se establecían a medida que los materiales de construcción se iban perfeccionando, con un criterio más práctico que teórico o científico. Pero una vez descubiertas con Navier, Resal y Saint Venant las leyes elásticas de los cuerpos y formada la teoría matemática de la elasticidad, se cayó en el más riguroso teoricismo. La Resistencia de materiales, que se nutre directamente de la experiencia, llegó a convertirse en un tratado de altas matemáticas, con lo cual el problema de la adopción de nuevas estructuras quedó en manos de los iniciados, quienes las quisieron resolver como se resuelve un problema de matemáticas. Ahora bien: nada más opuesto a la creación artística o constructiva que las matemáticas tomadas en abstracto. Porque ya hemos dicho que la matemática es principalmente deductiva y planea o funda sus relaciones basándose en la perfecta isotropia y homogeneidad de la materia. Es, pues, ciencia que se mueve en las regiones de la alta especulación, y que al descender de esas alturas para resolver la cuestión sencilla estructura, se encuentra con que sus hipótesis y conclusiones divergen profundamente de la realidad".

estudios de postgrado en universidades de los Estados Unidos, se comenta que el nivel de los cursos de resistencia de materiales de nuestra Facultad era muy semejante al de los estudios especializados que estaban siguiendo para obtener el título de magister en ingeniería.

En el año de 1940 publicó el tomo II, dedicado a los sistemas hiperestáticos que se estudiaban en el segundo año del curso de Resistencia de materiales. Como se explica en la introducción: "Propiamente hablando todos estos principios relativos a los sistemas hiperestáticos y los métodos que se derivan corresponden a un curso de Mecánica de las estructuras o de Estabilidad de las construcciones; sin embargo, los tratadistas franceses, en el deseo de agrupar las materias lógicamente afines, para buscar la unidad en la exposición científica, se han inclinado siempre a reunir estas teorías bajo el nombre de Resistencia de materiales. Nosotros los hemos seguido, pues nuestros planes de estudio no dejan de inspirarse a pesar de cambios recientes y muy oportunos, en este espíritu de la enseñanza técnica francesa".

Al final de este tomo II en la cuarta parte, se tratan algunos temas que son un complemento a la primera parte del curso de Resistencia, como las teorías sobre empuje de tierras, causas inmediatas de la rotura de los cuerpos, los métodos de la fotoelasticimetría; y las relaciones entre la teoría matemática de la elasticidad y la resistencia de materiales.

Figura 10. Página titular del Tomo I en la tercera edición del libro *Resistencia de Materiales*

La preparación y publicación de estos dos tomos le presentó un enorme esfuerzo. Se trata de temas científicos que requirió tipos especiales de signos matemáticos que no existían en el país y que tuvo que importar o fabricar la Editorial Minerva. Por el gran contenido de fórmulas los errores en el armado eran muchos y a la corrección de pruebas dedicó mucho del tiempo libre que le dejaban las clases. En estas primeras ediciones muchos de los dibujos los hizo personalmente.

En el año de 1947, publicó una tercera edición del tomo I, en la que hizo varios cambios en la exposición, producto de su experiencia en la cátedra. Dice en la introducción: "La práctica adquirida en más de veinte años dedicados a esta enseñanza, nos ha reafirmado en la creencia de que el plan seguido en nuestras conferencias lejos de estar equivocado, debe ser seguido también en esta tercera edición; aunque con las modificaciones de detalle siguientes: ..." Los cambios principales hechos a la exposición fueron el comenzar la enseñanza de los fundamentos de la teoría elástica por explicar primero la teoría de las tensiones en lugar de comenzar con las deformaciones como en la primera edición. Le agregó un capítulo especial sobre el problema de la rotura según las últimas investigaciones sobre el tema, y se modificaron algunas demostraciones y se incluyeron problemas y ejemplos, algunos resueltos. Las ilustraciones se cambiaron totalmente para hacerlas más claras; en ésto contó con la ayuda del profesor Antonio M. Gómez (1913-1979), quien era un dibujante excepcional. Conservo los ejemplares de estos libros que utilizaba papá y que están llenos de apuntes y correcciones que fue haciendo en ellos hasta la época de sus últimos cursos que dictó en 1973 en la Universidad Javeriana y la Universidad Santo Tomás.

Se relacionan también con sus estudios sobre resistencia de materiales dos publicaciones que hizo en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*. En 1938 publicó el artículo titulado *La fotoelasticimetría en el laboratorio de ensayo de materiales de nuestra Facultad de Matemáticas e Ingeniería*, que incluye una explicación general sobre la teoría de los métodos fotoelasticimétricos y una descripción de los aparatos utilizados en el laboratorio y de algunos estudios que se habían hecho sobre la estructura del recién construído estadio el Campín.

El segundo artículo publicado en 1940 tiene como título *Deducción de las ecuaciones de elasticidad de Kriso y Báez para el cálculo de la viga Vierendeel por medio de las relaciones de deformación de Bresse*. Se expone en este artículo una aplicación original de las relaciones de deformación de Bresse las ecuaciones utilizadas para el cálculo de vigas tipo Vierendeel. Estas vigas utilizadas a veces en puentes y en cubiertas están formadas por elementos verticales y horizontales formando rectángulos sin diagonales. Son estructuras hiperestáticas cuyo cálculo es complicado y laborioso aunque su disposición y construcción es sencilla y elegante.

En los años 1945 y 1947 fuí alumno de papá en los cursos de Mecánica aplicada, Resistencia I y Resistencia II. El curso de mecánica era uno de los primeros contactos que tenían los estudiantes con la propia ingeniería, había reemplazado en la Facultad a la Mecánica racional que se dictaba anteriormente, y que trataba la mecánica en su forma más amplia y abstracta. La mecánica aplicada trataba los temas de más interés para el ingeniero civil y servía como una introducción a la resistencia de materiales y a la teoría de las estructuras. En el curso se utilizaban textos americanos y se resolvían problemas de aplicación. Recuerdo que en los exámenes de los cursos de papá estaba permitido llevar un manual de ingeniería para su consulta; se trataba de saber si el alumno había asimilado los conocimientos para poder resolver los problemas y no si había memorizado las fórmulas.

A fines de 1947 el profesor Carrizosa viajó con su colega Leopoldo Guerra (1911-1984), a los Estados Unidos, con el objeto de visitar laboratorios de ensayo de materiales y nuevas orientaciones en la enseñanza de la ingeniería; con excepción de alguna excursión acompañando a los estudiantes de ingeniería en que fue a Panamá, éste fue el primer viaje al exterior desde su estadía de niño en Europa.

El nueve de abril de 1948, por el asesinato de Jorge Eliécer Gaitán se produjo "El bogotazo" que destruyó una gran zona de la ciudad e hizo necesario que el Gobierno tomara medidas extraordinarias para ayudar a las personas damnificadas a reconstruir sus propiedades y negocios. Se creó una Junta Nacional de Reconstrucción y Julio Carrizosa fue nombrado administrador de esa junta, cargo que ocupó desde agosto de 1948 hasta marzo de 1950. Cargo un poco ajeno a sus disciplinas de profesor universitario pero al que el Gobierno del Dr. Ospina Pérez lo llevó por sus antecedentes en los cargos administrativos que había ejercido al lado de la docencia y como garantía de probidad en el manejo de los cuantiosos fondos que se destinaron para préstamos a los damnificados.

Con los sucesos del nueve de abril se terminó el largo período de paz que gozó el país y que iniciado el gobierno del General Reyes en 1904 comprendió el período de la hegemonía conservadora el gobierno de "concentración" nacional de Olaya Herrera, y los de la "república liberal" de López y Santos. El triunfo de Ospina Pérez en 1946, provocó la reacción liberal para volver al poder y la resistencia conservadora a abandonarlo. El asesinato de Gaitán y el motín que casi se convierte en revolución liberal apoyado en Bogotá por algunos cuerpos de la Policía, llevaron a una situación de violencia en general y a la abstención del partido liberal en la elección presidencial de 1950. Laureano Gómez fue elegido y nombró como ministro de educación a Antonio Álvarez Restrepo (1906-2003).

El Consejo Directivo de la Universidad Nacional de la terna presentada por el Presidente de la República y que incluía a los profesores Jaime Jaramillo Arango (1897-1962) y Jorge Enrique Gutiérrez Anzola (1910-1991), había escogido como rector en febrero de 1950 a Julio Carrizosa, cargo que sirvió hasta su retiro de la Universidad en 1954. Fue un período muy difícil para el país y para la Universidad por el clima de violencia política que a partir de 1948 se había extendido por todo el país. El presidente Gómez estaba empeñado en hacer reformas a la Universidad que consideraba estaba en manos de las corrientes marxistas contra las cuales había sostenido campañas continuas desde su periódico *El Siglo*. Uno de sus objetivos era lograr el retiro de la Universidad de varios profesores españoles republicanos que se habían establecido en Colombia a finales de la guerra civil. La labor de Julio Carrizosa durante estos años fue muy difícil; se trataba de mantener en lo posible la independencia de la Universidad frente a un gobierno que quería intervenir muy directamente para dirigirla según su ideología y apartarla de la "Revolución en marcha". Estuve en Europa entre 1950 y 1952 siguiendo estudios de ingeniería y conservo las cartas de papá, siempre con sus comentarios sobre lo que estaba haciendo en la Universidad y lo que estaba pasando en el país, que permiten recordar cual fue su obra principal en la Rectoría.

Uno de los más serios problemas que ha tenido la Universidad es la deficiente preparación con que llegan los estudiantes al ingresar y que hace muy difícil su iniciación en los cursos universitarios del primer año. Para mejorar los conocimientos que traían los alumnos de sus estudios secundarios, se introdujo un curso preparatorio para los alumnos que ingresaban y previo a la iniciación de todas las carreras universitarias. Para este curso preparatorio se construyó un edificio especial por la firma Cuéllar Serrano Gómez, en un tiempo record[24]. Le correspondió la organización del año preparatorio para más de mil alumnos de tres ramas distintas: matemáticas, ciencias naturales y filosofía y la consecución de profesores y dotación de laboratorio, labor que fue simultánea con la organización de su nuevo período de rectorado para el que fue reelegido en noviembre de 1951 de una terna que incluía también a los profesores Rafael Bernal Jiménez (1898-1974) y Hernando Anzola Cubides. Me dice en una carta a propósito del viaje a Europa del Director de la enseñanza normalista a quien había comisionado la Universidad para conseguir profesores: "nuestro deseo es que vengan especialistas en las diversas disciplinas científicas que van a enseñarse en este curso así: un profesor de castellano, uno de filosofía, de ciencias naturales, de física, química y matemáticas. Los profesores de física, química y quizás matemáticas posiblemente se encuentren en Alemania y Bélgica, pero yo quisiera que el profesor de ciencias naturales fuera francés pues se trata de una especie de enseñanza del nivel indicado en el séptimo año del "bacho" francés, opción ciencias experimentales, tal vez sería todavía mejor poder traer algún agregado de los que harán el curso de premédica en ciencias naturales ..." Este curso preparatorio tuvo mucha oposición especialmente porque suponía alargar

[24]"El jueves próximo vamos a inaugurar ya el edificio del año preparatorio. Ya tenemos listo el edificio construído en tres meses y dotado con muebles y laboratorios completos. Ya regresaron Sánchez y Gómez de los Estados Unidos y están al frente de sus clases de física. También llegaron los profesores alemanes y tres profesores españoles. –Como ves ésto ha constituído un récord no superado antes por ninguna construcción en la Universidad, debido a la eficiencia extraordinaria de la firma Cuéllar Serrano Gómez, y a la ayuda del Gobierno el cual me ha proporcionado todos los recursos necesarios rápidamente". Carta a Ernesto Carrizosa Umaña de marzo 17 de 1952. Nota de la editora: actualmente es el edificio de Odontología.

en un año algunas de las carreras y papá tuvo que defender ante las comisiones del Congreso esta idea del Dr. Gómez quien pensaba que era la forma de elevar el nivel muy bajo de nuestro bachillerato que se había manifestado en los exámenes de admisión por conocimientos que habían reemplazado los exámenes psicotécnicos[25]. En la Facultad de Medicina se construyeron nuevos anfiteatros de anatomía que fueron inaugurados en agosto de 1951. En el año anterior la Universidad había invitado una misión francesa de médicos para establecer las antiguas conexiones con la ciencia francesa que se habían interrumpido por la guerra[26]. Posteriormente en 1952, aprovechando los servicios del "Punto cuarto" de Truman, se contrató una misión americana para que efectuara reformas en la Facultad de Medicina. Sobre ésto me anota en una carta de mayo de 1952: "Pero todo lo que hacemos se interpreta desde el punto de vista político, pues ellos no hicieron otra cosa mientras estuvieron en el poder, con la Universidad, y piensan que nosotros obraremos de la misma manera".

En un reportaje del periódico *La Nación*, de diciembre de 1951, se dice: "Carrizosa Valenzuela lleva un año y medio con la carga del cargo, aceptado en un momento real y precisamente crucial de echarse al hombro una enorme cruz, para sacar la Institución de una encrucijada, descifrarle un crucigrama y enderezarle el crucero ... Año y medio de una labor sin tregua que por igual ha exigido delicada precisión y esfuerzo impetuoso, todo intensidad en todo orden y todos los frentes".

Al tiempo con esta dura labor de dirección de la Universidad tenía tiempo papá para continuar en su interés principal por los asuntos básico de la ingeniería. Me pedía copias de artículos técnicos y comentaba los libros de texto que le enviaba: "He estado examinando las conferencias sobre mecánica del profesor Platrier. Veo por ellos que se ha dedicado a exponer esta ciencia y toda la teoría elástica con el auxilio de la teoría vectorial y tensorial. No sé si se justifica para un curso práctico semejante método en lugar de las exposiciones prodigiosamente claras de Apple, por ejemplo, quien insistió siempre en mantener el sistema cartesiano. Parece que es muy fuerte la influencia de las ideas modernas sobre la relatividad que han impuesto el cálculo intrínseco para su exposición y deseen habituar a los científicos a manipular este instrumento desde el principio. De

[25]"Ayer me tocó hacer una exposición ante la comisión del Senado sobre este asunto. A pesar del mal ambiente creo que logré establecer la discusión sobre bases técnicas y creo también que me gané algunos senadores a favor." Carta a Ernesto Carrizosa Umaña de diciembre 1 de 1951.

[26]"Por último los despedimos con un gran banquete en el Temel, dado por el rector de la Universidad y los profesores de la Facultad de Medicina. Al final del banquete me fue impuesta con otros profesores la Cruz de Oficial de la Legión de Honor. Como sabes la cinta de esta condecoración es roja, y como también impusieron a los profesores Gonzalo Esguerra, Edmundo Rico, la cruz negra de la Unión Francesa en cinta azul, el periódico al comentar este acto dice "De azul habrían quedado más contentos los profesores Carrizosa, Carvajal y Rueda Galvis y de rojo Esguerra, Gómez, Rico, etc."

todos modos me parece que (aquí) sería desde todo punto inaceptable tal método el cual produciría una terrible confusión de ideas en los ingenieros. Los seis parámetros de la tensión y la deformación que tratamos aquí con tan irreverente familiaridad, son nada menos que unos tensores simétricos de segundo orden. Tal vez se gane mucho en cuanto a la belleza de la exposición, y la síntesis científica sea más perfecta pero quizás se pierde contacto con la magnitud física. No obstante todo esto es también cuestión de costumbre y después de dos o tres generaciones que se acostumbren a manejar estos tensores, el lenguaje para ellos será tan claro como lo es para nosotros el de la geometría analítica".

En otra carta continua en sus preocupaciones académicas: "Actualmente estoy nombrado o elegido como jefe de la sección de física. Por lo tanto otra vez estoy enfrentado al problema del mono Arteaga y su famosa física que todos detestan cordialmente y consideran completamente absoleta. Yo creo que si existe, él mismo se reirá del libro que aquí todavía se estudia y comenta. Como lo recordarás era entonces texto en la *École Speciale des Travaux Publics*, pudiera ser que haya ya alguna edición donde ya se hable de los electrones y se tenga más fe en las posibilidades de la aviación, etc. etc. ya estoy dispuesto a cambiarlo por otro que esté a tono con la época en que vivimos pero los magníficos textos americanos que nos llegan por acá son tachados de poco científicos aunque yo los encuentro muy buenos para una primera iniciación a la física".

Durante este activo período de su rectorado le correspondió ocupar un puesto en la Corte Electoral y por lo tanto actuar en un ámbito totalmente extraño a sus preocupaciones y aficiones. El período fue especialmente movido: presidencia del Dr. Laureno Gómez elegido con la abstención del liberalismo, retiro del Dr. Gómez por enfermedad, presidencia de Urdaneta y golpe del General Rojas y como factor constante el enfrentamiento directo entre el partido liberal y el Gobierno división conservadora que provocó un período de violencia como posiblemente nunca había sufrido el país. De todos estos sucesos me mantenía informado con párrafos sobre lo que estaba sucediendo intercalado entre comentarios sobre aspectos académicos y técnicos.[27]

[27]"Casualmente el 29 lunes por la mañana estuve con el Presidente tratando del curso preparatorio, que ha sido una de sus obsesiones. Acordamos con él hasta el detalle del pénsum. Me pareció muy bien, quizás mejor que siempre, pero esa misma tarde hacia las cinco tuvo un pequeño infarto que lo afanó tanto, que llamó precipitadamente al Ministro de Gobierno, Urdaneta Arbeláez, y le dijo que se sentía muy mal, que por tanto tenía que encargarse de la Presidencia. No obstante la cuestión no era tan fácil, pues no había primer designado a la presidencia, sino sólo el Decreto famoso que se prestaba a mucha discusión desde el punto de vista constitucional, y en el cual se establecia que en caso de falta del Presidente ejercía el cargo el Ministro de Gobierno. Después de muchas discusiones se llegó a la conclusión de que lo mejor era reunir inmediatamente al Congreso. Casualmente, la Corte Electoral acabó ese día de expedir las credenciales, así que se organizó inmediatamente una especie de puente aéreo con las compañías de aviación para traer a todos los representantes y senadores desde todos los lugares de la república, y se pudo reunir el Congreso al día siguiente por la tarde. El Dr.

En diciembre de 1951 el Consejo Académico de la Universidad Nacional le confirió el título de Profesor Emérito de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. Este título que constituyó un reconocimiento a la labor docente y administrativa en la Universidad Nacional[28] se otorga a profesores que a juicio del Consejo Académico se hayan distinguido en la enseñanza o le hayan prestado servicios notables a la Universidad.

En abril del año anterior, pocos meses después de su nombramiento como rector de la Universidad Nacional, la Sociedad Colombiana de Ingenieros lo eligió como miembro honorario y le confirió la condecoración Francisco José de Caldas. La proposición que le otorgó estos honores fue presentada por distinguidos ingenieros de ambos partidos, hecho excepcional en esa época. La continua colaboración de D. Julio con la *Sociedad Colombiana de Ingenieros* le había sido reconocida ya en 1940 al elegirlo como su Presidente.[29]

En octubre de 1953 se reunió en Salamanca el Congreso de Universidades Hispánicas que se celebró con motivo del séptimo centenario de la fundación de la Universidad. Como delegados de la Universidad Nacional asistieron Julio

Gómez sigue hoy bastante bien, aunque por prescripción médica no se le permite moverse." Carta Ernesto Carrizosa Umaña de noviembre 13 de 1951.

[28]Los considerandos del acuerdo número 44 de 1951 por el cual se le confiere el título de Profesor Emérito son los siguientes:

a) Que el ingeniero Julio Carrizosa Valenzuela, desde hace cerca de 30 años, es profesor de varias asignaturas en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería, de la cual además ha sido Rector y Director de los Laboratorios;

b) Que en el desempeño de sus cátedras el Ingeniero Julio Carrizosa Valenzuela ha adelantado una labor docente y cultural altamente meritoria, lo que lo acredita como un verdadero maestro de la juventud;

c) Que el Ingeniero Carrizosa Valenzuela ha realizado trabajos de orden científico, de gran trascendencia, con lo cual ha dado lustre a la Universidad y al país;

d) Que el Ingeniero Carrizosa Valenzuela ha prestado efectivos servicios a la Universidad, ya como Ministro de Educación Nacional, ya como Rector, cargo que ha desempeñado anteriormente, y para el cual ha sido reelegido, con indudable acierto, por el Consejo Directivo;

e) Que es justiciero hacer resaltar los merecimientos de quienes han dedicado sus mejores esfuerzos al adelanto de la Ciencia colombiana y al progreso de la Universidad;

f) Que el Acuerdo No. 241 de 1949 crea la categoría de "Profesor Emérito", y establece que esta distinción puede ser otorgada a los Profesores Jefes, Profesores Titulares, y a los profesores de libre enseñanza, o por haberle prestado servicios notables a la Universidad.

En una carta de marzo/52 me comentaba: "El viernes pasado me hicieron una fiesta para entregarme el título de profesor emérito de la Universidad. Fue un acto muy cordial del cual te mando una fotografía para que aprecies los cambios que ha podido tener tu papá. Me dijeron cosas verdaderamente abrumadoras y tuve un rato bastante molesto por ello. Afortunadamente los periódicos no dijeron mayor cosa".

[29]En el homenaje rendido en 1974 por la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, el Ingeniero Alfredo D. Bateman recordó la labor realizada por D. Julio en beneficio del gremio de ingenieros a su paso por el Ministerio de Educación, en relación con la reglamentación de la profesión de la ingeniería y la obtención de una sede para la Sociedad Colombiana de Ingenieros.

Carrizosa, Rafael Maya (1897-1980) y Abel Naranjo Villegas (1910-1992) con sus esposas. En el informe que rindió al Ministerio de Educación relata todos los detalles de esta gira, la primera que efectuaba a Europa desde su estadía en París con sus padres en 1902. Aprovechó el viaje para visitar en Madrid, París, Roma y Londres las principales universidades y laboratorios de ensayo de materiales y a su vuelta en Nueva York y Detroit, la Rockefeller y la Kellog Foundation con quien tenía programas especiales de cooperación en agricultura la Universidad Nacional. En Salamanca, presidió la Comisión I que tuvo a su cargo el tema de la Misión de la Universidad, en su informe dice: "Nos propusimos pues, dar un paso más que en la Conferencia de Utrecht y estudiar una fórmula que conciliara las dos tendencias: de una parte la Universidad formadora de dirigentes, y de otra, la Universidad que prepare para ganarse la vida con sentido exclusivamente utilitarista. Creo que la moción propuesta por la Comisión I, que fue aprobada por la Academia consulta ambas tendencias, sin rebajar al nivel de la aspiración educativa universitaria".

En el año de 1954, que sería el último de su trabajo en la Universidad Nacional, D. Julio continuaba dictando todas las cátedras al tiempo con sus funciones en el rectorado. Tenía a su cargo los cursos de Resistencia I y II y de Mecánica.

El 8 de junio ha sido desde 1929 un día de conmemoración y protesta universitaria. En esa fecha murió en los disturbios de protesta contra la corrupción de la administración municipal el estudiante Bravo Pérez y su conmemoración se acostumbra hacerla con visita y discurso en su tumba en el cementerio central y también con protestas y ataques a las autoridades. En 1954 cuando parecía que todo terminaba en paz se presentó una tragedia. En choque de los estudiantes que habían regresado del cementerio a la Universidad, con patrullas policiales, éstos dispararon y murió el estudiante de medicina Uriel Gutiérrez[30]. Al día

[30]En una carta de junio 10/54 al Presidente del Consejo Directivo de la Universidad dice entre otras cosas, como el Rector al anunciar su renuncia ante el Presidente de la República: "Esta determinación fue tomada horas después de ocurrir el doloroso y trágico suceso del día 8 de junio, que culminó con la muerte de un estudiante, el cual unido a la terrible tragedia de ayer colman con creces la medida de mi capacidad moral y física para resistir con la debida entereza una serie de hechos tan adversos a los fines elevados y pacíficos que perseguimos los educadores". "Después de haber resuelto la separación de mi cargo, tuve la sorpresa de oir voces acusadoras de estudiantes que culpaban a las directivas y en especial a su Rector de haberlos causado por imprevisión al acudir a los servicios de la policía para guardar los edificios de la Ciudad Universitaria en la tarde del día 8. De las medidas de seguridad tomadas por el señor Secretario de la Universidad, fuí informado al mediodía, y no encontré inconveniente el que un carro patrulla recorriera la Ciudad Universitaria, pues consideraba que después de pasado el desfile al Cementerio, y una vez cerrados los edificios, nada había que temer sino de los ladrones y merodeadores contra los cuales, por desgracia no está suficientemente defendida la Universidad. Sin embargo, a las dos y media de la tarde, al comprobar personalmente que se había hecho un despliegue exagerado de fuerza de policía, y que las puertas de los retenes estaban cerradas, me comuniqué con el Teniente Nieto de la policía y manifesté que esas

siguiente la policía detuvo una manifestación estudiantil de protesta en el centro de Bogotá con el resultado de varios muertos y heridos. La situación se hizo muy difícil para papá; en la noche del 8 de junio fue a visitar el féretro del estudiante muerto. Lo acompañó mi hermano Julio que estaba en la universidad y tuvieron que oír la violenta protesta de los activistas universitarios en contra del rector y demás autoridades universitarias por haber admitido la entrada de la policía a la universidad. Al día siguiente envió su renuncia irrevocable para facilitar la solución del grave enfrentamiento y normalizar las relaciones del gobierno con la Universidad Nacional. Fue nombrado rector Abel Naranjo Villegas, antiguo decano da la Facultad de Derecho quien poco después fue reemplazado por el Coronel Manuel Agudelo (1902-2000). Renunció también a los cursos en la Facultad de Ingeniería y solicitó su pensión de jubilación por servicios al estado en diversos cargos desde el 27 de marzo de 1910 en que ingresó a la Escuela Militar de Cadetes.

Las manifestaciones de aprecio que recibió por su retiro de la Universidad fueron muchas. Los Consejos Directivo y Académico y los consejos de varias facultades aprobaron proposiciones lamentando su retiro y agradeciendo su labor en el rectorado y posteriormente, en septiembre, los profesores de la Universidad Nacional encabezados por el decano de la Facultad de Medicina, Dr. Carlos Márquez Villegas (1909-1995) le ofrecieron una comida de homenaje.

Figura 11. Entrega de la rectoría a Gerardo Molina - 1944. Sentados: Vicente Pizano, Agustín Nieto, Gerardo Molina, Julio Carrizosa y Jorge Soto, ex-rectores de la U.N.

Los meses que siguieron a su retiro fueron muy tristes para él. Había terminado toda una etapa de su vida y debía decidir sobre su ocupación en adelante. Pensó dedicarse a la actividad profesional en cálculo de estructuras y adelantó

fuerzas debían ser retiradas y reducidas al simple carro de patrulla de que había hablado el Secretario. Momentos después y creo que cuando ya desfilaban para retirarse sucedieron los acontecimientos que todos lamentamos". "Como lo he manifestado al Señor Presidente, tengo la conciencia tranquila y creo haber puesto todos los medios que mi propia previsión y el buen consejo de mis colaboradores sugirieron para evitarlos".

algunas gestiones. Sin embargo, posiblemente no sospechaba que tenía por delante todavía veinte años de vida muy fructífera en la cátedra universitaria y que organizaría dos nuevos laboratorios de ensayo de materiales.

A comienzos de 1955, sus colegas y amigos Vicente Pizano Restrepo (1890-1985) y Andrés Restrepo Posada, profesores en la Pontificia Universidad Javeriana le propusieron que se vinculara a las Facultades de Ingeniería y de Arquitectura de esa universidad. Continuó entonces dictando allí las cátedras de Resistencia de materiales y de Teoría de las estructuras y organizó el laboratorio de ensayo de materiales. El Consejo Ejecutivo de la Universidad reconoció la labor realizada en los primeros años de trabajo otorgándole en mayo de 1958 la "Orden Universidad Javeriana" en el grado de Comendador y en 1959 con el nombramiento de Profesor titular de la cátedra de Resistencia de materiales en la Facultad de Ingeniería.

La labor de D. Julio con la Universidad Javeriana había sido especialmente apreciada en la Facultad de Arquitectura. Desde sus años de profesor en la Facultad de Arquitectura de la Universidad Nacional había desarrollado un método de enseñanza de la resistencia de materiales especialmente adaptado a la índole mental de los estudiantes de arquitectura, menos inclinados a las disciplinas matemáticas pero más imaginativos que los aspirantes a ingenieros. En sus cursos de la Facultad de Arquitectura prescindió del bagaje matemático y presentaba la teoría de las estructuras más intuitivamente, aprovechando el gran conocimiento que tenía de la forma en que trabajaban las estructuras, por sus profundos conocimientos teóricos. Este esfuerzo por adaptarse a la forma de pensar de los arquitectos fue especialmente estimado por sus alumnos y por las directivas. En julio de 1963 la decanatura de la Facultad de Arquitectura le concedió el título de Profesor Titular de Diseño.[31]

Los honores dispensados a Julio Carrizosa por la Universidad Javeriana culminaron en marzo de 1971 cuando fue elegido por el Consejo Directivo Universitario miembro del Consejo de Regentes. Después de su muerte, la Javeriana

[31]Sobre la forma de enseñar el diseño estructural, decía D. Julio en una conferencia: "Se impone a nuestro entender un cambio en la enseñanza del llamado diseño estructural. Adoptar más el método para conocer las artes plásticas, que la exposición deductiva. Seguir con preferencia el método y los fines de la enseñanza de la historia del arte que así como busca la formación de una cierta sensibilidad artística, que predispone a la concepción de obras bellas, trate de formar una conciencia estructural, que prepare para la concepción de nuevas formas estructurales". "Creemos que al reflexionar sobre la naturaleza y las funciones de las formas resistentes de una obra estructural, y al seguir el proceso evolutivo de los diversos tipos de elementos portantes como el dintel, el arco, el tirante, la bóveda o el voladizo, se encontraría en el fondo de todo este interesante análisis, una verdadera síntesis que se traduzca en normas más de criterio que de cálculo para seguir adelante dicha evolución y llegar a nuevas formas constructivas".

quiso recordar su labor en la cátedra poniendo su nombre a uno de los nuevos edificios de la Universidad.[32]

Paralelamente a su trabajo en la Javeriana durante los últimos ocho años de su vida, Julio Carrizosa fue decano y profesor de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Santo Tomás. Los padres dominicos después de tres siglos de interrupción de su labor docente en Colombia, decidieron la restauración de la Universidad y ampliaron su campo a la enseñanza de la ingeniería. El R. P. Luis J. Torres Gómez O. P., motor de la restauración llamó a Julio Carrizosa a la decanatura de la nueva facultad en abril de 1965 y cinco años después se graduaron los primeros ingenieros civiles. Fue un nuevo período de esfuerzo para papá, que planeó y dejó funcionando una nueva facultad de ingeniería y su tercer laboratorio de ensayo de materiales.[33]

Pocos años antes, en agosto de 1967, el Consejo Superior de la Universidad Nacional le confirió la Medalla del Mérito de la Universidad con motivo de cumplirse 25 años de la construcción del edificio para los Laboratorios de Ensayo

[32] El padre Gabriel Maldonado S. J. en su discurso de homenaje a D. Julio en la Academia Colombiana de Ciencias, decía: "Un profesional como el Ingeniero Carrizosa era la persona más cualificada para ayudar a la Universidad Javeriana en la obtención de los objetivos que buscan estos institutos de educación superior, la formación integral del hombre sobre los principios de la moral profesional cristiana, formación académica sólida, dentro de un sentido de caridad y de justicia social, resuelto pero ordenado, mirando con sabia mentalidad a la persona con sus derechos y deberes y además al bien de la sociedad. Hombre de ciencia, se dedicó a ella con amor, como desvelo, con ansia generosa de comunicarla a las jóvenes generaciones, que por su parte admiraban la frescura de su inteligencia y la diafanidad de sus conocimientos, puestos al día con los adelantos más modernos; la razonable exigencia en sus clases; la palabra, a la docencia que bien comprendió él, es un apostolado".

[33] En unos apuntes para un reportaje que dejó en su archivo escribía: "Yo nunca he estado afiliado formalmente a ningún partido aunque mis ideas son definitivamente conservadoras, pero he recibido influencias de varias tendencias. Esto se explica por el proceso de mi formación: Primero seminarista, luego militar, y en fin universitario. He sido de temperamento tradicionalista pero no merezco plenamente el calificativo de conservador probablemente porque mi paso por la escuela militar me dejó una marca indeleble de indiferencia por la política militante. Esto justifica la desconfianza de mis copartidarios cuando quiera que he ocupado un puesto político, diputado, concejal o exoficio miembro de la corte electoral". "Creo, sin embargo, que la enseñanza debe estructurarse sobre un canon o armazón filosófico que de razón del por qué de nuestra vida. No sería racional que la universidad se dedique a dar la explicación de los hechos físicos dejando de lado todo lo que atañe a nuestra existencia trascendental o que rebasa el alcance de nuestros sentidos. Una instrucción sin este requisito formará mentalidades que giran bajo la acción de todos los vientos sin capacidad para estabilizarse. Por esto he seguido o terminado siendo profesor en universidades como la Javeriana y Santo Tomás en donde se atiende a estas angustias del espíritu". "En la Universidad de Santo Tomás comenzó a preparar D. Julio una exposición permanente que se llamaría "El museo de Dios" en que se expondrían las ideas actuales sobre el origen y la evolución del universo. Se tratarían: "A) El ser humano ante el universo. B) El ser humano ante la aparición de la vida C) El ser humano ante la evolución del cosmos y D) Las dos metafísicas posibles ante el espectáculo del mundo". Este trabajo fue interrumpido por su muerte.

de Materiales en la Ciudad Universitaria. El discurso que pronunció al recibir la medalla contiene una completa e interesante historia de los laboratorios, a los que había dedicado gran parte de su actividad y que se había iniciado desde 1928 cuando la entonces Escuela de Ingeniería ocupaba un edificio en la calle 10 con carrera quinta.

La situación de la universidad en Colombia y la de los estudios de matemáticas habían evolucionado rápidamente en los años cincuenta. Se fundaron varias universidades regionales oficiales y privadas y en Bogotá inició actividades la Universidad de los Andes y amplió su campo de acción la Universidad Javeriana con el establecimiento de otras facultades diferentes a las de derecho y a las facultades eclesiásticas. Se formó la Asociación Colombiana de Universidades y el Fondo Universitario.

En la Universidad Nacional se estableció durante el rectorado de Julio Carrizosa la Facultad de Ciencias y el Departamento de Matemáticas[34]. El departamento de matemáticas tomó a su cargo la enseñanza de las matemáticas para todas las carreras de la universidad y el estudio de las matemáticas superiores, y la antigua Facultad de Matemáticas e Ingeniería se limitó a las carreras de ingeniería civil, mecánica y eléctrica. Con esta nueva Facultad de Ciencias se abrió la posibilidad de la enseñanza de las matemáticas y de la física superior en la universidad, ciencias que como otras, se comentó, estaban limitadas al nivel requerido por los estudiantes de la ingeniería civil.[35]

La labor de algunos profesores europeos en el departamento de matemáticas y la formación de los primeros matemáticos con conocimientos superiores

[34]Nota del editor: Fue durante el rectorado de Gerardo Molina 1944 - 1948. Julio Carrizosa Valenzuela fue nombrado decano de esta Facultad. El departamento se fundó en 1956, cuando él ya había renunciado a la Universidad Nacional.

[35]La apertura de nuevas carreras como la ingeniería eléctrica, la ingeniería mecánica, la economía, la administración y la posibilidad de estudiar las carreras básicas en la Facultad de Ciencias cambiaron el alcance y el prestigio de la carrera de ingeniería civil. En la primera mitad del siglo los ingenieros civiles suplían las necesidades del país en muchos campos técnicos y científicos. Ingenieros civiles determinaban los puntos astronómicos para la elaboración de la carta en la Oficina de Longitudes y dirigían el Observatorio Astronómico Nacional, se ocupaban de analizar y discutir los nuevos desarrollos de la física y la matemática y fundaban y dirigían las industrias del país. Con la evolución de la universidad en los años cincuenta su ámbito de trabajo se redujo a los límites normales de esas profesiones. Los bachilleres con inclinación científica comenzaron a estudiar, en muy pequeño número, física, matemáticas, o astronomía; los interesados en la industria entraron a estudiar administración y los que tenían afición por la ingeniería pudieron escoger entre la civil, la eléctrica, la mecánica o la ingeniería industrial. El aura de la profesión de ingeniero que los llevaba a las más altas posiciones de la administración pública y la calidad de los aspirantes a seguir esa carrera en las universidades.

promovió en 1955 la fundación de la *Sociedad Colombiana de Matemáticas*. Entre los fundadores de esta nueva agrupación estuvo D. Julio [36]. Su trabajo en las cátedras de ingeniería no le habían apartado de su antigua afición por las matemáticas puras. El primer Consejo Directivo de la Sociedad lo presidía Julio Carrizosa, vicepresidente Leopoldo Guerra, secretario general Otto de Greiff (1903-1995), tesorero Pablo Casas (1927-1983), bibliotecario Carlo Federici Casa (1906-2005) y como vocales Jorge Acosta (1891-1965) y Darío Rozo (1881-1964).

D. Julio preparó para la inauguración de la nueva sociedad científica un bellísimo discurso en que analiza la importancia de las matemáticas en la vida moderna, con el conocimiento y entusiasmo de toda una vida dedicada a esa "romántica afición".

En el mismo año presidió el Primer Seminario de Matemáticas, patrocinado por el Fondo Universitario que se ocupó de la enseñanza de las matemáticas en el medio universitario y de la formación de profesorado especializado. Pocos meses después en diciembre de 1956 fue nombrado D. Julio presidente honorario del comité organizador de II Seminario para estudios de ingeniería a nivel universitario y como tal pronunció el discurso inaugural y presentó la ponencia sobre la enseñanza de la ingeniería civil.

Parte de su actividad académica durante este período de su vida fue la publicación de sus estudios titulados *Vida vicisitudinaria de los conceptos de masa y fuerza en el desarrollo de la mecánica, Las tablas de la luna y el Sabio Colombiano Julio Garavito A., Julio Garavito Armero, el Matemático* y *El Proceso de rotura en los materiales de construcción.*

El primero de estos trabajos fue preparado en 1954 para la primera de una serie de mesas redondas organizadas en la Universidad Nacional, que se proponía reunir a los profesores para discutir sobre determinados temas concretos. En esta primera reunión se trataba de dilucidar qué sabemos de la masa y la fuerza y para plantear esta discusión analiza Julio Carrizosa estos conceptos básicos de la mecánica, profundizando en la historia de su desarrollo y en la misma teoría del conocimiento.

Los siguientes dos estudios publicados en 1956 y 1965 se refieren a la obra de su profesor el científico Julio Garavito y a su obra más importante como

[36]Nota del editor La reunión de fundación se llevó a cabo en la casa de Don Julio el 10 de agosto de 1955.

astrónomo[37]. Las obras de Garavito fueron recopiladas por su discípulo JORGE ÁLVAREZ LLERAS y publicadas en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*; sin embargo, lo publicado sobre las fórmulas para el cálculo del movimiento de la luna era solamente una primera parte del trabajo. Julio Carrizosa en este estudio busca establecer qué parte de la labor que se proponía realizar Garavito había sido efectuada, si estaba aún vigente el problema del movimiento lunar y si era posible llevar a término todo el desarrollo para la elaboración de unas nuevas tablas.

El otro estudio sobre D. Julio Garavito analiza su obra matemática y aclara cuál fue su pensamiento en relación con las geometrías no euclídeas; fue preparado para la celebración del centenario de su nacimiento en 1965.

El proceso de la rotura en los materiales de construcción fue su última publicación en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias* de la cual fue desde su establecimiento en 1936, miembro de número y su secretario perpetuo desde 1964. El estudio analiza el proceso de rotura de acuerdo con los últimos conocimientos de la ciencia, problema básico de la resistencia de materiales, cuya enseñanza ocupó toda su vida universitaria.

El gobierno nacional le concedió un último honor en mayo de 1967 al otorgarle la Gran Cruz de la recién creada Condecoración "Orden al Mérito Julio Garavito" destinada a exaltar los méritos de los ingenieros colombianos.

Continuó D. Julio dictando sus cátedras hasta comienzos de 1974 en que el avance de la enfermedad, que lo venía debilitando desde varios años atrás, lo obligaron a guardar reposo hasta su muerte el 25 de mayo de 1974.

La Academia Colombiana de Ciencias Exactas Físicas y Naturales le rindió un homenaje en sesión especial del 12 de junio de 1974, en que hablaron el Ingeniero Alfredo D. Bateman en nombre de la Academia y de la Sociedad Colombiana de Ingenieros, el Ingeniero Alejandro Sandino Pardo, en nombre de la Universidad Nacional de Colombia, el ingeniero Otto de Greiff en nombre de la Sociedad Colombiana de Matemáticas y el Padre Gabriel Maldonado S. J. en nombre de la Pontificia Universidad Javeriana. Entre todos los aspectos de la actividad de Julio Carrizosa tratados magistralmente en estos discursos, conviene destacar el concepto de uno de sus alumnos el Ingeniero Alejandro Sandino: "Un buen profesor debe estar en capacidad de transmitir sus conocimientos en forma clara y completa, debe inducir a sus alumnos al estudio, a la búsqueda científica. Pero hay un requisito complementario, sin el

[37] Julio Carrizosa colaboró en la revisión de los trabajos manuscritos que dejó a su muerte D. Julio Garavito y a la preparación de un índice de su obra. Al pasar por la carrera 5a. llegando a la Avenida Jiménez me mostraba papá la casa pequeña, sobre el andén hundido del costado oriental, donde había muerto el sabio y había trabajado en la revisión de sus papeles.

cual las condiciones anotadas no son suficientes, para que el profesor cumpla a cabalidad con sus funciones y es el ejemplo que debe dar a sus alumnos a través de todos los actos de su vida. La imagen que éstos se forman de la persona que les enseña una ciencia, un arte o una técnica tiene un inmenso poder modelador. La adquisición de conocimientos y de una conciencia cívica la conveniente estructuración de los ciudadanos. No es suficiente enseñar, es necesario formar".

Julio Carrizosa Valenzuela reunió todas esas cualidades, lo cual explica el afecto que todos sus discípulos tuvimos por él y que hoy se traduce en recuerdo imperecedero".

Estudios publicados por el Ingeniero Julio Carrizosa Valenzuela

1. *Las Geometrías no Euclídeas y las objeciones de Garavito*. Revista Universidad, Nos. 19 a 22. Bogotá, 1921.
2. *Nociones generales sobre las probabilidades*. Anales de Ingeniería, Nos. 347 a 357. Bogotá, 1922, pp. 522-527, 582-590
3. *La experiencia de Fizeau y la explicación de Garavito*. Santafé y Bogotá, 1923 Año I, No.5
4. *Las ciencias exactas en Colombia*. Santafé y Bogotá, Vol.13, Nos. 13 a 14. Bogotá, 1924, pp. 56-74
5. *Elección de tubería para el acueducto de Buenaventura: informe de la comisión*. (con Lobo, G.,L., y Muñoz, J.A.). Anales de Ingeniería, No. 387. Bogotá, 1925, pp. 56-59.
6. *Informe sobre un invento colombiano*. Anales de Ingeniería, No. 387. Bogotá, 1927, pp. 59-60.
7. *La crítica de los programas oficiales*. Universidad. Segunda Época, No. 97, Bogotá, 1928, pág 234.
8. *Cómo hacer de Bogotá una ciudad grande y bella. Comentarios alrededor de un proyecto de ley sobre ensanche, higienización y embellecimiento de las ciudades de Colombia presentado por el autor*. Revista de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. No. 13. Bogotá, 1929.
9. *Influencia del ingeniero en el progreso de la nación*. (Discurso del rector de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería pronunciado en la Sociedad Colombiana de Ingenieros, con motivo de la adjudicación del Premio Ponce de León). Anales de ingeniería Nos.458. Bogotá, 1931, pp, 356-360
10. *Memoria del Ministro de Educación Nacional al Congreso de 1932*. Bogotá, 1932. Imprenta Nacional.
11. *Memoria del Ministro de Educación Nacional al Congreso de 1933*. Bogotá, 1933. Editorial Cromos.
12. *Polémica sobre el teorema de Fermat*. Revista Universitaria *APEX*, Nos. 10 y 17. Bogotá, 1936.
13. *Informes sobre los estudios y proyectos presenta la licitación abierta por el departamento de Cundinamarca para la construcción de la planta de filtración de agua del acueducto de Girardot*. Anales de ingeniería No. 525, Bogotá, 1938, pág 102.
14. *La fotoelasticimetría en el Laboratorio de Ensayo de Materiales de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Vol. II, No. 7, Bogotá, 1938, pp. 301-310.

15. *Métodos de los ángulos de deformación en la resolución de estructuras indeterminadas*. Revista Ingeniería y Arquitectura, No. 7. Bogotá, 1939, pp. 11-20.
16. *A la memoria de Ricardo Lleras Codazzi*. Con Bateman. A.D. Anales de Ingeniería No. 545, Bogotá, 1940, pp. 181-182.
17. *El aniversario de la Sociedad Colombiana de Ingeniería*. Con Bateman. A.D. Anales de Ingeniería No. 548, Bogotá, 1940, pp. 407-413.
18. *Notas editoriales*. (Honores del General Santander. El aniversario de la Sociedad Colombiana de Ingenieros, 407-413). Anales de Ingeniería No. 548, Bogotá, 1940, pág 406.
19. *Deducción de las fórmulas de Kriso y Baes para el cálculo de la viga Vierendeel por medio de las relaciones de deformación de Bresse*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Vol. III, No. 12. Bogotá, 1940, pp. 397-405.
20. *Resistencia de materiales. Curso dictado en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia*. Dos Tomos. Tres ediciones. Editorial Minerva S.A., Bogotá, 1940 a 1946.
21. *Vigas en voladizo de forma poligonal y circular*. (Respuesta a una consulta de Ciudad Trujillo). Revista Ingeniería y Arquitectura, No. 21. Bogotá, 1941, pp. 15-20.
22. *El método geométrico de Neuber para el trazado de las curvas isopáquicas*. (Traducción del alemán con ampliaciones) Revista Ingeniería y Arquitectura, Vol. II, No. 23,24, abril 1, Bogotá, 1941, pp. 17-23, No. 24 pp. 9-13.
23. *Mecánica aplicada vs. Mecánica racional*. Revista Ingeniería y Arquitectura, Vol. IV, No. 45. Bogotá, 1943, pp.23-25.
24. *Los laboratorios de Ensayo de Materiales*. Revista Ingeniería y Arquitectura, No. 39, Bogotá, 1942, pp. 8-10.
25. *Julio Garavito Armero*. Revista Ingeniería y Arquitectura Vol. II, No. 46, Bogotá, 1942, pp. 7-8, 29-32.
26. *Discurso pronunciado para inaugurar el busto de doctor Julio Garavito*. Anales de Ingeniería, Vol. 51 No. 576 Bogotá, 1943, pp. 148-158.
27. *Sobre la función de tensión en las cúpulas delgadas curvadas de modo cualquiera*. (Traducción y notas adicionales del trabajo de Adolf. J. Pucher, presentado al Quinto congreso de mecánica aplicada). Revista Ingeniería y Arquitectura, Vo. V Nos. 53 a 54. Bogotá, 1943, pp. 25-30.
28. *El empleo del método de Cross en los entramados de varios pisos sometidos a la acción de fuerzas laterales*. Revista Ingeniería y Arquitectura, No. 57, Bogotá, 1944, pág. 28.
29. *Lo que hoy se sabe acerca de las causas de la rotura de los cuerpos sólidos*. Revista de la Universidad Nacional de Colombia, Vol. 1. Bogotá, 1944, pág. 223.

30. *Cursos de Análisis Matemático*. Revista de la Universidad Nacional de Colombia, Vol. 3. Bogotá, 1945, pág. 335.
31. *Una opinión sobre la enseñanza de la resistencia de materiales*. Revista Ingeniería y Arquitectura, No. 62, Bogotá, 1945. pág. 28.
32. *Crítica al estudio titulado: Posible forma d equilibrio del globo terrestre del profesor Belisario Ruiz Wilches*. Revista Universidad Nacional de Colombia, Vol. VI, No. 24, Bogotá, 1945. pág 459.
33. *Algo más sobre la fuerza centrífuga*. (De una polémica sobre fuerza. Véase también No. 71 (1946), pp. 21-23, 77 (1947), pp.3-4, y 80 (1948), pp. 4) Revista Ingeniería y Arquitectura, Vol. IV, Bogotá, 1946.
34. *Crítica al Estudio de una posible forma de equilibrio del globo terrestre*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Vol. 1A, No. 24, septiembre a mayo, Bogotá 1945 a 1946.
35. *Solicitud de un concepto sobre la situación jurídica de la Sociedad con motivo de la sentencia sobre la demanda de la ley 100 de 1937*. Anales de ingeniería, No. 551, Bogotá, 1946.
36. *La obra de Azula Barrera Rafael*. Bolívar, Vol. X. Bogotá, 1952. pág 873.
37. *El profesor Jorge Álvarez Lleras*. Boletín de la Sociedad Geográfica de Colombia, Vol. X, No. 2. Bogotá, 1952. pág 80.
38. *Mutis: creador de una cultura*. Revista de la Universidad Nacional de Colombia, Vol. XVII, No. 17. Bogotá, 1953. pág 203.
39. *Dos aspectos de un problema*. Revista de la Universidad Nacional de Colombia, Vol. XX. Bogotá, 1954. pág 15.
40. *Mesa redonda universitaria. Primera contribución. Vida vicisitudinaria de los conceptos de masa y fuerza en el desarrollo de la mecánica. ¿Qué sabemos sobre ella?*. Editorial Iris. Bogotá, 1954.
41. *Las tablas de la Luna y el Sabio colombiano Julio Garavito*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Vol. IX, Nos. 36 y 37, Bogotá, 1956, pp. 262-266.
42. *Recuento histórico del desarrollo de las matemáticas en Colombia*. Trabajo presentado al primer seminario sobre la enseñanza de las matemáticas en el nivel universitario, 1956.
43. *Discurso de clausura del primer congreso de matemáticas en el nivel universitario*. Empresa Nacional de Publicaciones. Nos. 8 y 9. Bogotá, 1957, pág. 155.
44. *Julio Garavito Armero. El Matemático. Centenario del Sabio Colombiano 1865-1965*. Ministerio de Obras Públicas. Bogotá, 1965, pp. 17-25.
45. *El Proceso de rotura en los materiales de construcción*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Vol. XIII, No. 49, Bogotá, 1967, pp. 115-134.

ESCRITOS SOBRE EDUCACIÓN

Nota preliminar

Se incluyen en este capítulo algunos de los escritos de D. Julio Carrizosa Valenzuela que exponen su pensamiento sobre la educación universitaria, actividad a la cual dedicó toda su vida. Se inicia con una exposición de sus ideas sobre la reforma universitaria que preparó para la *Memoria del Ministro de Educación al Congreso de 1933*, y continúa con nueve escritos que cubren el período de 1942 a 1973, en que, además del profesorado en la Universidad Nacional, y después en la Universidad Pontificia Javeriana y en la Universidad de Santo Tomás, ejerció en varios períodos el cargo de Rector de la Universidad Nacional. Corresponden a discursos para reuniones académicas y a trabajos preparados para explicar y defender la labor que se desarrollaba en la Universidad y sus ideas personales sobre su organización, sus problemas y sus objetivos, temas que creemos siguen teniendo vigencia.

El interés de D. Julio por la educación no se limitó a la educación universitaria. Desde 1928 estuvo vinculado al Gimnasio Moderno y a los sistemas de educación activa. La educación secundaria y su relación con la universitaria, y el establecimiento del año preparatorio, fueron tema de varios de sus escritos. En una de sus cartas familiares de febrero de 1951, y a propósito de la inferioridad de la preparación del bachiller colombiano comparado con la del bachiller europeo, decía: "Tampoco se puede considerar que el joven está destinado a almacenar conocimientos sin tasa y sin medida, pues esto sería caer en el utilitarismo. La segunda enseñanza debe desenvolver armónicamente las facultades de los jóvenes por sí mismas, sin que esto quiera decir que se les atiborre de conocimientos; basta procurarles el gusto, el amor a lo bello, el sentido crítico, y al propio tiempo cierto desarrollo de prensamiento, con cierta facilidad de composición y de estilo. Esto se consigue con la exposición viva de las grandes verdades, las bellezas de la poesía y de la elocuencia, y, en fin, dejando traslucir la parte de moralidad y de bondad que es inherente a las obras de los mejores moralistas, filósofos, historiadores, literatos y poetas si se quiere. Para esto se requieren dos cosas o condiciones: modelos y ejercicios personales. Donde hay ambas cosas como allá, sobre todo modelos verdaderamente clásicos, la enseñanza y educación van conjuntamente sin trabajo mayor de los profesores. Entre nosotros lo que sorprende no son tanto las malas respuestas, sino la falta de discernimiento y de crítica en éllas. Pero, en fin, no quiere darte la lata con discursos pedagógicos". Estas líneas creemos resumen sus ideas sobre la educación secundaria y la importancia que dio a la escuela activa, sistema de enseñanza que impulsó desde su paso por el Ministerio de Educación.

Ernesto Carrizosa Umaña

Complemento a la Nota preliminar sobre Educación

Comienzan los artículos sobre Educación con uno publicado en 1933 siendo Ministro de Educación (1931-1933). Se trata de una reflexión sobre la necesidad de hacer una reforma universitaria, luego de los largos años de la hegemonía conservadora, que había dejado la enseñanza superior con "programas deficientes y métodos vetustos [que] son en gran parte la causa de nuestro atraso cultural." Insiste en que para superar esta situación no basta con una ley orgánica para la Universidad, sino que se requiere también una reforma a la educación primaria y secundaria, como efectivamente se dio con la Ley Orgánica de Educación de 1936 en el Gobierno de López Pumarejo. Y con respecto a la Universidad Nacional hace un análisis muy cuidadoso de cada uno de los aspectos a considerar para superar ese enorme atraso tanto en las universidades públicas como privadas.

Como rector de la Universidad Nacional entre 1942 y 1944 ofrece dos discursos en la ceremonia de graduación de los años 1942 y 1943. Allí señala los cambios que se han dado con las reformas hechas gracias a la ley de 1936 y los avances en las distintas ramas del saber gracias a la unificación en el campus universitario. Destaca en primer lugar la necesidad de mejorar el conocimiento de la ciencia: afirma que la Universidad debe ocuparse tanto de la mecánica celeste como de las aplicaciones en ingeniería, medicina o agricultura para dar unos pocos ejemplos.

Cuatro artículos son dedicados a sus reflexiones sobre la Universidad. En el primero *La universidad y su evolución histórica* (1944) hace un breve recuento sobre su historia, dándole sus comienzos en la Universidad Central de la Ley de Educación de 1826 de Santander. Y aunque señala que la UN ha tenido muchas vicisitudes a través de su historia, jamás llegó a extinguirse su espíritu, a pesar del poco apoyo de algunos gobernantes.

En el segundo *El progreso de la Universidad* (1944) reacciona a las críticas que se le están haciendo a la Universidad por las reformas que se están haciendo desde 1936 tanto por su estructura como académicas. Interesante artículo en el cual compara la "vieja" universidad con la de ese momento y las mejoras en infraestructura: edificios nuevos, residencias estudiantiles, biblioteca, cafetería, como mejoras significativas en cada uno de los programas que se impartían en las distintas facultades. Destaca igualmente las publicaciones: existen siete revistas científicas ...".

Carrizosa entrega la rectoría a Gerardo Molina en 1944, quien lo apoya en la fundación, en 1946, de una Facultad de Ciencias, la primera de nuestro país. El objetivo estimular el estudio de la ciencia ente los jóvenes. El tercer escrito sobre esta facultad (1953) enfatiza el desinterés de los aspirantes al ingreso a la universidad tanto para los estudios de filosofía como los de ciencia. Afirma que de los 850 aspirantes a ingresar a la universidad apenas uno lo hizo por filosofía y 10 por matemáticas, carrera creada en 1951, los demás "se reparten en las carreras trilladas de medicina, odontología, ingeniería civil, derecho, etc." En este artículo compara nuestra situación con la de España, por lo demás muy similar.

El cuarto sobre *La crisis de la Universidad* (1954) enfatiza sobre las distintas polémicas que se han dado por las reformas y que se respira en el ambiente la necesidad de una nueva reforma, pues "algo marcha mal en la universidad de nuestro tiempo." Considera Carrizosa que, desde el movimiento de Córdoba en 1918, se ha querido "hacer de las facultades centros de agitación electoral y no casa de estudios". A Don Julio le tocó asumir los problemas generados por el asesinato de Uriel Gutiérrez y luego la matanza de estudiantes por parte de la policía el 8 y 9 de junio de 1954. lo que lo hizo renunciar a la rectoría y solicitar su retiro para pensionarse de la UN.

Para terminar esta sección sobre Educación se publican tres artículos. El primero sobre sus reflexiones para la preparación de técnicos en Colombia y la diversificación de especialidades en ingeniería. El segundo trata sobre educación matemática, tema desarrollado en la *Primera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática*[38] realizada en Bogotá del 4 al 9 de diciembre de 1961. En su trabajo Carrizosa da algunos pocos detalles de las discusiones realizadas, pero enfatiza la preocupación por la escogencia de material para las diferentes áreas del conocimiento que la necesitan. Las recomendaciones del evento se centran en tres: Formación de Profesores, Mejoramiento de los profesores en ejercicio y Perfeccionamiento de la Enseñanza.

El tercero sobre *El problema de la segunda enseñanza* es una reflexión sobre la calidad de la preparación de nuestros bachilleres. Concluye su análisis con cuatro aspectos a revisar que se resumen en: 1) Seleccionar lo fundamental, lo imprescindible, para enseñarlo adecuadamente; 2) Agruparlo en cuatro grandes ramas: matemáticas, ciencias naturales, lenguas y estudios sociales. 3) Formar un profesorado idóneo y 4) Otorgar el título de bachiller no con criterio excluyente sino providente a través de instituciones que merezcan confianza.

Clara Helena Sánchez

[38] La Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales publicó en 1998 el libro La Historia del Comité Interamericano de Educación Matemática, en el cual se puede apreciar la importancia de este evento.

La Reforma Universitaria[39]

Generalidades

Mucho se ha hablado y escrito entre nosotros sobre la reforma universitaria. Se ha dicho que nuestra Universidad no corresponde a las necesidades actuales del país; que sus programas deficientes y sus métodos vetustos son en gran parte la causa de nuestro atraso cultural, y, por consiguiente, de la falta de hombres dirigentes capaces de desempeñar los puestos principales de la administración pública, y de impulsar las industrias del país. Con frecuencia se acude como remedio a las deficiencias anteriores, la inclusión de una frondosa legislación de algún precepto legal, o una reforma reglamentaria, o una modificación de los programas, o, en fin, un cambio del personal docente. De esta manera se cree poner punto final a todos los males, dando lugar a que se organice la Universidad nueva que necesitamos.

Esta obsesión del precepto legal, como recurso salvador, ha recorrido todo el Continente Suramericano, dando lugar a una multitud de Códigos de Instrucción universitaria, que se modifican cada año, y que nunca han producido los frutos apetecidos. Con razón anota Gustavo Le Bon que esta manía de resolver problemas por medio de códigos y preceptos reglamentarios es una de las características de los pueblos latinos. Como es natural, después de cada código continúa el nivel de cultura tan bajo, o más que antes. Continúa brillando por su ausencia la falta de investigación o de producción científica, y siguen graduándose las mismas mediocridades.

La razón de este fracaso es bien clara: consiste en que la reforma universitaria, o mejor dicho, el éxito de una enseñanza universitaria, no está solamente en la ley orgánica de la Universidad. Tanto es así, que con Códigos muy diferentes, hay universidades que compiten en el adelanto científico y en la acertada preparación profesional de quienes las frecuentan. El mal de la Universidad no está, pues, en el código legal que ha de presidir su desenvolvimiento; no está en que los profesores sean nombrados por concurso, o por libre elección, ni en que un fulano o zutano sea el rector nombrado por el Gobierno o por el profesorado o por los alumnos. No está, en fin, en que la Universidad dependa del ejecutivo o no dependa. Prueba de ello son las Universidades particulares, completamente

[39]Este trabajo forma parte de la Memoria, que como Ministro de Educación, presentó al Congreso de la República en 1933. Fue publicado por la Editorial Cromos, de Bogotá.

autónomas, donde los resultados son tan deficientes y quizás más deficientes, en algunos casos, que en la Universidad Nacional. Las causas de este mal rendimiento de nuestra Universidad son, pues, más remotas y complejas, y difíciles de neutralizar.

En efecto, es necesario comenzar por convenir de una vez que la reforma universitaria no es una empresa que tenga que ver solamente con la Universidad. Esto sería tanto como creer que la reconstrucción de un edificio en ruinas puede llevarse a cabo comenzando por la techumbre, sin cuidarse de las paredes agrietadas y de los cimientos que se hunden. La universidad es una resultante de nuestra instrucción primaria y secundaria. Mientras esta instrucción fundamental adolezca de las grandes deficiencias que estamos palpando, no podemos esperar un rendimiento mayor en la Universidad. De ella tenemos que recoger los frutos que puede dar, sin exigirle al árbol de raíces carcomidas, los mismos frutos que pueda dar el árbol sano.

Deficiencias de nuestra Universidad

Se dice, repito, que nuestra Universidad no corresponde a las necesidades actuales del país. Esto no puede aceptarse sin ciertas restricciones, las cuales vendrán a reforzar el problema, ya que toda exagerada afirmación podría perjudicar la causa de esta reforma general que perseguimos.

Es cierto que la Universidad tiene grandes defectos, pero no puede decirse que ella no corresponde en absoluto a las necesidades del país, o que los títulos que imparte sean el respaldo de la incapacidad, como regla general. Cualquier profesional que visite nuestras actuales Facultades tendrá que convenir en que estas instituciones han progresado mucho. Basta para demostrarlo comparar los programas de estudio de hoy con los de hace diez años. Comparar el material de enseñanza y los laboratorios; comparar su organización actual y el ambiente que hoy se respira en esas facultades, con la organización y ambiente de otras épocas. Progresos estos, por otra parte, bien explicables, pues los establecimientos de enseñanza profesional, son más sensibles que ningún otro al adelanto industrial del país. Mientras nuestros ferrocarriles no pasaron de ser simples proyectos, nuestra ignorancia fue grande en materia de construcción de ferrocarriles; pero llegaron los empréstitos, se multiplicaron las construcciones de los proyectos que hasta entonces no pasaban de ser vanas ilusiones, y al instante nuestros cursos de ferrocarriles en nuestra Facultad se multiplicaron y pronto dispusimos de profesores aptos para llenar estas cátedras, profesores que prepararon profesionales muy competentes, quienes en la pasada prosperidad compitieron ventajosamente con ingenieros extranjeros venidos de todas partes. Algo análogo, podemos decir, estoy seguro, de las demás Facultades. La Universidad, pues, es muy sensible al progreso, y refleja por necesidad natural el adelanto profesional, porque de otro modo los profesionales salidos de su seno se encontrarían desarmados en la lucha por la vida.

Pero, ¿dónde está, se nos dirá, el aporte científico de nuestra Universidad? ¿Dónde los trabajos de investigación? Es verdad que nuestro aporte científico es casi nulo; pero esto mismo podemos decir de todo el continente suramericano. La contribución científica original de nuestro Continente es insignificante, sin que esto quiera decir que la Universidad haya dejado de producir buenos profesionales, según esta obligada a hacerlo, ya que los genios y los hombres de ciencia excepcionales son el producto de un ambiente que aquí no tendremos en muchos años.

No se crea que hacemos estas salvedades para resultar ahora con una apología de nuestra Universidad, ni se crea tampoco que deseamos disimular sus grandes deficiencias. Es nuestro propósito, solamente, colocar el problema dentro de sus límites precisos, para lo cual consideramos necesario comenzar por establecer cuál ha de ser el fin de la Universidad, fin que enuncia Ortega y Gasset de la manera acertada y concreta siguiente: *Se entenderá por Universidad –stricto sensu– la institución en que se enseña al estudiante medio a ser un hombre culto y un buen profesional.*

Hay que aclarar aquí que para Ortega y Gasset cultura no es lo mismo que ciencia, según lo suelen entender muchos. Para Ortega y Gasset, *cultura es el sistema de ideas vivas que cada tiempo posee.* La cultura así comprendida, puede "nutrirse de prejuicios o supuestos empíricos que facilitan la vida y aún la explican, aunque sin merecer el nombre de conceptos científicos. La cultura se compone, mejor dicho, de pedazos de ciencia, para tomar los cuales hay que "desarticula" la ciencia, la que al incorporar estos principios en la cultura, pierde su fisonomía de investigación desinteresada y pura. La cultura tiene, pues, un fin netamente utilitario, dirigido hacia la vida, en cambio, la ciencia es esencialmente desinteresada, y ha de ser cultivada por hombres movidos únicamente por la "fruición" de la investigación[40]

Hay, pues, en la cultura mucho de convencional y pasajero o provisional; sin embargo, sobre algunos de estos postulados del momento, se suelen edificar teorías que han perseguido los sistemas educativos por mucho tiempo, aún después de que tales postulados han desaparecido del continente cultural. Como ejemplo de esto puede ponerse el prejuicio de la enseñanza clásica fundada sobre la exclusiva disciplina de las lenguas muertas, latín y griego; el contenido de nuestros programas de historia, y aun el grupo de materias que componen de manera invariable la enseñanza secundaria desde hace siglos. No es, pues, labor sola de la Universidad proporcionar esta cultura, sino de los grados inferiores y

[40]Ortega, G. J. (1930). *Misión de la universidad: Sobre reforma universitaria.* Madrid: Revista de Occidente.

fundamentales de la enseñanza, donde habrá que revisar los conceptos tradicionales, que son una pesada carga para las necesidades actuales de la vida, a fin de poner los programas en armonía con la vida actual, o sea con la cultura que nos está exigiendo esta época.

La consecuencia o corolario inmediato de la finalidad anterior, la expresa también Ortega y Gasset, así: *La universidad no tolerará en sus usos farsa ninguna, es decir, que sólo pretenderá del estudiante lo que prácticamente puede exigirle.* Y agrega a continuación: *Se evitará, en consecuencia, que el estudiante medio pierda parte de su tiempo en fingir que va a ser un científico. A este fin se eliminará del torso o mínimum de estructura universitaria, la investigación científica propiamente tal.*

Afortunadamente, entre nosotros, este problema no es tan agudo. Nuestras Facultades no han desviado hacia las utopías de la investigación con alumnos que apenas se están informando sobre el ABC de la ciencia aplicada al ejercicio de una profesión. Ni tampoco hemos dedicado nuestra Facultad a dar títulos de doctor en ciencias, etc. En ellas nos hemos reducido a enseñar una profesión y nada más que una profesión, que habilite al estudiante para ganarse la vida, en las condiciones actuales del país. Tenemos, pues, mucho adelantado sobre otros países, donde la Universidad se ha comprometido en un sector de ciencia pura, descuidando el fin inmediato de la Universidad tan claramente establecido por Ortega y Gasset.

Ahora bien, para cumplir el fin anterior ¿qué método habrá de ponerse en práctica? Como en los demás problemas tenemos que contemplar un método en la organización de la universidad, y una metodología en los sistemas de enseñanza. ¿Quedará resuelto el problema de la reforma universitaria con la sola organización administrativa de la Universidad? Es claro que no. Ya lo hemos dicho que nó, pues todavía influirán sobre la universidad, y de manera definitiva, los métodos de enseñanza, y, aún sobre todo esto, los hombres encargados de aplicar estos métodos y de mantener la organización.

Reforma administrativa de la Universidad

Acerca de los métodos administrativos cabe distinguir: Las relaciones de la Universidad con el Estado, o sea la constitución de la Universidad, y, dentro de este estatuto, la elección del profesorado y la función administrativa de los alumnos dentro de la Universidad. Todos estos puntos están contemplados en los proyectos que se han venido presentando a las Cámaras desde la Misión Pedagógica hasta nuestros días. Analicemos brevemente estos aspectos sobre los cuales daremos la opinión que hasta el momento se ha podido formar el Ministerio.

a)–La autonomía universitaria– Creemos necesaria la autonomía universitaria. Esta autonomía debe garantizarse porque con ella se producirá el ambiente más propicio a un favorable desarrollo de la universidad. La autonomía debe ser administrativa y fiscal, y sobre todo fiscal. La Universidad debe poder acordar su presupuesto consultando sus intereses, y gastar las sumas que le asigne la nación con entera libertad respecto de los órganos oficiales que entraban hasta hoy en esa clase de gastos. La universidad debe poder establecer un fondo de reserva, para adquisición de laboratorios, para campañas culturales, etc. Sobre estas bases deberá resolver el estatuto universitario según ha sido reconocido por todos los que han estudiado este problema.

Digo que la autonomía debe ser sólo administrativa y fiscal para distinguir esta autonomía de la autonomía institucional de la Universidad, o de su independencia del Estado, y de la autonomía económica, que han sido propuestos en algunos proyectos. A mi juicio la independencia del Estado es perjudicial para la Universidad y para el Estado. En efecto: es perjudicial para la Universidad, porque el Estado se desentendería inmediatamente del problema de la alta enseñanza y abandonaría a la Universidad a sus propias fuerzas, con grave perjuicio de los intereses de ésta. Por otra parte, la Universidad dejaría de influir en los grados inferiores de la enseñanza que dependen directamente del Estado.

Recíprocamente, el Estado se perjudicaría, porque pierde la dirección suprema de una institución que puede influir poderosamente en su destino. La Universidad independiente del Estado puede llegar a ser un Estado dentro de otro Estado, lo cual obligaría a la intervención del Estado oficial, como ha sucedido en varios países suramericanos que ensayaron sin éxito la autonomía absoluta.

En cuanto a la autonomía económica, bien se comprende que no la puede tener nuestra Universidad, la que recibe todos los recursos del Estado. Tratar de buscarle una independencia económica por los medios ordinarios, sería hacer muy onerosa la enseñanza profesional, o sea, reducir sus beneficios a un círculo restringido de personas pudientes, cosa manifiestamente perjudicial. Queda, pues, solamente la autonomía para administrarse y para invertir los dineros que reciba el Estado como auxilio, autonomía esta suficiente, en opinión de muchos, para que la Universidad llegue a su mayor y más completo desarrollo.

b)–Selección del personal– En cuanto a la elección del personal administrativo, el sistema que se adopte debe garantizar, como es natural, el que a estos puestos solamente lleguen distinguidas personalidades, aptas para desempeñar la tarea administrativa. Este es el problema que confronta el gobierno para todas las secciones de la administración pública, y que no se corregirá sino estableciendo la carrera administrativa, sobre la base de una instrucción profesional dirigida, desde un principio, hacia las cuestiones relacionadas con dicha administración. Como lo hacemos para la instrucción primaria y secundaria en el orden administrativo, es necesario establecer esa carrera siquiera para la instrucción pública, si es que se encuentran dificultades insuperables para resolver el problema de manera general. Conforme a estas observaciones, creo que todos estamos de acuerdo en que los puestos principales de la administración universitaria, como el de Rector de la Universidad y decanos de las Facultades, han de ser llenados con personal elegido por el cuerpo de profesores, con intervención de delegados estudiantiles. Esta práctica tiene ya gran arraigo en la opinión de la Universidad, que en algún departamento ha sido implantada por vía de ensayo, no obstante que la ley establece la práctica que se sigue en la Universidad Nacional. Es este de paso, un ejemplo de la falta de coordinación que existe en todo el país en materia educacionista.

Y pasemos ahora a la elección del personal docente. "No decidirá en la elección del profesorado, dice Ortega y Gasset, el rango que como investigador posee el candidato, sino su talento sintético y sus dotes de profesor". Todos sabemos en efecto, que el investigador poco se cuida de la metodología de la enseñanza, ni menos aún de que sus alumnos aprovechen o no sus explicaciones. Algún profesor muy notable de una Universidad europea me decía que él dictaba sus clases con el único objeto de percibir sus honorarios, los que de otro modo no le serían reconocidos, pero que sólo le daba importancia a sus investigaciones personales.

Sin que lo dicho quiera significar que el espíritu de investigación en el profeorado sea un obstáculo, sino, al contrario, una de las cualidades del profesor, es necesario conceerle a la investigación su valor relativo dentro de las condiciones que debe tener el profesor como educador e instructor de la juventud universitaria.

Como se ve, el problema de la elección del profesorado es el aspecto más difícil de todos los que corresponden a la administración, porque la Universidad será lo que el profesorado haga; de sus métodos y de su talento como instructor de la juventud, dependerá indudablemente el éxito de la enseñanza.

Para algunos, la panacea es el concurso, con el cual creen resolver todas las dificultades; sin embargo, los que así piensan no se han detenido a estudiar por un momento las condiciones que ha de tener un profesor, y la imposibilidad de que estas condiciones sean apreciadas por lo que se suele llamar concurso.

El concurso ante un jurado, sobre determinado programa, en que el aspirante es examinado como un chicuelo de escuela, sobre cuestiones que ha de repetir de memoria, es sencillamente absurdo.

En efecto: si a un concurso semejante se presentan los hombres verdaderamente capacitados, ¿quién podrá desempeñar el papel de juez? ¿Con qué derecho podrá un ignorante en esas materias juzgar de la preparación de los concursantes, si entre ellos está el más capacitado, muchas veces el único que conoce la materia? No es raro que por este motivo casi nunca se presenten a estos concursos los hombres más notables, sino los mediocres que nada tienen que perder sometiéndose a la comedia del examen.

Además de esto, ¿cómo es posible juzgar de las capacidades de un individuo como profesor, de su capacidad sintética, de su condición de educador, de su moral, y de sus cualidades de investigador, por medio de un examen de algunas horas, ante un jurado ignorante de la materia? Todas estas condiciones fundamentales en un profesor escaparían a la prueba del concurso.

El sistema para elegir el profesorado tiene que ser, por consiguiente, muy distinto. Es necesario organizar la carrera del profesorado. Mejor dicho, es necesario adoptar el concurso según otro prospecto; adoptar el concurso permanente, mantenido a todo lo largo de la vida de un profesor. El individuo que por sus aficiones y por las circunstancias especiales en que ha trabajado se especializa en una determinada materia, debe poder ingresar como aspirante a profesor, y debe tener la ocasión de demostrar sus capacidades pedagógicas y demás cualidades que hacen al profesor. De esta manera, cuando falte el profesor titular, este aspirante podrá exhibir suficientes títulos, probados a lo largo de una carrera de aspirante, no solamente por los versados en esta misma materia, sino por los mismo profesionales que al pasar por aquel curso han podido comprobar sus cualidades como profesor. Es, pues, un concurso, pero no de un cuarto de hora o de una hora, sino a lo largo de muchos años.

La carrera del profesorado así entendida es la única solución para la elección de este personal. Debemos aceptar esta solución con todas sus consecuencias, que son: remuneración sufciente del profesorado en ejercicio para que haya alguien que aspire a seguir esta carrera, y una buena ley de retiro que haga posible la circulación de la cátedra entre los varios aspirantes. Estas consecuencias suponen gastos, pero son una condición fundamental para la resolución del problema, el que sería inútil tratar de abordar con argucias de reglamentación que nos desvían de la solución acertada.

c)–Relación de los alumnos con la administración– Pasemos ahora a las relaciones de las directivas de la Universidad con los estudiantes. Parece admitido por todos que una ingerencia moderada de los estudiantes en el Gobierno de la Universidad es no solamente conveniente sino necesaria. Como lo advirtió la Misión Pedagógica, esta intervención resuelve por anticipado ciertos problemas diciplinarios, y transmite, sin obstáculo, hasta el corazón mismo de las directivas, el anhelo estudiantil en donde está muchas veces el reflejo de las necesidades de la sociedad futura, para las cuales se está educando la nueva generación. Además de esto, hay que contemplar el fin de la Universidad, que supone el desarrollo del espíritu de cooperación, no sólo desde los claustros de la Universidad, sino desde los primeros grados de enseñanza. Claro está que esta cooperación debe buscarse teniendo en cuenta la psicología del estudiante que no es la misma que la del hombre adulto. Este es el grave error de la escuela antigua, que asimila al niño a la manera de ser del adulto, y es el error de la universidad tradicional, que considera al adolescente, que está penetrando en la edad juvenil, como idéntico también al hombre maduro. La cooperación hay que establecerla, pues, sobre la base del conocimiento de la psicología del estudiante universitario, o sea, atendiendo a los fenómenos de su actividad, que están influenciados por el hecho de que en tal período de la vida del hombre, el estudiante está saliendo de la adolescencia para entrar en la juventud. Como todos los psicólogos saben, este período se caracteriza principalmente por una permanente inconformidad, la que se traduce muchas veces en manifestaciones de protesta y rebeldía que son la consecuencia del período fisiológico por el que está atravesando el estudiante, el cual todavía no puede presentar una inteligencia madura, y, por consiguiente, no puede aspirar, como lo creen erradamente algunos, a preponderar en la dirección de la universidad.

Pero si se tienen en cuenta todas estas condiciones para establecer una cooperación de los estudiantes con las directivas, podría llegarse a un acuerdo eminentemente benéfico para el éxito de la universidad. Tal cosa ha sido ensayada en casi todas nuestras Facultades, donde se han podido comprobar los buenos resultados.

La reforma de los métodos

Después de estudiar el problema universitario en todas sus fases. Después de analizar las causas de nuestro atraso en la enseñanza profesional, se llega invariablemente a la conclusión a que han llegado otros ilustres hombres de ciencia que se han ocupado en el mismo problema, y que consiste en reconocer que no está el incoveniente en la falta de un buen estatuto, ni de un determinado artículo reglamentario, ni de la confección de admirables programas donde figure todo lo que hoy constituye la ciencia moderna. La solución está en algo muy fácil de enunciar, pero muy difícil de realizar: *en la reforma de los métodos de enseñanza.*

De nada serviría una magnífica organización administrativa y la elaboración de excelentes programas, si se continúan aplicando los métodos pasivos que informan toda la enseñanza universitaria aquí y en otros países. A este respecto, nuestra universidad es un reflejo de la escuela primaria y de la escuela secundaria, donde aún imperanlos métodos de la escuela tradicional, enteramente verbales y abstractos, basados en conferencias que acostumbran al niño a la receptividad pasiva y estéril. Por todas partes hemos visto estos métodos basados en la represión de la personalidad del niño y del joven, o sea, en la subordinación incondicional de esta personalidad al criterio del adulto, con el desconocimiento más completo de las investigaciones que se han hecho sobre lo que es el niño, sobre lo que es el adolescente, sobre lo que es el joven, según hemos dicho ya.

En toda la extensión de la república hemos comprobado esto, cosa no rara, pues en casi toda Europa sucede otro tanto. Con muy pocas excepciones, que no cito para no herir suceptibilidades, y las cuales en nada aminoran la gravedad de nuestro problema educativo, en todas las escuelas se observa la recitación desde el ángulo oscuro y húmedo de la clase, el maestro que escucha siguiendo con los ojos el texto para cerciorarse de la exactitud de la repetición, u oyendo maquinalmente lo que a fuerza de oir durante años ya conoce con sus puntos y comas. Por todas partes la misma recitación con el mismo tono de voz. Sobre Historia, sobre Geografía, sobre Higiene, sobre Castellano, el mismo memorismo. El retrato de Bolívar, por la descripción fiel del aspecto físico del Libertador, descripción que un alumno suspende en el color de los ojos, para que el siguiente continúe hasta el largo de sus brazos, y así hasta terminar con la descripción anatómica contenida en no sé que libro de Historia. A esto hay que agregar la repetición helada del catecismo, sin el complemento de la acción que da vida en el espíritu del niño a las grandes verdades de nuestra Religión.

En todo este cuadro de sombras es justo hacer resaltar los laudables esfuerzos de algunos institutos, tanto laicos como religiosos, donde palpita realmente un gran espíritu de renovación, pues sus dirigentes se han dedicado con ahinco a estudiar las adquisiciones de la ciencia moderna en materia pedagógica, con lo cual han logrado mejorar constantemente su enseñanza. Pero he de insistir en que estos ejemplos son excepcionales.

La Universidad recibe, pues, el producto de toda esta enseñanza pasiva. A sus aulas llegan jóvenes definitivamente formados por los procedimientos de la escuela antigua, y, por lo tanto, acostumbrados solamente a oir la recitación de un texto, para luego repetirla al pie de la letra. Son estos jóvenes incapaces de tomar una conferencia, ni mucho menos de ampliarla consultando otros autores. Para ellos no existe sino el texto, el cual ha de ser la más sintético posible. Muchos de los desórdenes que surgen en la Universidad son producidos por algún profesor renuente a la repetición del texto implacable. Imposible pensar en realizar con este material humano ningún trabajo de seminario, ninguna aplicación de la enseñanza activa en la Universidad, pues la materia prima, que son los estudiantes, está viciada de raíz por diez años de educación anticuada contra los cuales no habrá precepto legal o reglamentario capaz de deshacer en pocas horas el trabajo de todo aquel tiempo.

Nuestra escuela pública, nuestra instrucción secundaria, pesan como un manto de plomo sobre el organismo universitario, que adolece de las mismas deficiencias apuntadas por aquellos dos primeros grados de la instrucción, o sea:

desconocimiento del fin educativo, empleo de métodos tradicionales ineficaces, y falta de personal preparado.

Preparación del personal

Carecemos, pues, de hombres capaces para realizar la renovación que todos deseamos, y, sobre todo, capaces de aplicar los métodos que requiere una buena instrucción profesional en la Universidad.

Como se ve fácilmente, pues, la reforma en nuestra enseñanza no consiste solamente en la reforma de nuestra Universidad, y la reforma de la Universidad no depende de ningún precepto legal o estatuto reglamentario solamente, ni menos aún del nombramiento de determinadas personas al frente de los rectorados o de las cátedras. Esta reforma está concadenada a todo nuestro problema instruccionista, comenzando por el problema de la escuela primaria, y consiste principalmente en la reforma de los métodos, y por lo tanto en la educación del factor humano, o sea de los maestros y profesores. La reforma de la Universidad es una resultante de la reforma de nuestra instrucción, considerada en toda su amplitud, o sea, desde el triple punto de vista de su finalidad, del método en la administración y de la metodología en la enseñanza. Mas como el factor común en todas las medidas aconsejadas para la reforma, es la preparación del personal, la reforma, es, pues, en definitiva, la preparación de los maestros de escuela y de los profesores de la universidad.

Estas son las ideas que tiene el Ministerio sobre la reforma universitaria, desde el punto de vista de su fin inmediato. Ahora bien: la Universidad es también un centro de investigación científica, un lugar en donde tienen lugar estudios desinteresados efectuados por aquellos elementos de selección que sobresalgan entre sus profesores y alumnos “esta es la Universidad además de lo otro” dice Ortega y Gasset. La Universidad debe pues ofrecer un ambiente propicio para el desarrollo de la ciencia pura que es la fuente del progreso industrial y profesional en todos los órdenes. ¿Qué hacer para que este espíritu de investigación se desarrolle en la Universidad? La respuesta es clara: Apoyar a los investigadores que se vayan destacando al través de la labor docente, separándolos de la rutina de la enseñanza, aunque manteniéndolos en contacto con esa enseñanza. Tal es la misión de las Academias, que deben depender de la Universidad, y las cuales habrá que apoyar para que lleguen a ser los centros donde se hace la ciencia. La Academias han llevado entre nosotros, con raras y brillantes excepciones, una existencia opaca para nuestra cultura, a causa de la falta de auxilios que les permita trabajar seriamente. La partida asignada a estas actividades en el presupuesto nacional se considera siempre como algo inútil, que se disminuye o se suprime con la mayor facilidad, sin atender a la trascendencia que esto puede tener para el porvenir del país. Por este procedimiento hemos logrado anular Academias como la de la Lengua, a pesar de que hoy disponemos de elementos que con el menor apoyo darían gloria a nuestro país, y servirían para encauzar la enseñanza del idioma patrio. Lo mismo podemos decir de la Academia de Ciencias Naturales y de la Academia de Ciencias. Todos estos institutos deberían revivirse si se quiere crear el alma de la Universidad y afianzar nuestras tradiciones de pueblo culto.

Discurso a los graduados en la Universidad Nacional (1942)

Señores estudiantes de último año:

El excelentísimo señor Presidente de la República[41], Profesor Honorario de la Universidad Nacional, ha querido solemnizar con su presencia este acto organizado por la Universidad, para despedir a todos los estudiantes que se disponen a dejar las aulas y laboratorios a fin de iniciar su vida profesional.

Para la Universidad tiene este acto sencillo una especial significación: es la primera vez que se realiza, y con él se significa también por primera vez, que todos sus alumnos cualesquiera que sean las profesiones o estudios que hayan seguido, forman parte de esta institución con el mismo título, es decir, sin distinción de jerarquías por la clase de estudios seguidos, consagrando así en el hecho un principio vital para nuestra organización, como es el de que en ciencias no hay categorías. Una es la ciencia y una también tiene que ser nuestra Universidad.

Siendo, pues, el dominio de la ciencia así entendido, ilimitado, ilimitado será también el campo de acción en nuestra Universidad. Este campo se extiende por tanto, desde las más altas abstracciones, hasta las aplicaciones más prácticas; desde el mundo de las nebulosas y estrellas, hasta el de los átomos y electrones. Desde la mecánica celeste, hasta la mecánica aplicada a las fábricas donde se construyen los acorazados y aeroplanos; desde los fenómenos más delicados de la física y la química, hasta las grandes industrias de todo género y las aplicaciones de la ingeniería; desde los organismos vivos y más complejos del presente y del pasado, hasta los seres sólo visibles en el ultramicroscopio; desde las experiencias de la fisiología y de la microbiología, hasta las aplicaciones de la agricultura, de la medicina y de la cirugía; en fin, desde las más altas concepciones de la filosofía y la sociología, hasta la jurisprudencia y la política. Y si a todo esto agregamos –como lo ha hecho ya con innegable acierto nuestra Universidad– el mundo de las bellas artes, presentaremos la particularidad bien interesante, por cierto, de haber reunido para su investigación, enseñanza y aplicación, las artes y las ciencias, es decir, la gracia, la belleza y la verdad que forman el clásico

[41] Alfonso López Pumarejo.

tríptico con el cual se simboliza la más noble aspiración del hombre, el esfuerzo más elevado que se puede proponer una existencia humana.

Pero esta reunión tiene también otro fenómeno importante además que el que acabo de señalar, y es el de establecer los vínculos que habrán de ligar a la Universidad, no ya con sus alumnos, sino con sus antiguos alumnos. La Universidad desea establecer esos vínculos sobre bases menos platónicas que hasta ahora, sobre algo realmente útil, distinto de las solas palabras pronunciadas en momentos como el actual. Estimo para ello que la Universidad debe representar para el antiguo alumno algo que le signifique cierta ayuda en su vida profesional. Esto se conseguiría, quizá, implantando los cursos para graduados, cuyo objeto puede ser el de facilitar el estudio de cuestiones que por su novedad e interés merezcan ser conocidas de los profesionales ex alumnos, y tengan que ser enseñadas por la Universidad, dada su dificultad o la necesidad de establecer para su estudio, instalaciones o laboratorios relativamente costosos. En desarrollo de esta misma idea, podría la Universidad traer grandes profesores especialistas en esas cuestiones y organizar con ellos estos cursos de extensión o especialización que constituirían un vínculo importante entre la Universidad y sus ex alumnos. También puede llegar la Universidad hasta sus antiguos alumnos por medio de publicaciones dirigidas a ilustrar sobre los progresos más recientes de las ciencias y de las artes, con datos bibliográficos completos, capaces de orientar a quienes por su alejamiento de los centros de cultura no tengan más medios de información. Pero también tiene deberes la Universidad para con el porvenir de sus ex alumnos y no estaría de sobra que pudiera aconsejarles o aun prestarles alguna ayuda eficaz, para seguirse orientando en el desempeño de su profesión en la aplicación de los conocimientos adquiridos en la Universidad. Tal cosa se propone hacer por intermedio de la Asociación de Antiguos Alumnos de la Universidad, cuyo Presidente nos honra también con su presencia. Pero si la Universidad, como queda dicho, tiene obligaciones para con sus antiguos alumnos, también es cierto que ellos las tienen para con la Universidad. No sólo para ayudarla con su buen consejo derivado de la práctica de la profesión en sus diferentes ramas, sino también haciéndola partícipe aunque sea en pequeño grado de las ganancias que se hayan obtenido sin duda por causa de la formación recibida en la Universidad. Pero el buen consejo de sus antiguos alumnos es quizá de mayor valor si se tiene en cuenta que los profesionales que aplican la ciencia, son los que conocen antes y mejor que nadie, las mejoras que podrían introducirse en la institución que ha de enseñar esa ciencia.

La Universidad espera, pues, y tiene derecho a esperar mucho de vosotros. Es verdad que no aspira a formar, al cabo de los estudios respectivos al perfecto profesional, porque éste sólo puede formarse al contacto de los problemas de la vida; pero sí aspira a que en cada uno de vosotros se haya formado el temperamento del sabio. Porque sabio no es como se cree comúnmente un hombre que sabe, que lo sabe todo. Tal hombre reducido a saber solamente, no sería más útil para el progreso de la ciencia que una enciclopedia o un diccionario. El verdadero sabio lo es por su deseo de aprender, por su amor a la ciencia; o sea, porque al saber, une la acción científica; es decir, el espíritu de investigación, una curiosidad siempre alerta, una paciencia incansable, y sobre todo una iniciativa extraordinariamente pronta y dispuesta. Todas estas cualidades son las que pueden dar a la vida del profesional su fin más elevado, y son las características del investigador, que debe haber en cada uno de vosotros. Quien al dejar la Universidad no sienta esta sublime inclinación, quien no haya sido contagiado en sus años de estudio con el virus de la investigación, habrá perdido seguramente su tiempo.

La Universidad necesita mucho de vuestra ayuda. Merced sobre todo a la clara compresión del problema y a la tenacidad en resolverlo que tuvo Alfonso López, hoy podemos invocar el nombre de esta Institución, la Universidad, para reunirnos aquí en esta Ciudad destinada a la ciencia; mas, todavía nos falta por recorrer mucho camino, no sólo en lo material, sino en lo espiritual. Sólo hemos cumplido imperfectamente las tres tareas que esta institución debe proponerse realizar. Es, a saber, y como primera de todas, hacer ciencia; es decir, dar a sus instituciones y laboratorios de investigación, el desarrollo adecuado para estudiar nuevos hechos y nuevos fenómenos. La investigación es el alma de una universidad. Sin ella, enseñar la ciencia que es el segundo fin que habrá de proponerse, sería una tarea infructuosa y estéril. También nos falta mucho sobre el tercer fin, que es aplicar esa misma ciencia. El país está esperando a que muchos de sus problemas técnicos sean resueltos con criterio práctico y económico, y esto es lo que corresponde estudiar a las facultades y escuelas donde ha de formarse el experto capaz de aplicar la ciencia que el mismo ha visto crear, pero cuyos hechos permanecerán ignorados al no mediar el técnico capaz de utilizarlos con criterio práctico. La tarea, es, pues, inmensa, y en ello consiste quizá su principal atractivo. Demos gracias a Dios, de que nos permita el podernos consagrar con todas nuestras energías a este noble empeño, a pesar de que en derredor nuestro se cierren las universidades para convertirse en cuarteles, y los hombres de países que iban a la vanguardia de la cultura, desde hace años están viviendo este drama gigantesco sin precedentes, en el cual se contraponen dos concepciones opuestas de la civilización futura de nuestro planeta; de este pequeño globo de tierra perdido en los espacios inmensos, y en el cual pasamos una vida débil y efímera, sin más razón para vivirla que el ideal de justicia y libertad que llevamos en nuestra conciencia y por el cual combate hoy la humanidad. Tengamos fe en que ese ideal triunfará, porque entonces los demás empeños como éste, por atrevidos que parezcan, sí serán plenamente realizables.

Bogotá, 2 de diciembre de 1942

Discurso a los graduados en la Universidad Nacional (1943)

El año pasado iniciamos esta reunión que se ha dado en llamar familiarmente de los "Mosaicos", la que tiene por objeto despedir a quienes por varios años formaron parte de la Universidad como estudiantes, y hoy se disponen a dejarla investidos con un título profesional. Esta práctica que aspiramos a que perdure y se convierta por tanto en una de las tradiciones más respetadas, permitirá presentar cada año como lo hacemos hoy aquí reunidos, al grupo de profesionales que son el resultado de las labores docentes realizadas en las diferentes facultades y escuelas durante el último ciclo de la enseñanza.

Pero antes de esta despedida nos parece oportuno invitaros a reflexionar, así sea brevemente, sobre las obligaciones que habéis contraído para con la sociedad en general y para con la Universidad en particular, y sobre los graves problemas que nos preocupan, de cuya acertada solución estáis tan interesados como nosotros, ya que se trata del futuro de vuestra profesión.

Sería el caso de preguntaros ahora, cuando os disponéis a dejar con alegría seguramente esta institución, que me imagino no sin cierto temor de afrontar esa lucha de competencia que es la vida, -lucha cada día más aguda y en la cual no son muchos los vencedores por desgracia- sería el ¡caso de preguntaros, digo, si la Universidad está cumpliendo realmente el fin que de ella reclama nuestro país, y si ese fin es el mismo a que aspirasteis vosotros después de tantos años de sacrificios para llegar a coronar como lo habéis hecho vuestros estudios. Representáis aquí varias profesiones: medicina, derecho, ingeniería, arquitectura, química, farmacia, veterinaria, odontología,' agronomía y minas, enfermeras, técnicos de laboratorio, las bellas artes y la música. Es pues, el caso de reflexionar si todas estas profesiones tienen en su enseñanza una orientación ajustada a las necesidades del momento porque atraviesa nuestro país, o si, por el contrario, deben ellas ser revisadas fundamentalmente, complementándolas con otras especialidades, o reformando sus programas o métodos de enseñanza.

Mucho se habla hoy de las hondas transformaciones que nos traerá esta guerra cuando la paz próxima o lejana comience a plantear los problemas de todo orden que algunos avistan con inquietud entre las nieblas del porvenir. No hay duda de que habrán de producirse varias y profundas modificaciones del orden social, y por consiguiente, del contenido y las finalidades de nuestra enseñanza superior, ya que ellos son un reflejo de este orden social condenado según los más pesimistas, y optimistas, (no lo sabemos todavía), a sufrir modificaciones esenciales. Empero, si miramos al pasado, única base para nuestras instituciones de lo porvenir, tendríamos que concluir en que esos cambios pueden ser menos trascendentales de lo que algunos auguran. No es que desestimemos la magnitud y trascendencia de los acontecimientos que estamos presenciando, sino que no perdemos de vista que ellos no han sido únicos en la historia de la humanidad, ya que en otras ocasiones tan graves como ésta el mundo pareció estar en los comienzos de transformaciones sin precedentes, y sin embargo, esos acontecimientos vistos al través del tiempo no marcan hoy ningún salto brusco en la curva del progreso que sigue la civilización humana. Quizá han sido y serán mucho más trascendentales para la marcha ulterior de esta civilización, sucesos que pudieron pasar por intrascendentes en su tiempo, como la invención de la imprenta, o el más reciente de la válvula electrónica, cuyas consecuencias han modificado y seguirán modificando indudablemente la marcha de la humanidad, sin que hayan coexistido ni seguido a movimientos sociales de carácter catastrófico.

La naturaleza no evoluciona por saltos bruscos, y aunque este aforismo parece contradicho por la manera de ser del mundo atómico, donde la discontinuidad es la norma, en el campo de los acontecimientos sociales, parece existir una continuidad muy acentuada en el decurso de los años, la que no nos permitiría lógicamente predecir modificaciones extraordinariamente discordantes con el ritmo de sucesos anteriores, sin que esto quiera decir que para el hombre, acostumbrado a medir la trascendencia de las cosas por la duración de su vida, que es solo un instante en el tiempo cósmico, dejen de parecerle extraordinarias las mutaciones que le será dado presenciar después de esta guerra.

De todos modos, sin necesidad de ser profeta, hay que esperar modificaciones del orden social, las que influirán directamente sobre las exigencias de la enseñanza obligándonos a cambiar puntos de vista que parecían hasta hoy bases inmodificables y definitivamente adquiridas en la organización de nuestros planes y prospectos de estudios. ¿Pero en qué sentido se producirán esos cambios? ¿Cuáles habrán de ser ellos? He aquí el problema para nosotros más difícil de resolver que para otras naciones, cuya posición de pueblos directores les permitirá acondicionar a su amaño muchos hechos futuros, mientras nosotros tendremos que esperar los acontecimientos para acomodamos a ellos o luchar contra ellos.

Sea como se quiera, es indudable que la postguerra traerá junto a su cortejo de miseria y postración en lo humano, un gran progreso de la técnica. Tal cosa ha sucedido con todas las guerras, así que hoy, a pesar de la censura se alcanzan a filtrar nuevos resultados sorprendentes en el campo de las ciencias naturales. Así por ejemplo: la aerodinámica y la termodinámica están justificando casi una nueva especialidad de la ingeniería, así como el estudio de la electrónica que también se anuncia como especialidad. La ciencia de los materiales de construcción, las ciencias químicas en general, presentan ya hoy capítulos ignorados antes de la guerra y cuya trascendencia en el estudio futuro de estas ciencias es indiscutible. Iguales hechos se conocen también en el campo de la medicina en general, y en el particular de la cirugía y de las ciencias afines. Todo esto porque la necesidad de aniquilar al adversario exige un trabajo intenso, con recursos inmensos nunca vistos, antes, y, sobre todo nunca antes puestos con tanta generosidad a la disposición de los sabios para mejorar los medios de utilización de la energía mecánica y química, y para la defensa y curación rápida del hombre considerado no tanto como tal sino como soldado; es decir, como uno de los elementos de destrucción y aniquilamiento del enemigo.

Naturalmente, este progreso de la técnica influirá en nuestros programas de estudio en forma imposible de prever todavía, no obstante las muchas conjeturas que se hacen sobre el particular. Vale la pena citar a este respecto la encuesta realizada por la Sociedad Americana para el progreso de la enseñanza de la ingeniería, con el fin de definir este interesante problema del futuro de la profesión. Entre los varios estudios presentados se destaca el del Profesor Compton[42], Premio Nobel, Presidente del Instituto Tecnológico de Massachusetts, una de las escuelas técnicas más grande e importante de los ¡Estados Unidos!. Dicho Profesor comenta en su estudio llamado "El Futuro de la Ingeniería", los trabajos realizados por otros hombres notables sobre este mismo problema y deduce consecuencias del mayor interés que pueden ser aplicables a todas las profesiones. Dice que si se mira al pasado de la Ingeniería, es fácil concluir en que la transformación en los métodos y en el contenido de la enseñanza marcan una tendencia en general hacia la generalización de esta clase de estudios, dándole más importancia a las ciencias básicas que a las especializaciones y siendo menos marcada la tendencia a introducir nuevas ramas en este estudio.

Presenta luego el Profesor Compton puntos de vista de extraordinario interés para penetrar el futuro, como la tendencia americana a desarrollar el lado práctico de las profesiones con perjuicio de los conocimientos de carácter general que forman al investigador. Sostiene que después de la guerra se acentuará la tendencia contraria; es decir, la de formar científicos en una proporción mayor que simples profesionales expertos en aplicar determinadas técnicas ya estereotipadas. Observa que el profesional medio formado en los cuatro años, casi generalmente admitidos para las profesiones técnicas, fracasa cuando se encuentra ante situaciones nuevas, o ante hechos científicos que salen de lo conocido, y cree que para el futuro se extenderán a todas las profesiones los cursos de postgraduados que él considera más eficaces para la formación del investigador. Dice, gráficamente, que entre el investigador y el técnico se puede trazar una línea,

[42]Arthur Holly Compton (1892-1962). Premio Nobel de Física en 1927.

la cual seguramente se correrá del lado del investigador cuando se planeen los programas del porvenir.

Todas estas conclusiones deben obligarnos a pensar menos ligeramente en nuestros problemas, e inducirnos a corregir la tendencia que hemos mostrado hacia un exagerado practicismo en la enseñanza. Pues aunque es verdad, que nuestras organizaciones docentes tienen mucho que aprender de las de otros países, en especial de las de los Estados Unidos, también lo es que no debemos imitarlas en las peculiaridades que ellas mismas están rectificando ahora por ser inconvenientes. Es indudable que aún tenemos mucho que andar hacia una enseñanza más práctica o menos especulativa, pero las conclusiones anteriores nos demuestran que no sería prudente ir demasiado lejos, ni menos abandonar del todo la base general sobre la que se desarrollaron nuestras profesiones, calcadas en la concepción francesa, hoy revalidada, de una amplia preparación científica, la misma que aspira a ver implantada Compton en la enseñanza demasiado pragmática de los Estados Unidos.

Extrañareis que os hable de estas cosas cuando solo se trata de daros una despedida tan cordial y cariñosa como sencilla, mas no siempre tenemos esta feliz oportunidad de reunimos como ahora, en el momento solemne de abandonar la Universidad como estudiantes que habéis sido, para emprender la difícil tarea de sacar un fruto a vuestros conocimientos. Recibid, pues, este afectuoso homenaje de despedida, pero al mismo tiempo recibid también la bienvenida como nuevos profesionales llegados a las filas de los llamados “Antiguos Alumnos”, a quienes es necesario comenzar a enterar de los defectos, y por consiguiente de los designios y aspiraciones de esta institución que necesitará cada día más de vuestras luces, tanto más cuanto no pocos de vosotros están llamados a formar entre sus elementos dirigentes. Y de todos modos sois, repito, el caudal humano con que la Universidad retribuye al país el esfuerzo singular que ha realizado para enriquecer a la sociedad con un grupo cada vez más numeroso de jóvenes educados en el amor a Colombia y a la ciencia. Vais ahora a afrontar la lucha por la existencia en momentos bien difíciles, por cierto, para nuestra patria, cuando acabamos de decidirnos a entregar nuestro modesto contingente material y nuestra gran fuerza moral de hombres libres a la causa de la civilización, decididos a superar todas las obligaciones y responsabilidades que tal actitud puede reportarnos, con entereza y energía. Vosotros, jóvenes profesionales, seguramente tendréis que participar en una parte bien importante del esfuerzo que nos tocará realizar para merecer los beneficios de la victoria próxima o lejana, pero segura. Tendréis que comprender que antes de que nación alguna se viera compelida a empuñar las armas para defenderse, ya la causa de la cultura había recibido el primer ataque con la restricción del pensamiento, el cierre de las universidades o la intervención en ellas de elementos que desvirtuaron el trabajo de los hombres de ciencia. Este primer ataque lo inició Alemania, país que ha considerado la ciencia como medio de destrucción, y cuyas aspiraciones de dominio la han llevado a formar una alianza con un país bárbaro identificándose con él en una concepción industrial y comercial de la guerra, en vista a la dominación del débil, al lucro, al botín, a la conquista y a la destrucción considerada como único medio para vencer; convencida en fin de que la fuerza organizada técnicamente puede llegar a crear el derecho, o de que ella es superior a todo: aun a la verdad, a los tratados, a la palabra empeñada, a las ideas de fraternidad, de respeto del hombre y de las obras realizadas por éste, y adquiridas para la humanidad en siglos de lucha y sufrimiento. Pensó ingenuamente y con una falta de imaginación pasmosa que sería fácil organizar el mundo como un cuartel bajo el dominio de un gobierno poderoso por los medios materiales, del cual dependerían los demás pueblos del viejo y del nuevo mundo, como vasallos dóciles de un llamado nuevo orden que prometía prosperidad sin dignidad y sin honor, porque allí la inteligencia y el respeto por los sentimientos de los demás serían completamente excluidos, subsistiendo solamente la idea de jerarquía basada en mentiras raciales, para situar al nazi en el vértice, debajo las potencias industriales y comerciales, y debajo de todo esto un mundo descabalado donde se agitaría la masa del pueblo orientado por una enseñanza sistemática en vista de colocar a Alemania por encima de todo, y hacer de los demás hombres lo vasallos serviles de ese país.

Pero a este ideal las naciones unidas han opuesto otro bien distinto, por cierto que se resume en dos palabras: libertad y justicia. Por ese ideal lucharemos nosotros también como ciudadanos de un país libre que se ha envanecido siempre de tener más maestros que soldados, pero que también sabe tomar las armas cuantas veces ha visto escarnecidos o amenazados esos dos ideales que forman parte del patrimonio que le legaron los libertadores.

Jóvenes profesionales: vosotros tenéis una abrumadora responsabilidad como artífices del futuro de nuestra nacionalidad y defensores de ella ahora y en una batalla no por incruenta menos temible y fatal en sus resultados, como será la batalla de la paz, cuando tengamos que ganar el lugar qué decorosamente nos corresponda ocupar en el mundo convulsionado y empobrecido de mañana. Es en vuestra juventud ilustrada que corresponde desarrollar una Colombia nueva para una nueva humanidad. A vosotros toca llevar a efecto la síntesis de ideas y principios hoy disociados y contrapuestos antagónicamente por los pueblos bárbaros que nos hacen la guerra. Tendréis que unir como el cuerpo al alma, la organización a la libertad; la prosperidad al respeto por el hombre, y al amor de la civilización y la cultura. Es ésta una grande y noble empresa en la cual os acompañarán siempre con Dios las banderas de la Universidad.

Bogotá, diciembre 4 de 1943.

La Universidad y su evolución histórica

¿Cuál ha sido la influencia de nuestra Universidad Nacional y cómo habrá de modificarse en lo porvenir su organización actual? ¿O cuáles habrán de ser sus tendencias metodológicas y docentes en el futuro?

Son cuestiones éstas bien difíciles de analizar en el breve espacio de una reseña informativa. Sin embargo, la exigüidad del tiempo y del espacio tendrá la ventaja de obligarnos a destacar solamente los hechos sobresalientes de una historia, los cuales señalarán también la dirección según la cual es de esperarse que se realice el progreso futuro.

Históricamente nuestra Universidad Nacional se inició formalmente en la Gran Colombia, cuando por virtud de la Ley del 18 de mayo de 1826, se crearon las tres Universidades de Bogotá, Caracas y Quito, con una organización estatutaria que avanzó para su época muchas de las disposiciones hoy vigentes aún y algunas otras que son todavía apenas una aspiración. No pueden desconocerse, sin embargo, las profundas raíces de nuestra Universidad en las instituciones que desde la colonia alimentaron la sed insaciable de saber que caracterizó los círculos de la Expedición Botánica, o los claustros de San Bartolomé y el Rosario, donde se incubaron las ideas de nuestra emancipación.

Desde aquel año de 1826, hasta nuestros días la Universidad ha sufrido muchas vicisitudes. Ora, disminuida en sus actividades por causa de nuestras guerras civiles, o ya desatendida por el Estado, aunque otras tantas veces enaltecida con medidas reformadoras como la del año 1842, o complementada con organismos técnicos que aún subsisten como aquellos creados por el General Mosquera, o reorganizada en fin de manera completa, como lo fue en 1868, por el Presidente Santos Acosta, y como lo está hoy, en fin, por virtud de la última Ley Orgánica de 1936, inspirada en el propósito de renovación universitaria que alentara la administración del Dr. Alfonso López.

Hay que notar que al través de tantas alternativas de sombra y brillo jamás llegó a extinguirse el espíritu de la Universidad Nacional de Colombia, sino siempre este espíritu correspondió a los anhelos de un país que ha fincado su orgullo en tener más escuelas que soldados, y que desde los tiempos de la colonia expresó su deseo por boca de gobernantes de entonces, de estudiar las riquezas de su suelo, de fomentar las industrias y el estudio de las ciencias, por sobre otras preocupaciones.

Desde 1936, se puede decir que ha entrado nuestra Universidad Nacional en una nueva etapa de su desarrollo histórico. Dueña de una gran extensión de terreno en el propio corazón de la ciudad futura, está llamada a ser también el centro vital de la organización futura de nuestro país, una vez que se puedan llevar a cabo las transformaciones que se prospectaron desde un principio, y cuya realización no es tan remota como parecía entonces según se deduce de la obra hecha en los seis años que lleva de existencia.

Pecaríamos de superficialidad si señaláramos el año de 1936 como el comienzo de nuestra Universidad Nacional, porque si bien es verdad que esta institución recibió en aquel año y por virtud del estatuto legal mencionado su organización formal, no es menos cierto que desde mucho antes existían los organismos que formaron entonces sus institutos y los cuales tuvieron su origen en los mas remotos tiempos de la colonia. No parece interesante tratar de precisar la fecha de origen de esas instituciones que fueron el núcleo de nuestra actual Universidad. Es todavía más importante constatar los dos hechos siguientes que no dejan de sorprender a quienes siguen de cerca el desarrollo de nuestros organismos docentes superiores: el primero de esos hechos es el predominio indiscutible que ha ejercido la Universidad en toda nuestra historia. Su acción de presencia en todas las etapas de nuestras transformaciones políticas o sociales por la influencia de sus hombres; en tales transformaciones porque fueron hombres de nuestra Universidad los gestores de nuestra emancipación y los organizadores de nuestra nacionalidad, y han sido también hombres de nuestra Universidad quienes han regido los destinos de este país, no pocas veces en pugna con aspiraciones de caudillos que no tuvieron arraigo en el pueblo precisamente por su falta de cultura. Así las más de las veces el país ha tenido confianza en sus hombres, no tanto por sus aciertos en empresas guerreras, sino muy al contrario, por sus dotes de hombres de Estado, o por sus conocimientos en alguna de las ramas de las ciencias políticas; en suma, por su prestancia en las aulas. Desde este punto de vista, pues, la Universidad ha sabido corresponder a un ideal nacional, lo cual indica que ha existido siempre entre nosotros a pesar de las vicisitudes porque ha pasado.

El segundo hecho que no deja de sorprender también, es la preocupación científica que ha informado perennemente todos los planes y prospectos de nuestros estudios superiores. Nos referimos al deseo de dar preferencia a los estudios de las ciencias naturales sobre otras ramas de conocimientos de carácter especulativo. Deseo éste indudablemente estimulado por la magna empresa de la Expedición Botánica, la cual llegó a ser para nuestro país algo más que una organización de carácter económico e industrial; es decir, llegó a ser una verdadera

Universidad, cuyos métodos de trabajo necesariamente prácticos, se anticiparon en siglos a los sistemas pedagógicos que se aconsejan en la actualidad.

La Universidad actual es pues una consecuencia obligada de la historia cultural del pasado en sus aspectos anotados: o sea, en el predominio de la Universidad sobre la formación de nuestros dirigentes y en el predominio de la ciencia y de los sistemas activos de enseñanza, que vinculan sus actividades a la realidad del país, por encima de los viejos sistemas dogmáticos y verbalistas instaurados en las colonias, y los cuales tuvieron entre nosotros menos influencia que en ninguna otra parte, por las causas anotadas.

Muy bien plantea todo este pensamiento el Dr. Alfonso López Pumarejo cuando dijo:

> *Nuestras Universidades –expresó el 7 de agosto de 1934– son escuelas académicas, desconectadas de los problemas y los hechos colombianos, que nos obligan con desoladora frecuencia a buscar en los profesionales extranjeros el recurso que los nuestros no pueden ofrecernos para el progreso material o científico de la Nación. Por su parte, el Estado desarrolla su actividad sobre un país desconocido, cuyas posibilidades ignoran generalmente los gobernantes, y sobre el cual se han tejido todo género de leyendas. Los políticos también desconocemos el terreno social que sirve de campo para nuestros experimentos. Y en esa general incertidumbre sobre nuestra propia vida, perdemos el tiempo entregados a divagaciones, a conjeturas, a las teorías mas empíricas, sin que la estadística o las ciencias naturales y sociales nos abrevien y faciliten el trabajo, que en las condiciones actuales es fatalmente ineficaz.*
>
> *De este concepto, que probablemente tratarán de desvirtuar los litigantes, que tienen siempre la excepción en los labios para negar los hechos colombianos más claros, viene la idea que me he formado de que el próximo gobierno debe llenar principalmente una función de educación nacional.*

De esta tenaz preocupación del ilustre Presidente y hoy Profesor Honorario de la Universidad, surgió lo que hoy está en vía de realización: la nueva Universidad Nacional de Colombia, vitalizada por medio de una organización moderna concebida técnicamente, y dotada de elementos materiales adecuados a ella quizá por primera vez en su historia, ya que no pocos de los buenos deseos de renovación universitaria han quedado sólo en palabras; pero hoy los nuevos edificios se levantan en un terreno propio, dispuestos conforme a un plan estudiado técnicamente, el cual consulta la conveniencia no solamente académica, sino económica de una Universidad moderna. En este plan se comprende la instalación de todas las cátedras correspondientes a las tres grandes divisiones del saber humano: ciencias sociales, ciencias naturales, y bellas artes. Se agruparon, pues, estas cátedras en departamentos o institutos alrededor de un centro como se ve en la figura, departamentos que servirán a las distintas facultades conforme al diagrama incluso. [¡Faltan figura y diagrama!]

En esta Universidad se deberá así cumplir con tres funciones primordiales: la investigación científica; la aplicación de la ciencia a la técnica de las profesiones y a la explotación económica del país; y la enseñanza de la ciencia y de las profesiones. De todas estas actividades, la principal es naturalmente, la investigación científica. Una Universidad sin investigación es un organismo muerto que sólo podría transmitir a sus discípulos una ciencia de segunda mano, tomada de los textos y desconectada de las necesidades y realidades de nuestra patria. Por otra parte, esta investigación tiene que ser desinteresada y por lo tanto tiene que estar libre de apremios de todo género. No puede estar dirigida en un sentido utilitarista, pues el investigador trabaja generalmente por mera pasión o afición a las ciencias. Sus descubrimientos pueden aparecer como desconectados de las necesidades industriales del momento, o sin objeto práctico aparente; sin embargo, casi siempre ha sucedido que tarde o temprano estos descubrimientos encuentran su justificación. Así, por ejemplo, sin el descubrimiento del cálculo tensorial que fué calificado como de cosa inútil por los hombres prácticos, hoy no se pudiera edificar la física moderna; así mismo, sin las elevadas y abstractas teorías de Maxwell no existiría quizás hoy la técnica de la telegrafía o de la telefonía inalámbricas.

La segunda misión es una consecuencia de la primera y ella sí debe tener un carácter eminentemente práctico y utilitario. Aparece como de mayor interés que aquélla; mas como se acaba de decir, tal interés es secundario no obstante su gran importancia para la economía de un país, porque sin investigación científica desinteresada, no podría cumplirse plenamente ésta, ni podría realizarse tampoco la tercera misión de la Universidad que es la enseñanza, la cual depende por entero de que la Universidad pueda satisfacer cumplidamente sus dos objetivos anteriores.

En cuanto al tercer objetivo o misión de la Universidad que es la enseñanza, tampoco podría realizarse sin los investigadores capaces de crear ciencia. Porque, en efecto, los métodos pedagógicos de la actualidad preconizan la enseñanza activa desde la escuela primaria hasta los últimos centros docentes superiores. En la Universidad este método consiste, como dice Ramón y Cajal, en contagiar al estudiante transmitiéndole el virus de la pasión por la investigación científica desinteresada. Mas, para que tal contagio sea posible, es necesario ante todo que los profesores padezcan la enfermedad; es decir, que sean sabios y que hayan demostrado que sus actividades como tales merecen figurar en la Universidad. El estudiante habrá de trabajar por consiguiente en compañía de su profesor, hasta llegar a adquirir la misma pasión por la ciencia, tal es el propio método pedagógico universitario de la actualidad, el cual supone, como se acaba de decir, un equipo de investigadores de primer orden si se quiere que el profesional tenga la base científica que se exige del profesional y que requieren los tiempos que vivimos.

En cuanto a las transformaciones que haya de sufrir nuestra Universidad en el futuro, no nos parece fácil precisar aún nada, más si se tiene en cuenta la situación actual del mundo empeñado en una guerra de consecuencias imposibles de prever. Esto aparte de que la labor de profeta es bien ingrata por cierto, sobre todo si esta labor se ejercita en el propio país. Mucho se ha hablado hoy de las hondas transformaciones que nos traerá esta guerra cuando la paz próxima o lejana comience a plantear los problemas de todo orden que algunos advierten con inquietud entre las nieblas del porvenir. No hay duda de que habrán de producirse varias y profundas modificaciones del orden social, y por consiguiente del contenido y de las finalidades de nuestra enseñanza superior, ya que ellos son un reflejo de este orden social, condenado según los más pesimistas, y optimistas (no lo sabemos todavía), a sufrir modificaciones esenciales. Empero, si miramos al pasado, única base para nuestras intuiciones de lo porvenir, tendríamos que concluir en que esos cambios pueden ser menos trascendentales de lo que algunos auguran. No es que desestimemos la magnitud y trascendencia de los acontecimientos que estamos presenciando, pero no perdemos de vista que ellos no han sido únicos en la historia de la humanidad, ya que en otras ocasiones tan graves como ésta el mundo pareció estar en los comienzos de transformaciones sin precedentes; no obstante, esos acontecimientos vistos hoy al través del tiempo, no marcan ningún salto brusco en la curva del progreso que sigue la civilización humana. Quizá han sido y serán mucho más trascendentales para la marcha ulterior de esta civilización, sucesos que pudieron parecer intrascendentes en su tiempo, como la invención de la imprenta, o el más reciente de la válvula electrónica, cuyas consecuencias han modificado y seguirán modificando la marcha de la humanidad aunque no hayan coexistido ni sean la consecuencia de movimientos sociales de carácter catastrófico.

La naturaleza no evoluciona por saltos bruscos, y aunque este aforismo parece contradicho por la manera de ser del mundo atómico, donde la discontinuidad es la norma, en el campo de los acontecimientos sociales parece existir una continuidad muy acentuada en el decurso de los años, hecho éste que no nos permitiría lógicamente predecir modificaciones extraordinariamente discordantes con el ritmo de sucesos anteriores, sin que ésto quiera decir que para el hombre, acostumbrado a medir la trascendencia de las cosas por la duración de la vida, que es sólo un instante en el tiempo cósmico, dejen de parecerle extraordinarias las mutaciones que le será dado presenciar después de esta guerra.

De todos modos quizás habrá que esperar modificaciones del orden social, las que influirán directamente sobre las exigencias de la enseñanza obligándonos a cambiar puntos de vista que parecen hoy bases inmodificables y definitivamente adquiridas en la organización de nuestros planes y prospectos de estudios.

¿Pero en qué sentido se producirán esos cambios? ¿Cuáles habrán de ser ellos?

He aquí el problema para nosotros más difícil de resolver que para otras naciones, cuya posición de pueblos directores les permitirá acondicionar a su amaño muchos hechos futuros, mientras nosotros tendremos que esperar los acontecimientos para acomodarnos a ellos o luchar contra ellos.

Sea como se quiera, es indudable que la post-guerra traerá junto a su cortejo de miseria y postración en lo humano, un gran progreso de la técnica. Tal cosa ha sucedido con todas las guerras, así que hoy, a pesar de la censura se alcanzan a filtrar nuevos resultados sorprendentes en el campo de las ciencias naturales. Todo esto porque la necesidad de aniquilar al adversario exige un trabajo intenso, con recursos inmensos nunca vistos antes, y, sobre todo nunca antes puestos con tanta generosidad a la disposición de los sabios para mejorar los medios de utilización de la energía mecánica y química, y para la defensa y curación rápida del hombre considerado no tanto como tal sino como soldado; es decir, como uno de los elementos de destrucción y aniquilamiento del enemigo.

Naturalmente, este progreso de la técnica influirá en nuestros programas de estudio en forma imposible de prever todavía, no obstante las muchas conjeturas que se hacen sobre el particular. De estudios realizados recientemente con el fin de descubrir y precisar estas transformaciones es opinión de los más autorizados que la modificación de los métodos y del contenido de la enseñanza se producirá en general hacia la generalización de los estudios, dándole más importancia a las ciencias básicas que a las especializaciones y siendo menos marcada la tendencia a introducir nuevas ramas en los estudios universitarios. Parece que la tendencia americana a desarrollar el lado práctico de las profesiones con perjuicio de los conocimientos de carácter general que forman al investigador, está siendo criticada duramente en los Estados Unidos. Se sostiene allí por científicos de la talla de Compton(1892 - 1962)[43], Presidente del Instituto Tecnológico de Massachusetts y Premio Nobel, que después de la guerra se acentuará la tendencia contraria, es decir, la de formar científicos en una proporción mayor que simples profesionales expertos en aplicar determinadas técnicas ya estereotipadas. Observa, Compton, que el profesional medio, formado en los cuatro años, casi generalmente admitidos para las profesiones técnicas, fracasa cuando se encuentra ante situaciones nuevas, o ante hechos científicos que se salen de lo conocido,

[43]Arthur Compton, Premio Nobel de Física de 1927.

y cree que para el futuro se extenderán a todas las profesiones los cursos de post-graduados que él considera más eficaces para la formación del investigador.

Estas conclusiones deben obligarnos a pensar menos ligeramente en nuestros problemas y a prevenirnos contra la tendencia de exagerar el practicismo en la enseñanza. Pues aunque es verdad que nuestras organizaciones docentes tienen mucho que aprender de las de otros países, en especial de las de Estados Unidos, también es verdad que no debemos imitarlas en las peculiaridades que ellos mismos están rectificando ahora por inconvenientes. Es indudable que aún tenemos mucho que andar hacia una enseñanza más práctica y menos especulativa, pero las conclusiones anteriores nos demuestran que no sería prudente ir demasiado lejos, ni menos abandonar del todo la base general sobre la que se desarrollaron antes nuestras profesiones calcadas en la concepción europea, hoy revalidada, de una amplia preparación científica. Se puede, pues afirmar que la Universidad del futuro seguirá manteniendo en primer término y como misión primordial la investigación científica, realizada por sabios dedicados a ella con espíritu independiente y desinteresado, quizá más ayudados que antes con los recursos del Estado, y con la cooperación mas estrecha de las industrias del país, y respaldada sobre todo con el respeto por el hombre y el amor a la civilización y la cultura, que serán los objetivos seguramente alcanzados al fin de esta guerra.

Bogotá, marzo 6 de 1944

El progreso de la Universidad Nacional

Se cuenta que hace ya muchos años uno de nuestros hombres de empresa, recién llegado entonces de Europa, donde había adelantado estudios de Ingeniería, quiso dar a su pueblo natal una prueba de afecto dejándole alguna obra que demostrara no sólo su generosidad sino la importancia de los estudios por él realizados.

Con muy buen acierto decidió después de mucho pensarlo que la mejor obra, la más necesaria por el momento, era dotar a la población con una planta de luz. Era hombre acaudalado y no quiso derivar de aquella empresa ningún beneficio pecuniario, así que sin exigir ayuda distinta de la buena voluntad de sus paisanos puso manos a la obra. Mas, con no poca sorpresa notó desde el primer momento que en lugar de la buena voluntad que era de esperarse encontraba la oposición, no por velada menos efectiva, de las personas más influyentes de la localidad, quienes le auguraban toda clase de fracasos en su benéfica empresa. Sin amedrentarse por aquella actitud que él atribuía al desconocimiento completo de la técnica, bien explicable por cierto, continuó solo en su propósito. Ora contra el alcalde, ora contra el consejo municipal o ya contra sus propios y mas íntimos amigos, al fin coronó el éxito sus esfuerzos y pudo llevar la fuerza eléctrica hasta su propia casa, único lugar donde se le permitieron instalar las primeras bombillas que esa noche asombraron a sus habitantes con sus brillantes fulgores. Lleno de alegría por aquel triunfo invitó al más recalcitrante de sus opositores que lo era el propio Presidente del Consejo, y mostrándole el primer foco pendiente del centro de su habitación hízole notar la diferencia de su luz con la de una humilde vela de las entonces usadas, la que había encendido de propósito para mayor contraste. Nuestro opositor pasaba su mirada de la bombilla a la modesta luminaria y de ésta al rostro radiante de nuestro ingeniero, hasta que por fin pudo hablar y dijo: Realmente usted tenía razón. Esta luz es bien brillante por cierto, pero en cambio aquella vela es mucho mas útil porque puede llevarse de un lugar a otro, mientras que su bombilla tendría que mantenerse siempre colgada de esa cuerda.

Pero la historia se repite: –hace algunos años también Alfonso López, luchando contra la incomprensión de los dómines resolvió dotar a la Universidad Colombiana de terreno, edificios, laboratorios y un Estatuto que le sacara del marasmo en que se hallaba. La obra se realizó a pesar de incontables dificultades, y cuando después de haber realizado en gran parte este inmenso anhelo, cuando la Ciudad Universitaria por virtud de su esfuerzo y de su fe en estas cosas de la cultura, y del esfuerzo sostenido por continuadores del mismo empeño, como Eduardo Santos, franquea las puertas del éxito, y es visitada por hombres de ciencias de todos los países; cuando esta grande obra se ha convertido en un lugar de cita de todas las personas importantes que nos visitan, como si se tratara de una realización única en el continente hispano-americano, surgen de nuevo los pontífices y dicen: todo esto está muy bien, pero a la Universidad le falta espíritu, era muy superior la nuestra de hace veinte años. Entonces si se discutían los problemas nacionales. En aquella época sí había ambiente. Es decir: la vela brilla más que la bombilla de nuestro cuento.

De manera, pues, que por el solo hecho de haber trasladado aquellas tres facultades desconectadas entre sí, sin bibliotecas, sin edificios, sin laboratorios, a sus nuevas instalaciones de la Ciudad Universitaria, construidas de acuerdo con una plan científico, llenas de luz y de belleza, el espíritu ha desaparecido. Se ha quedado en los cafés nauseabundos que servían de marco a los edificios destartalados y sucios donde antes estaban. Nada significa para ellos –nuestros rígidos censores– el que en lugar de las tres facultades de aquella época tengamos hoy diez, sin contar los institutos y demás servicios universitario. Diez facultades entre las cuales hay varias de renombre continental y que han merecido el elogio desinteresado de personas que las han podido comparar con sus similares de otros países.

Nada significa que la Facultad de Derecho, en lugar de veinte profesores tenga hoy sesenta y seis, y que sus programas de estudio comprendan gran número de cátedras que antes no existían porque en aquellas dichosas épocas este instituto estaba de espaldas a la realidad social de su época. Era entonces una Facultad carente de libertad intelectual donde hubiera sido un crimen hacer el debate amplio que se hace hoy del problema social y de cualquiera otra cuestión que envuelva un conflicto de ideas. Hoy todos pueden decir allí su verdad, así sean los partidarios del marxismo o los propugnadores de otras ideas diametralmente contrarias. La Facultad de hoy con sus nuevas cátedras, con seminarios donde se estimula la investigación en contra del verbalismo de otras épocas; con una biblioteca puesta al día y con un profesorado selectísimo, y en medio de un ambiente de libertad y tolerancia que nunca antes se viera es indubitablemente superior a todo lo que se vió antes.

Nada significa que el estudiantado de hoy intervenga en la parte que a ellos concierne, en el gobierno de la Universidad, ni que hayamos pasado de los reglamentos conventuales, repletos de disposiciones coercitivas verdaderamente medievales, tendientes todas ellas a implantar una disciplina cuartelaria para ahogar los reclamos de los estudiantes y desoír sus aspiraciones mejor intencionadas. Porque la Universidad tiene a su favor el haber ensayado con éxito antes que muchos la representación estudiantil en sus directivas. Qué comparación con las épocas en que las publicaciones estudiantiles tenían que imprimirse subrepticiamente, y bajo seudónimo, como pasquines, porque había pena de expulsión por el menor irrespeto; por la crítica más insignificante.

Nada significa la organización de un profesorado sobre la base de concursos a los cuales puede presentarse quienquiera tenga los títulos y méritos académicos del caso, pero sin distinción de personas o ideas.

Nada significa que la Universidad haya dejado de ser una agrupación burocrática de facultades inconexas, tabicadas por decirlo así en compartimentos impermeables, para convertirse en la verdadera Universidad de hoy, donde lo que repercute en una parte repercute en la otra; de manera que las distintas ramas del saber que en ellas se enseña puedan reaccionar recíprocamente: las matemáticas sobre la física, la física sobra la química, la química sobre la biología, las ciencias de la naturaleza sobre las ciencias del espíritu, y todo lo anterior sobre el arte y la literatura.

Nada significa que la Facultad de Ingeniería se haya transformado hasta tal punto que no hay siquiera la posibilidad de comparar su plan de estudios actual con el de hace veinte años, porque la mayoría de las cátedras de cursos superiores son de reciente creación. En aquellos dichosos tiempos no había biblioteca, o si la había se mantenía cerrada y sus libros eran viejos tratados con pie de imprenta del siglo dieciocho o atrás. ¿En cuanto a revistas? Para qué hablar. En seis años de estudios jamás pudimos ojear ninguna. Tampoco disponíamos de los elementos mas necesarios para la enseñanza. Solo había un teodolito que se nos mostraba de lejos. Ni que pensar en otra clase de laboratorios como el de ensayo de materiales. Sólo en pintura veíamos las máquinas. Hoy el laboratorio de resistencia de materiales y el de física ocupa todo un edificio y está dotado con un instrumental y maquinaria tan completo como no lo hay en muchas universidades de Estados Unidos. Pero no es éste un laboratorio muerto o entregado a trabajos académicos desconectados de la realidad del país, sino al contrario, son estos laboratorios los que están ayudando no solo a la enseñanza sino al establecimiento de las nuevas especificaciones para carreteras. En ellos se han dictado cursos de perfeccionamiento por los cuales han desfilado casi todos los ingenieros de carreteras que trabajan en el país, y ellos también han contribuido a la formación de otros laboratorios de carácter nacional que trabajan en estrecha correspondencia con la Universidad. Y si de estos laboratorios hemos hablado es porque son los últimos establecidos definitivamente en la Ciudad Universitaria, pero al lado de ellos están los de la Facultad de Medicina Veterinaria cuya contribución científica beneficia directamente el progreso nacional y los cuales están en plena actividad. Igual cosa sucede con los de fisiología de la Facultad de Medicina, donde se estudia incansablemente el biotipo colombiano, y se preparan tesis de investigación del más alto valor científico.

Nada significan tampoco las publicaciones de la Universidad. Existen siete revistas científicas que son el órgano de publicidad de las diversas Facultades y Escuelas o servicios universitarios. En estas revistas se exponen los resultados que merecen la pena de ser relacionados, y se exponen de manera sobria y sintética, como es de recibo para publicaciones de esta índole que deben mantenerse alejadas del estilo periodístico porque no buscan el reclamo sino la información de los interesados. Los científicos no buscan la prensa periódica ordinaria para insertar sus trabajos porque se desacreditarían. Todo trabajo científico que aparezca en la prensa diaria, y que pretenda atraer por la forma y su presentación es profundamente sospechoso.

Nada significa el que se nos visite por lo que estamos haciendo. Hace poco tuvimos la oportunidad de recibir una misión venezolana que vino a estudiar nuestra Universidad, a conocer los planes desarrollados, y la nueva organización implantada, en todo lo cual encontraron muchas cosas dignas de imitación. Naturalmente, nuestros pontífices censores aprovecharon la oportunidad para publicar las diatribas correspondientes, hechas bien a la ligera por cierto, pero suficientes para que esta misión que desgraciadamente no pudo ver la Universidad funcionando, llevara una impresión inexacta de lo que somos y de lo que tenemos como enseñanza superior. Nada significa, pues que nuestra Facultad de Medicina Veterinaria en particular sea solicitada por estudiantes de otros países y que sus egresados de hace poco estén dirigiendo institutos similares de reciente formación en otras partes. Nada significa que el Instituto de Radium haya preparado un personal de expertos que esté dirigiendo esta clase de servicios y de investigaciones en otras naciones de América.

Nada significa que otros países nos hayan copiado en la organización de sus institutos superiores, sobre todo en la organización del profesorado en secciones, cada una de las cuales propende por la regularización de los programas y por el progreso de la enseñanza o de la investigación en las asignaturas de su sección.

Nada significa tampoco que entre las facultades nuevas creadas durante este periodo figure la Facultad de Química, ni que el gran edificio destinado a esta clase de enseñanza para toda la Universidad esté en construcción, y haya más de doscientos alumnos dedicados a este estudio en el cual tiene fincadas el país tantas esperanzas, ya que su desarrollo industrial dependerá muy estrechamente de esta clase de científicos. Se sigue diciendo, sin embargo, que la Universidad no se ha preocupado por desarrollar los estudios de esta clase, y que no hemos trabajado por la derivación de la juventud hacia ramas más útiles del conocimiento.

Nada significa que se hayan construido dos residencias espléndidas que pueden albergar mas de doscientos estudiantes, donde se les brinda la posibilidad de alojarse con gran comodidad y decoro, servidos como en un hotel decente, en lugar de los viejos tugurios antihigiénicos de esas felices épocas que ahora se añoran. Ni se tiene en cuenta que hoy el estudiantado todo de la Universidad Nacional está protegido contra la enfermedad, pues dispone de médico, drogas y hospitalización por la suma insignificante de cinco pesos al año. Este servicio social de la Universidad es a mi juicio, uno de los progresos más grandes realizados hasta hora, y el cual llama la atención al extranjero desde el primer momento, porque no tiene paralelo en otros institutos similares.

Nada, en fin, significa, nada cuando se necesita denigrar por denigrar y para salir del apuro ante las cuartillas que espera el linotipo, y bajo la influencia de la última charla de café. Para ellos siempre será mejor la vela del cuento que la bombilla. Empero, yo estimo que la Universidad es algo demasiado serio, demasiado grande entre nosotros para condenarla sin oirla al fallo de los diletantes.

Bogotá, marzo 25 de 1944

Nuestra Facultad de Ciencias[44]

De los ochocientos cincuenta (850) bachilleres aspirantes a ingresar en la Universidad, hay uno para filosofía y letras; y diez que desean estudiar matemáticas en la Facultad de Ciencias. Los demás se reparten en las carreras trilladas de Medicina, Odontología, Ingeniería Civil, Derecho, etc. El estudio de la Ciencia pura, y en particular de las matemáticas puras no atrae a nuestra juventud que nada espera al parecer de un estudio desinteresado, de la ciencia por la ciencia. ¿Estaremos confrontando la misma incapacidad para las grandes lucubraciones filosóficas y científicas de que se han dolido tanto los españoles desde el benedictino FEIJOÓ hasta nuestros días, pasando por la célebre "polémica de la ciencia española" adelantada por MENÉNDEZ Y PELAYO[45], y renovada por el gran RAMÓN Y CAJAL[46] La dolorosa verdad es que si se repasan los nombres de los grandes matemáticos que han contribuido con labor creadora al adelanto de las matemáticas, no encontramos un solo hispanoamericano. Las raíces de esta ciencia tienen eso sí un origen evidentemente egipcio, indio, y arábigo, que fue fusionándose a través de España y las traducciones de la Escuela de Toledo hasta el siglo XIII, durante el cual, al decir de los historiadores de la ciencia, hay un equilibrio entre las aportaciones cristianas, árabes y judías, con evidente predominio de las cristianas a fines de la centuria. Después hasta el siglo XVI brilla en España una pléyade de matemáticos ilustres, hasta el punto de que la Universidad de París, se proveyó de ellos evitándose así la ruina total de los estudios matemáticos en la Sorbona. Pero pasado este siglo de oro de la ciencia matemática española, nuestra raza pierde las riendas del progreso, desde entonces a hoy pasan, definitivamente, a otras manos.

¿Causas? – Se ha discutido mucho para tratar de dilucidar este punto. FEIJOÓ en sus *Cartas Eruditas*, apunta seis que pueden resumirse así: "corto alcance de algunos de nuestros profesores". Es así como el ilustre benedictino se duele de la preocupación contra DESCARTES. Finalmente anota también el prurito de dar en calificar de irreligiosas las nuevas luces, y advierte que en ello hay mucho

[44]En este artículo de 1953 Julio Carrizosa Valenzuela hace una comparación con lo que pasaba en España por la misma época.

[45]Marcelino Menéndez y Pelayo (1856-1912)

[46]Santiago Ramón y Cajal (1852-1934), Premio Nobel, 1906.

de envidia. Todas estas causas al parecer ínfimas, según él, se integran y son la fuerza que inhibe para el progreso.

Menéndez y Pelayo se pregunta: "¿Procederá, por ventura, ese mal sino nuestro de las gotas de sangre semítica que corren mezcladas con la Ibérica?".– Y más adelante: "¿Sería la causa la intolerancia religiosa?– ¿Habremos de acudir al desesperado recurso de echar el muerto a la Inquisición ...?- Todo esto lo descarta Don Marcelino, pero concluye: "No el idealismo, sino el utilitarismo (¿quién lo diría?), eso que hoy, con alusión a los yankees, se llama Americanismo, es, a mis ojos, una de las principales causas de nuestra decadencia científica, después del brillantísimo momento del siglo XVI". Antes había dicho: lo que más ha faltado a nuestra ciencia en los tiempos modernos es desinterés científico... Dios ha negado a España hasta la hora presente un gran geómetra si por ello se entiende un émulo de Euclides, de Leibnitz o de Newton. "Pero en cambio, abundan, y son de mérito indisputable, los científicos que pudiéramos llamar útiles, en el sentido en que lo útil se contrapone, no solo a lo bello sino a la pura ciencia."

Los americanos también hemos discutido largo y tendido acerca de nuestra congénita inhabilidad para las grandes lucubraciones filosóficas. Como lo afirma Alberdi: "en América no es admisible la filosofía en otro carácter que en el de la filosofía aplicada a los objetos de un interés más inmediato para nosotros"... "no la filosofía en sí, no la filosofía aplicada al mecanismo de las sensaciones, no la filosofía aplicada a la teoría abstracta de las ciencias humanas." En estos aspectos, "la América practica lo que piensa la Europa". "Se deja ver bien claramente, que el rol de la América en los trabajos actuales de la civilización del mundo, es del todo positivo y de aplicación. La abstracción pura, la metafísica, en si, no echará raíces en América", dice Alberdi[47].

¿Remedio? .– Tanto Menéndez y Pelayo como Ramón y Cajal acuden a diversos remedios y fórmulas para la "regeneración" de España. Cajal aboga por un franco y activo intercambio que permita la inoculación y el contagio, desde los focos científicos hacia nuestros centros donde la investigación aparece estancada o enervada. La panacea de Cajal es, pues, remozar el profesorado enviando sus elementos más jóvenes a estudiar en los centros de mayor progreso científico, y al mismo tiempo traer también profesores y hombres de ciencia que preparen el ambiente para una vigorosa renovación. En pocas palabras; romper diques para que la ciencia mundial por vasos comunicantes inunde nuestros seminarios y laboratorios. Para Menéndez y Pelayo los remedios son diferentes en la tesis principal que propugna. Como lo observa muy donosamente Laín Entralgo[48], Don Marcelino no ofrece a los españoles un proyecto cultural, sino un retroyecto; es decir, volver al pasado nunca bien apreciado y comprendido; reparar la urdimbre del tejido histórico, rota desde el siglo XVI, para seguir tejiendo en

[47]Juan Bautista Alberdi (1810-1884)

[48]Pedro Laín Entralgo (1908-2001), médico, historiador y filósofo español.

ella el proceso de la vida científica nacional en todas sus fases y direcciones. Sin embargo, da también soluciones menos retrospectivas y más prácticas: "Cuando tengamos una Facultad de Ciencias – dice – constituida con amplios medios de investigación, cuyos umbrales no traspase nadie cuya vocación científica no hubiera sido aquilatada con rigurosísimas pruebas, etc., y cuando en el ánimo de grandes y pequeños penetre la noción del respeto con que estas cosas deben ser tratadas, podremos decir que ha sonado la hora de la regeneración científica de España. Y para ello hay que empezar por convencer a los españoles de la sublime utilidad de la ciencia inútil".

Sublime utilidad de la ciencia inútil: meditemos aunque sea brevemente en estas palabras que pudieran retraer a muchos del ejercicio de estas ciencias, pues ¿acaso la matemática no es una de esas ciencias útiles a fuer de inútiles?. En verdad algunas lucubraciones de esta disciplina se han considerado así . No obstante, al cabo del tiempo, tales teorías encuentran una aplicación nunca soñada por sus mismos creadores, por ejemplo: las teorías recientes de la mecánica relativista: sin la creación del cálculo tensorial, tales concepciones relativistas, hubieran sido poco menos que imposibles de expresar, y, sin embargo, ni Ricci ni Levi–Civita previeron que el nuevo instrumento por ellos creado tuviera una aplicación tan transcendental e inmediata. Hay muchos ejemplos en la historia de las matemáticas por este estilo, lo cual se debe a que en matemáticas las teorías establecidas ni mueren, ni pasan de moda. Aun nos persiguen las famosas paradojas de Zenón, de hace 2.400 años, y en el fondo de los conflictos de hoy se alcanza a escuchar el eco de disputas que surgieron hace cientos de años. En matemáticas, más que en ninguna otra cosa, nadie sabe para quien trabaja; tal es la razón de que lucubraciones al parecer inútiles, realizadas por matemáticos que laboran estimulados por la sola fruición de penetrar en lo desconocido, sin la esperanza de que sus teorías lleguen a significar jamás nada útil, pueden resurgir cuando menos se espera, y figurar en ciencias nada especulativas.

Que las matemáticas son inmortales e imperecederas y que nada de lo que se piense hoy con sentido y coherencia matemáticos deja de tener un puesto en el acervo de esta ciencia acumulado durante miles de años, quizás no sea suficiente para que las vocaciones jóvenes elijan esta carrera que significa para muchos un cierto alejamiento de los problemas de la vida práctica, que cada día reclama mayor dedicación y esfuerzo. Sin embargo, a lo anterior se pueden sumar otras consideraciones más elocuentes para convencer a nuestra juventud capacitada de que dedique su esfuerzo al ejercicio de la más alta disciplina de la inteligencia, como la llamó Pascal. En efecto, a lo dicho se añade que las matemáticas siguen todos los pasos que damos en la vida como nuestra propia sombra; que impregnan la vida del ingeniero, del médico del arquitecto, del agrónomo, del marino, del soldado, del carpintero, del sastre, del comerciante, del economista, del historiador, del filósofo, etc., que sirven de fundamente a todas las ciencias, pues como dijo Lord Kelvin: “si sabéis medir aquello de que habláis y expresarlo en números, es porque sabéis alguna cosa”; que, en fin, la civilización occidental tuvo su origen y aun se basa en los *Elementos de Geometría* de Euclides.

Sorprende sin duda el hecho de que desde el siglo XVII, en que nacieron el análisis y el cálculo, sólo jalonan los caminos del progreso matemático nombres de sabios que vivieron por encima del paralelo 45 septentrional. Parece, según esto, que la paradójica teoría térmica de nuestro atraso, traída a cuento por Ramón y Cajal, tenga aquí su comprobación. “Tenemos la desgracia –dice– de morar en clima semiafricano. ¿Cómo permanecer en el laboratorio o en la biblioteca, desoyendo el insinuante llamamiento de una naturaleza próvida y riente, henchida de colores, frutos y perfumes, y tempranamente desperezada del letargo invernal?”.– “Muy al contrario en los países del Norte. Allí el hombre vive rodeado de ambiente duro e inclemente. Todo predispone a la concentración y al recogimiento.“ Más el mismo sabio español advierte que el candoroso inventor de esta teoría olvidó explicarnos porqué las antiguas civilizaciones surgieron en la India, Egipto, Caldea y Grecia, y en el caso especial de la matemática, porqué los cristianos, musulmanes y judíos en la caldeada España hicieron florecer esta ciencia espléndidamente durante el siglo XVI.

Mas no es el caso de parar mientes en semejantes o parecidos dislates, sino empeñarnos todos en desviar hacia nuestras latitudes el centro de la investigación matemática, lo cual solo se conseguirá con el estudio incansable, sin desfallecimientos. ¡Estudio y más estudio! Una facultad de Ciencias generosamente dotada, de purísima investigación, que escape a los remendadores de presupuestos, por algunos años, aunque carezca de alumnos. Y una apelación instante a la juventud para que no deponga su vocación científica en favor de otras actividades que la contradicen o amenguan. La Universidad Nacional procura hoy alcanzar tales objetivos sin ahorrar dinero, y por el momento a fondo perdido. Seguiremos, pues, como hasta ahora trayendo profesores del exterior, enviando alumnos bien dotados a los centros mejores; enriqueciendo nuestras bibliotecas y centros de documentación; publicando la revista “Matemáticas Elementales” que circula editada por la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional y por la Universidad de los Andes, y cuyo nombre “Elementales” ha sido escogido de intento, para que pueda penetrar aunque sea a traición en los medios más refractarios a esta ciencia. En fin, apelando a todo el mundo para que nos presten su asistencia cordial a la vida docente de esta institución, destinada a restaurar las matemáticas en nuestra patria, aunque sea en detrimento de la manía de discursear y perorar que nos distingue sin honra y sin provecho.

La crisis de la universidad[49]

Las polémicas recientes sobre la atención, no sólo del problema primordial y aun más grave de la enseñanza primaria, sino del no menos apremiante, si se quiere, de la enseñanza universitaria. La universidad también requiere una reforma. Está en el consenso unánime de profesores y alumnos que hay algo que marcha mal dentro de la universidad de nuestro tiempo.

Es verdad que el problema no es nuevo. De la reforma universitaria se ha hablado tanto que las controversias en torno de la crisis de la universidad, por su frecuencia, rayan ya en lo utópico. Especialmente en América, donde las universidades tienen lazos tradicionales menos fuertes, la hipercrítica no ha perdonado nada. Y por esto ha sido el campo adecuado para toda clase de ensayos revolucionarios. Desde el movimiento argentino, cuyo centro fue la Universidad de Córdoba, todos los demás se han realizado sobre idéntica base demagógica, es decir, "hacer de las facultades centros de agitaciones electorales y no casa de estudios". Al grito de "no más listas", "no más exámenes", el huracán revolucionario sopló por encima de los problemas, truncando muchas cosas buenas y sin descuajar las malas. El problema angustioso de la verdadera reforma quedó, pues, sin resolver y es por esto que hoy se nos presenta tan erguido y acuciante como nunca.

El problema tampoco es sólo nuestro. En Salamanca se planteó en toda su crudeza y de manera universal. La universidad –se dijo– padece de anacronismo. La universidad que nos ha tocado vivir se nos presenta como una realidad totalmente desconectada de su momento y de su circunstancia. "Ello quiere decir que la universidad se ofrece al hombre de nuestro tiempo como algo extraño y ajeno a sus necesidades y aspiraciones". Más no olvidemos que anacronismo es palabra ambigua que significa no solamente que el hecho anacrónico está en retardo sino también que se anticipa en el tiempo. La universidad es anacrónica de ambos modos, pero quizás, sea menos severa la crítica que podamos hacerle por su retardo que por querer proyectarse exorbitadamente hacia un futuro apenas presentido y específicamente irreal. Expliquémonos:

El anacronismo actual de la universidad no es el que se hacía sentir hacia el siglo XVI, cuando al decir de Luis Vives (1493-1540), la universidad estaba

[49]Firmado en Bogotá el 22 de marzo de 1954.

“asfixiada bajo el peso de un escolasticismo formalista con detrimento de las enseñanzas de la ciencia en su sentido material y objetivo”. La crisis de la universidad era entonces de pleno retardo, como lo apunta el mismo Vives, “la universidad era una vieja en pleno delirio de senilidad”. Pero hoy esta crisis tiene caracteres opuestos. La universidad hastiada, quizá con el perenne planteamiento del problema de su retardo, dio un salto en el vacío, rompió todo vínculo con el pasado y comenzó a excluir toda formación formal, abrazándose a la ciencia “status stricturs”, como la suprema razón de su ser en la edad actual. Ha venido con esto una descentralización de la universidad en su función formativa, para limitarse a la mera preparación de profesionales, y, de esta manera, el principio de orden ha sido desplazado definitivamente para dar lugar al de utilidad de las enseñanzas, en función del fin práctico, que ellas puedan tener. Hoy el problema se agudiza con el exagerado crecimiento y división de las ciencias, que conduce fatalmente hacia la especialización. Y si en la Edad Media y durante gran parte de la Edad Moderna la filosofía introducía unidad y armonía es esa multiplicidad de disciplinas, hoy, con esta dispersión irresistible, en proceso continuo de segregación, la universidad se aleja cada vez más de la función primordial que tuvo en aquellas épocas, que era la de adiestrar el mecanismo de la inteligencia para el ejercicio de cualquier ciencia. No negamos que la pluralidad de las ciencias es una situación de hecho en gran parte originada por el mismo desarrollo formal del conocimiento, pero lo que la universidad no puede rehuir sin faltar definitivamente a su misión, es la tarea de imponer orden y unidad al saber disperso.

Digámoslo en pocas palabras: la universidad contemporánea se está desintegrando bajo los efectos de una progresiva especialización y profesionalización; fenómeno éste agravado por la atomización y desintegración de los saberes, y por los apremios del puro profesional o puro técnico quienes relegan a un segundo plano la fundamentación racional de sus conocimientos, para exigir de la universidad la enseñanza de medios recetarios con el consiguiente atrofiamiento de la capacidad comprensiva por el desuso de su inteligencia.

Lo más grave de este estado de cosas es que hoy no posee la universidad las reservas de energía ni los medios que le permitieron otrora regenerarse. Le falta lo que antes le sobraba: la filosofía que aseguraba la unidad y la armonía en esa multiplicidad de disciplinas. ¿Pues qué si no la filosofía es la que ha permitido que se renueve el saber? Sin las críticas de Vives contra las sofisterías de la escolástica no hubiera podido surgir la renovación del método con Bacon y Descartes, y sin el método no hubiera nacido entre otras cosas la geometría analítica que inmortalizó el nombre de Descartes. Más recientemente, las investigaciones epistemológicas de Eddington y otros, nos llevan a la conclusión sorprendente de que las construcciones de la física moderna son en gran parte subjetivas y puramente epistemológicas; es decir, corresponden a conocimientos *a priori*. Si esto se estableciera de manera incontrovertible habría que concluir en que todo el sistema de leyes naturales es totalmente subjetivo, es decir reducible a una filosofía apriorística del conocimiento. He aquí cómo la filosofía reconquistaría el primer plano en la alta enseñanza, con lo cual la universidad recuperaría su función unificadora de todos los saberes, y cumpliría su fin primordial, que consiste en formular para cada momento una concepción del universo.

La universidad requiere, pues, una reforma que la restablezca en el cumplimiento de su fundamental objetivo de formación plena e integral del hombre como ser radicalmente pensante. Como lo decía Juan Sarrailh, rector de la Universidad de París, en su reciente discurso de apertura de los estudios: "Que una profunda reforma, que una refundición verdadera regenere nuestra enseñanza, meditada en función de la vida actual y de sus exigencias, es lo que le pedimos a la universidad en todo momento..." "Felicitamos a los profesores que saben escaparse de la nueva escolástica para abrir de par en par las ventanas sobre el universo y hacer de sus discípulos algo distinto a bestias de concurso. No ignoran, por consiguiente, que la especialización sin la cultura es una fuerza ciega, inerte y brutal; que adquirir conocimientos es cosa buena pero que dominarlos, saber que ellos son un medio y no un fin, es todavía mejor. Y ésta es la verdadera misión de la universidad: es la causa de la humanidad la que debe defender, y su único objetivo ha de ser la formación del hombre en cada conciencia".

Los remedios propuestos para conjurar estos males, son bien diversos, no obstante el unánime consenso en apreciar la naturaleza de la crisis que sufre la universidad, Ortega y Gasset propone la creación de una facultad de cultura para "crear de nuevo en la universidad la enseñanza de la cultura o sistema de ideas vivas que el tiempo posee". Otros propugnan ciclos de iniciación, previos al estudio de las carreras universitarias, como los célebres años preparatorios, en México, Perú y aun entre nosotros, pero siempre fugaces. El curso "propedéutico" de Francia, de reciente organización, el "general education" previsto en la Universidad de Harvard, o de "integrated general education" de Boston. El "studium generale" de las universidades alemanas para hacer más viable el tránsito del gimnasio a la universidad, a través de cursos de formación general. El curso preuniversitario implantado recientemente en España, o, en fin, el "studium philosophicum" propuesto en Salamanca, "que viene a ser un curso previo de las ciencias generales y universales anterior a la profundización en las ciencias especiales y particulares". Como factor común de todas estas medidas está el deseo de enderezar toda enseñanza universitaria hacia el arquetipo de unidad del saber que estuvo siempre presente para el hombre antiguo. En definitiva: volver la mirada a la filosofía, de donde las ciencias tuvieron su origen.

Entre nosotros la cuestión es aun más espinosa y difícil, pues carecemos de la tradición. Nuestra universidad, se puede decir que nació ya dispersa en su constitución. Fueron creándose escuelas o facultades para la enseñanza profesional, que más tarde se agruparon en una universidad, la que no es hoy, a la verdad, más que una confederación de cosas disgregadas en su esencia. La facultad de filosofía se creó no hace mucho, después de que sus hijas estaban ya maduras y por eso no ha podido ser su madre, como lo ha sido en todas las demás universidades que se precian de tener una tradición. Trabajo nos costará, pues, contrarrestar los efectos de nuestra *ALMA MATER* si queremos volver los ojos hacia la filosofía como lazo de unión del conocimiento hoy disperso. ¿Pero es que para disolver el anacronismo de la universidad actual hay que volver a las vetustas prácticas escolásticas que criticó Vives? preguntarán algunos sorprendidos. Como decíamos al comenzar, el anacronismo que padece hoy la universidad no es por retardo sino por avance. Hay que centrarla en su tiempo. Evitar que siga extravagando hacia prácticas y doctrinas que digiere mal por devaneos hacia el positivismo y el materialismo; su inclinación al utilitarismo trivial, son el resultado de una desvertebración de los conocimientos por haber olvidado la máxima de Goethe: “El precepto más importante de la enseñanza consiste en evitar la dispersión de las materias”. Pues bien, el precepto anterior no es sino un llamamiento a la filosofía que es la suprema coordinadora del saber.

Bogotá, marzo 22 de 1954

La preparación de técnicos colombianos. Conclusiones del Seminario para diversificar las especialidades[50]

¿Cómo formar técnicos en el menor tiempo posible? — La duración de los estudios profesionales. - Los estudios en los Estados Unidos. El argumento de las máquinas no resiste análisis. — Necesidad de una mejor enseñanza de las matemáticas. - La especialización opcional para obtener el título de ingeniero. — Las sub-especializaciones.

El viaje de precipitada observación a Estados Unidos, o el hecho frecuente de que jóvenes poco afortunados en sus estudios entre nosotros regresan al cabo de tres o cuatro años con título profesional, en tanto que sus compañeros todavía continúan cursando en sus universidades colombianas, nos lleva a pensar que estamos malgastando el tiempo en nuestra enseñanza superior, al obligar al joven colombiano a permanecer en la universidad por un tiempo notablemente superior al requerido por instituciones similares de Estados Unidos. Se cree que aquí nos perdemos en inútiles desarrollos, o exigencias, que no corresponden a la premura de la época en que vivimos, ni a la necesidad de técnicos que acucia al país.

Naturalmente, este problema no es solamente nuestro. Los mismos Estados Unidos están preocupados con la escasez de técnicos en sus cuadros de la industria y la investigación aunque en ese país el problema se presenta bajo otros aspectos. No solo se trata de cantidad, sino de calidad. Principalmente de calidad. Esa gran nación tiene la responsabilidad de mantenerse a la cabeza entre quienes están hoy haciendo la ciencia, y, aunque sus medios económicos les permiten echar mano de los mejores investigadores, estén donde estén, es evidente que les preocupa el alto porcentaje de científicos calificados de otros países que integran sus laboratorios. Si en su tiempo pudieron fabricar, antes que nadie, la bomba atómica, fue sin duda porque supieron hacer converger en que desde hacía tiempo se ocupaban en la liberación de la energía atómica. Pero hoy la cuestión es bien distinta: su propia seguridad exige que el personal de hombres de ciencia sea principalmente saxo americano, y mientras que en Rusia es muy grande la proporción de jóvenes que eligen las carreras técnicas y de investigación, en Estados Unidos el porcentaje no aumenta en la medida necesaria, y, en lo que hace al trabajo exclusivo de investigación, parece que disminuye. Algunos

[50]Firmado en Bogotá el 16 de diciembre de 1956.

hechos recientes han aumentado la alarma, como el "simposium" que se verificó del 11 a 23 de junio en Ginebra, organizado por el Nuevo Centro Europeo de Investigaciones Nucleares (C.E.R.N.), al cual acudieron trescientos sabios que representaron a veinte naciones, y en donde por primera vez, quizás, se discutió las cartas sobre la mesa, la intrigante cuestión del contenido atómico. Fue aquel -dice CHARLES-NOEL MARTIN (1923-2005)- un diálogo en inglés y ruso, entre los sabios americanos y rusos, del cual se pudo deducir el hecho sorprendente que los americanos habían obtenido los mismos resultados que los rusos, y que, derroteros que se consideraron por los americanos como de resultados poco probables, fueron seguidos por los rusos con buen éxito, e inversamente respecto de métodos que éstos estimaron poco eficaces y que aquellos aprovecharon con buen resultado. Todo lo cual ha servido para establecer la verdad tan discutida de la paridad científica entre ambos países, en cuestión hoy tan trascendental como la estructura atómica, y por ende, la igualdad de sus equipos de personal investigador y técnico en todos los campos de la física.

¿Cómo formar esos técnicos en el menor tiempo posible? Cómo interesar a la juventud en un país de libre industria e iniciativa, para que sigan esas carreras, a fin de contrarrestar la creciente proporción de jóvenes que en Rusia son dirigidos hacia las carreras menos remunerativas que ofrecen los centros de investigación? En estos términos es que se plantea la cuestión en la gran nación del norteamericano. Nuestro problema, mucho más modesto si se quiere, no es menos apremiante: necesitamos en corto tiempo los equipos de técnicos que han de satisfacer los requerimientos de una industria en formación: los jefes de taller; los montadores de máquinas; los proyectistas de industrias químicas; los fabricantes de maquinaria; los ingenieros electricistas; los ingenieros navales y de aviación, etc. Como se ve, existe un inmenso campo desatendido por nuestra enseñanza técnica, y cuyo personal debe ser provisto de fuera, sin que los colombianos que han estudiado en el exterior alcancen a satisfacer la demanda creciente.

El seminario de Enseñanza Técnica consideró el problema en todos sus detalles, y llegó a la conclusión de que había que tocar no solo la duración de nuestros estudios profesionales, sino su diversificación en especialidades y el contenido de tales estudios. Previo también de una mejor distribución de las materias enseñadas, así como la racionalización de su enseñanza. El asunto es, pues, algo complejo. Hay quienes piensan que el remedio está en acortar sólo el tiempo de nuestros estudios profesionales, y aconsejan esto pretextando que en Estados Unidos el tiempo empleado en formar un ingeniero es, por lo menos dos años menor que entre nosotros. Así lo creímos respecto de los estudios de medicina cuando se contrató la misión americana para la reforma de los estudios en nuestras facultades; pero esta misión conceptuó que, también en Estados Unidos, para formar un médico, desde la iniciación de sus estudios hasta la placa en la puerta, se exige por lo menos siete años. En cuanto a los estudios técnicos, puede decirse que en los Estados Unidos se requieren doce años de enseñanza primaria y secundaria, como requisito para ingresar en un “college” o en una universidad. Los estudios universitarios duran luego cuatro años, y al final de este tiempo se le confiere al estudiante el título correspondiente ya sea el de Bachiller en Artes o en Ciencias, con las subdivisiones del caso según la instrucción recibida. Los que obtienen el Bachillerato pueden continuar sus estudios en alguna de las numerosas universidades o institutos politécnicos que existen en el país. Estos últimos estudios son los llamados de “posgraduados”. Al estudiante que termina con éxito un año de estudios de posgraduado, inclusivo la presentación de una tesis adecuada, se le confiere el título de maestro en Artes o en Ciencias con calificativo correspondiente; por ejemplo: Maestro en Ciencias de Ingeniería Eléctrica, etc. A quienes continúen sus estudios de posgraduados por dos años más, o sea por un total de tres años después del grado de Bachiller, se les confiere el Doctorado en Filosofía en Ciencias. Para obtener el doctorado también se exige la presentación de una tesis. Como se ve por lo anterior, si queremos contraponer el tiempo de estudios en nuestro país y los Estados Unidos, es preciso analizar menos superficialmente la cuestión. Casi todos los colombianos que nos sorprenden por la rapidez con que alcanzan su título profesional, apenas han alcanzado el grado de Bachiller, con la mención correspondiente en física, electricidad, etc., pero este grado no se puede equiparar con el que dan nuestras universidades colombianas para Ingenieros Civiles, por ejemplo. Les faltaría por lo menos un año más de estudios. Tal es el error en que solemos incurrir: tomar al Bachiller de ¡Estados Unidos (el que, desde luego es más o mejor dicho otra cosa que el Bachiller nuestro) por el Maestro o Doctor de ese mismo país.

Pero a todo esto se objetó que los dos años más de nuestros planes de estudio (seis años contra cuatro del Bachiller americano) se debería que perdemos el tiempo en vanas disquisiciones matemáticas que no tienen ninguna aplicación práctica, ya que existen tablas y máquinas que dispensan de esos conocimientos profundos. Esta es cuestión que también se discutió en el Seminario, aunque no fue mucho el tiempo que malgastamos en debatir tales argumentos, porque el argumento de las máquinas no resiste el menor análisis. Los mismos podría decir que pueden reducirse los estudios de medicina, toda vez que se tienen máquinas para diagnosticar, o los de jurisprudencia, por las súmulas, compendios, o manuales que pululan en el comercio. En cuanto a las matemáticas, cabe decir que no son propiamente ningún obstáculo para impedir el acceso de los jóvenes a las carreras técnicas. Precisamente lo contrario. Las matemáticas se han ideado para simplificar; son un instrumento, una herramienta que abrevia los procesos de la técnica. Claro está que en cuanto la enseñanza se aparta de este ideal y haga de la matemática un fin en lugar del instrumento, deja de ser útil para el técnico. Pero tal cosa no ocurre entre nosotros. Difícilmente se pueden enseñar los rudimentos indispensables para el ingeniero, pues la reconocida mala preparación del bachillerato, obliga a la universidad a enseñar desde la aritmética, álgebra o geometría elemental, en vista de que los jóvenes llegan sin conocer estas bases. Esto nos causa un año más de estudios en la carrera de Ingeniero.

Estimó el Seminario que sin recortar el tiempo por debajo del que se emplea en otros países, y sin podar peligrosamente las matemáticas, hay multitud de mejoras posibles en nuestra enseñanza técnica. Ante todo propender por la mejor enseñanza de las matemáticas básicas en la segunda enseñanza, cuestión esta recomendada por el Seminario de Matemáticas, reunido hace algunos días, también bajo los auspicios del Fondo. Esto permitirá anticipar las matemáticas superiores necesarias para el profesional y, como consecuencia, establecer como en Estados Unidos, el título inicial de Ingeniero, equivalente al Bachiller americano, con solo cuatro años de estudios universitarios. Mientras tanto, el Seminario recomendó este título de Ingeniero al cabo de los cinco años; es decir un año antes de lo que hoy se prescribe. Además recomienda el Seminario un año más de especialización opcional para obtener el título de Ingeniero especializado, y mediante la presentación de una verdadera y meritoria tesis sobre la especialización correspondiente, el título de Doctor en Ingeniería. Estos fines se conseguirían racionalizando aún más la enseñanza; estableciendo programas muy concretos, y dividiendo el tiempo en verdaderos semestres que han de aprovecharse como si fueran períodos lectivos completos. Esto último obligaría a dispersar menos la enseñanza, con el resultado de aprovechar mejor el tiempo. En cuanto a especializaciones, las que se destacan más son las de la Ingeniería Civil, profesión que fue hasta hace algunos años una especialidad única, pero que hoy presenta tantas ramificaciones, que ya no es posible pensar en abarcarlas todas en un somero estudio general de seis años. Son varias las subespecializaciones de la Ingeniería Civil que merecerían figurar hoy como especialidad separada. El Seminario escogió entre varias las que se justifican más entre nosotros, como las Estructuras y Vías de Comunicación, y la Ingeniería Hidráulica e Ingeniería Sanitaria. Cree el Seminario qué valdría la pena de crear estas especializaciones ya que se dispone entre nosotros de los profesores y elementos materiales para su estudio serio. Las recomendaciones anteriores, las hizo el Seminario después de maduro estudio sobre todos los aspectos del problema y una vez recogida la experiencia y las nuevas lucen traídas por los Decanos que viajaron a Europa en días pasados para visitar las principales universidades. Cree el Seminario que con estas recomendaciones se resolverá en breve tiempo el problema planteado al comenzar sobre la preparación eficiente de los técnicos que necesita el país sin disminuir la base científica de sus conocimientos prácticos, y permitiendo que salgan lo antes posible aquellos Ingenieros Generales que de inmediato necesitamos.

La Conferencia sobre educación matemática[51]

Por haber sido escasas las informaciones dadas por la prensa periódica acerca de la *Primera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática*, realizada en Bogotá, creemos conveniente dar a conocer del público algunos de los resultados de esta notable reunión de matemáticos, cuya trascendencia no ha sido notada suficientemente sino por los iniciados en esta ciencia de matemática, calificada por Gauss como "la reina de las ciencias".

Bien vale la pena -creemos nosotros- dar mayor información sobre las cuestiones que se discutieron, los anhelos que se transparentaron en las resoluciones aprobadas, y una que otra reflexión respecto de las enseñanzas que podríamos sacar de dicha reunión.

Tratándose, como se trataba de una reunión de matemáticos, había que evitar toda esa garrulería que suele caracterizar esta clase de congresos. Al efecto, los temas y trabajos se plantearon en forma cuasi matemática, de la manera siguiente:

¿El tema? La educación matemática, ¿Su desarrollo? En el siguiente orden:

1º estado actual de la ciencia matemática;
2º qué tanta matemática hay que tomar del inmenso arsenal acumulado hoy por los matemáticos para la adecuada formación de los jóvenes que aspiran a manejar el complicado mundo técnico moderno; y
3º cómo podrían transmitirse esos conocimientos.

Daremos una idea somera de cada una de estas etapas.

Sobre la primera etapa, los invitados especiales y participantes contribuyeron a desarrollar la delicada cuestión del estado actual de la ciencia matemática corroborando la afirmación hecha por E.T. Bell, de que el siglo XIX, ha producido cinco veces más matemáticas que todos los siglos anteriores juntos, desde el famoso papiro de Moscú hace cuatro mil años. Y qué en los últimos cuarenta años del presente siglo, el saldo dado por los conocimientos matemáticos es aún mayor que el del siglo XIX. Sería, pues, imposible intentar siquiera una descripción resumida del movimiento actual del pensamiento matemático. Son demasiado

[51]Firmado en Bogotá el 12 de diciembre de 1961.

numerosos los investigadores que trabajan sobre la multitud de ramas en que se divide hoy el campo matemático. Anualmente se publican de cuatro a cinco mil memorias y libros consagrados a la investigación matemática. La especialización ha llegado a tal punto, que hoy no existe quién pueda estar informado, ni menos dominar el inextriclable conjunto de campos y teorías cuyas denominaciones se entrelazan y sobreponen de tal modo que se hace casi imposible una clasificación útil de ellas.

Respecto de la segunda, observamos que si es un intrincado problema, la sola clasificación de los conocimientos matemáticos, todavía es más difícil la cuestión de elegir de entre esta enmarañada selva, las cuestiones fundamentales, verdaderamente útiles para la formación cabal del técnico en las diversas actividades científicas. Distinguir lo esencial de lo accesorio para formar los prácticos del saber matemático, era ya una ardua tarea que la Conferencia apenas sí llegó a bosquejar. Sin embargo, los observadores sacamos la conclusión un tanto negativa de que las viejas denominaciones de Aritmética, Geometría, Álgebra, que han dominado todo el campo de la enseñanza secundaria, desde los tiempos del “quadrivium”, están hoy mandadas a recoger. El Álgebra, más o menos generalizada, lo está invadiendo todo, mientras a la Geometría se la tilda de ciencia obsoleta. Fue esta, se dice, un tímido y genial ensayo de axiomatización, que hoy ha sido superado por otro mucho más comprensivo y fecundo. Para mí tengo que no se sabe, pues, si fue el Álgebra la que invadió las matemáticas, o si fue la Geometría la que, una vez libertada de sus limitaciones por Lobatchewsky, está ocupando todo el campo de las matemáticas. De todos modos, quienes hoy pasamos de los sesenta años, tendríamos que volver a comenzar el estudio de la matemática, si pretendiéramos ponernos al día, o tan solo entender el lenguaje y simbolismo actualmente empleados. Esto resume nuestra desolada impresión, como observadores de lo que allí se trató.

Este problema de la selección del material para la enseñanza se agudiza aun más si se piensa en que los sectores que hoy necesitan esta ciencia son cada vez más extensos y variados: la economía, la estadística, la química, la biología, que es tan compleja y al parecer extraña al raciocinio matemático, en fin la sicología, la sociología, etc. Hoy la matemática está invadiendo todo. Como lo dijo uno de los conferencistas: “Se nos están viniendo encima las matemáticas”.

Sobre la tercera cuestión de cómo podrían transmitirse los conocimientos que se juzguen básicos, fue mucho el material acopiado por la conferencia. La Asociación Colombiana de Universidades preparó una extensa información acerca de los programas de estudio en la primera y segunda enseñanza, sobre matemática. Pudo, pues la Conferencia formar un criterio sobre el estado actual de la cuestión de metodología y contenido de esta enseñanza en los países más avanzados. A este respecto, creo que hay que reconocer valientemente que estamos en la retaguardia que este momento de renovación de la enseñanza matemática. Nuestros programas son anticuados, y nos damos el lujo de considerar que hacia el quinto año de la segunda enseñanza, ya lo hemos enseñando todo, muestras que en otros países se gastan seis, siete y aun ocho años para enseñar lo fundamental. Y así nuestro sexto año de segunda enseñanza carece de matemáticas en su programa. Los alumnos que pretenden pasar a la Universidad para seguir estudios de Ingeniería, por ejemplo, se dan el gusto de olvidar las matemáticas durante un año. o descansar de ellas, para reanudar luego a su estudio en condiciones muy desventajosas.

En cuanto a las recomendaciones aprobadas por la Conferencia, ellas se refieren a las tres actividades primordiales en un plan de renovación, como el contemplado por la Conferencia, o sea:

I. Formación de Profesores.
II. Mejoramiento de los profesores en ejercicio.
III. Perfeccionamiento de la enseñanza.

A pesar de esta lógica división del problema, la cuestión puede condensarse en una sola aspiración que las resume a todas; o sea: formar el Profesor, estimularlo y proveerlo de los instrumentos necesarios para su mejoramiento. Allí oímos lo que tantas veces y desde hace tanto tiempo hemos venido oyendo, sin que hasta el presente veamos colmadas estas aspiraciones: que el Escalafón del Profesorado; que su adecuada remuneración; que darle al profesor la oportunidad de remozar sus conocimientos viajando a otros centros; y en fin, que no se le explote agobiándolo con un trabajo estéril y embrutecedor. Todos esto se ha dicho, se ha escrito desde hace cuarenta y más años. ¿Pero se seguirá quedando dicho o escrito? Esperemos.

Sobre el problema de la segunda enseñanza[52]

Me voy a permitir plantear este problema nuestro de la segunda enseñanza en forma escueta, cuasimatemática, a fin de que las soluciones posibles se propongan de la misma manera; es decir sin la hojarasca retórica con que solemos envolver las cuestiones más obvias. ¿Cuál es el problema de la segunda enseñanza? La respuesta es igual en todas partes: enseñar a un ser humano cuya vida se desenvuelve, desde la niñez hasta la edad adulta, la cultura fundamental de su tiempo que ha de servir de base a estudios superiores, profesionales o para las actividades de la vida social común susceptible en todo caso de perfeccionamiento intelectual, sobre el cimiento muy firme de esa preparación secundaria. El bachiller no es, pues, un ser destinado irremediablemente a la Universidad, sino que ha de estar capacitado para todas las aventuras de la vida, sobre todo la del ciudadano corriente en sus aspectos mas variados, que es la que importa más para la buena marcha de una sociedad civilizada.

Tal es el planteo del problema. Ahora bien: se oponen a su correcta y cumplida solución no pocos prejuicios y manías que nos llevan siempre a resolver las cosas dentro de la más cruda y triste "chabacanería", para adoptar la frase de Ortega que significa para él aquello de "abandonarse"para que las cosas resulten "de cualquier manera", o esto otro de lo "mismo da", el "poco más o menos", el "qué importa", y en fin, el transaccionalismo que es, su digno corolario, como lo dice el diccionario: convenir en parte con lo que no se cree justo, razonable o verdadero, a fin de procurar un ajuste, concordia o avenencia. Señalemos de paso, algunos de estos prejuicios que tanto daño nos hacen en punto a educación.

Ante todo anotemos el hecho de que en materia educativa son todos, aun los más progresivos temperamentalmente, tradicionalistas hasta los tuétanos. Todos quieren que sus hijos reciban la misma educación que tuvieron sin aceptar que de entonces a hoy las cosas tienen que haber progresado. Que en nuestro tiempo se enseñaba la física en un año, ¿por qué no se hace hoy lo mismo? Que el álgebra también en un año y para lo que le sirve a uno después; que las ciencias naturales eran un texto de Langebert[53] que nos aprendíamos de memoria de pasta a pasta ¿Por qué no se restablece este libro en lugar de repetir año tras

[52]Firmado en Bogotá en 1961.

[53]Edmond Langebert, historiador natural.

año las mismas cosas copiándolas en cuadernos y más cuadernos que a nada conducen? Estas y otras muchas enormidades se dicen a diario y a veces por quienes tienen en sus manos la misión de orientar la opinión.

Otra dificultad para tratar estas cuestiones de la enseñanza está en el hecho de que en educación no hay panaceas y todas las teorías por disparatadas que parezcan tienen defensores y hasta se han aplicado. La solución del problema no está por lo tanto en descubrir un plan o programa ideal de estudios, ni en copiar de países que consideramos ejemplares su pensum de segunda enseñanza. Este problema tiene que ser resuelto por nosotros mismos, y nada nos dispensará de la labor creadora que nos es preciso desarrollar en franca lucha con el asunto en cuestión. Toda imitación para eximirnos de resolver nuestro propio problema es por tanto pura "chabacanería". El problema por otra parte, no es fácil de resolver. Bien lo atestiguan las quejas constantes que en países reputados como ejemplares, se suscitan periódicamente. Y la dificultad reside en que, por una parte, la cultura o su contenido esencial crece muy rápidamente con el tiempo, y por otra, el receptor de esa cultura que es el joven entre los once y los dieciocho años se mantiene estacionario necesariamente dentro del ciclo de su desarrollo natural.

Luego, el primer paso en el camino de resolver esta cuestión, es seleccionar del acervo inmenso de esta cultura de nuestro tiempo, lo fundamental e imprescindible, para enseñar de ello sólo lo que se puede enseñar, es decir, lo que se puede aprender. Recordemos el apotegma de que enseñar es ante todo elegir. Lo demás que se ponga en programas es falta de seriedad, es decir "chabacanería".

El paso siguiente, sería realizar la distribución del material elegido, como materia por enseñar, y distribuirlo dentro del tiempo disponible, en ese período de seis y siete años, ya mencionado. Sobre esta operación es que ha obrado más y con menos estudios la iniciativa oficial, atendiendo, cada vez, a las opiniones muy diversas y dispares que todos lanzamos, a humo de pajas, cuando quiera que se suscita el tema. De entre la multitud de opiniones sobre el particular destacamos solamente dos, que son las que se han partido el campo al través de los 25 y más programas que hemos padecido desde 1927. Estas dos escuelas, –llamémoslas así– son: la de los partidarios de la enseñanza a *grandes sorbos*; es decir, enseñar cada asignatura a fondo durante el año, y así salir de ella para que venga la siguiente; y la de los partidarios de dividir la materia docente en frutos de asignaturas conexas entre sí, y que deben figurar en todos los seis años de la segunda enseñanza sin ninguna interrupción. Por ejemplo, en ningún año debe faltar la disciplina de las matemáticas, ni la de las ciencias naturales, ni la lengua madre. Los secuaces de la primera escuela motejan ésta de enseñar con cuenta gotas.

Sin embargo, importa notar que nuestro plan actual no obedece a ninguna de estas tendencias, sino es un lamentable compromiso entre las dos; un resultado del transaccionalismo. Es por esto que las matemáticas, se suspenden hacia el cuarto año y luego dizque aparecen en años posteriores en forma de Física. Esto es lo que se llama "chabacanería". ¿Consecuencia? La universidad tiene que enseñar la aritmética elemental en sus primeros años profesionales, con el resultado de que son muchos los que tampoco la pueden ya aprender allí. El año pasado perdieron esta asignatura mas del 40 % de los alumnos matriculados.

Largo sería aducir aquí razones sobre por qué los países mas avanzados en su educación secundaria han adoptado la segunda modalidad, como Francia, Alemania, España. Me limito a insistir aquí en el carácter formativo que ha de tener un plan de enseñanza media, y en el hecho ya anotado de que el estudiante atraviesa durante este período una época de crecimiento físico conexa con profundas transformaciones mentales. Es indudable que su inteligencia se encuentra en plena formación y que no es extraña a esta formación el hábito del pensamiento lógico que desarrollan las matemáticas, o el estudio metódico de las humanidades y de las ciencias. Ninguna de estas disciplinas le deberían faltar durante tan preciosa etapa sin que se le resten oportunidades para una orientación vocacional concomitante con su desarrollo.

Mas no se agotan las discusiones con haber elegido entre las dos alternativas señaladas arriba, queda todavía por decidir sobre la especialización del bachillerato.

Todos nuestros planes desde el año 1930 hasta hoy se han realizado sobre la base del bachillerato único, es decir, en vista de una amplia cultura general, ajena a toda especialización anticipada. Me confieso coautor de esta reforma con Agustín Nieto Caballero, y creo que no nos pesa, pues cada día que pasa se confirma la importancia que tiene la formación integral de la persona humana en el bachillerato. Dice De Monzie (1876 - 1947), Ministro de Educación Pública de Francia en la exposición de la reforma del año 1925: "Es necesario que no haya más que una sola enseñanza secundaria, es decir las secciones clásicas y modernas no deben diferenciarse sino por la opción lenguas antiguas y la opción lenguas modernas".

Varias reformas se han realizado al bachillerato francés después de la de De Monzie, pero en todas ellas aún subsiste la idea primordial, aunque no tan drástica. Hoy se admite en Francia una especialización en el sentido de intensificación de horas, pero en ningún caso excluyendo materias o truncando alguna de las formas del saber.

En este último sentido se han encauzado los proyectos de reforma de nuestro bachillerato; o sea, sin abandonar la preparación general básica, permitir una intensificación. Sin embargo, esta intensificación se ha dejado al arbitrio de los colegios, y es obvio que muchos de ellos no la cumplen, ya que no ha sido impuesta de manera concreta por el Gobierno. Ciertos colegios ahorran en estas clases de intensificación, y se limitan a cumplir con el plan fundamental obligatorio.

No obstante, puestos de acuerdo sobre el contenido de la enseñanza, sobre su distribución en los seis años de estudio, aun sobre los métodos y programas de los cursos, aún queda lo más importante. ¿Quién ha de aplicar estos prospectos para cumplir de manera cabal con la idea que ha presidido su definición y establecimiento? Esto de quién es, es en donde ha llegado al máximo nuestra falta de seriedad. En efecto, sólo hasta ahora se ha presentado un programa serio de instrucción universitaria para el profesorado de segunda enseñanza con vista a cubrir todo el frente educacionista, y con recursos suficientes para atender a un gran número de estudiantes, como es el caso de la Universidad Pedagógica de Tunja; empero, este plan debe complementarse con la creación de la carrera del profesorado de segunda enseñanza, pues de otro modo se quedarán sin oficio los egresados de esa universidad, y seguirán los colegios oficiales y particulares, llenando sus cuadros de profesores con cualquiera, con tal de que pida poco. Ésta es a nuestro modo de ver, la dificultad mas grave de la enseñanza secundaria. No hay profesores capaces, en número suficiente, y si los hay, no se les ocupa cuando no se someten a sueldos de hambre. Siguen los padres de familia, ya sea por necesidad, o ya por falta de vigilancia del Estado, entregándole sus hijos al cuidado de pretendidos maestros a quienes, como dice [Lord Thomas Babington] Macaulay(1800 - 1859), no le confiarían la llave de la despensa.

Cumplidas las etapas anteriores, y a más de maestros capaces, todavía habría que esperar una acción vigilante del Estado, para que planes, programas &a, pasen del papel a la realidad. Aquí tocamos con una de las cuestiones mas debatidas de la segunda enseñanza entre nosotros: la intervención del Estado en la inspección de los colegios de segunda enseñanza, y en la colación de los grados de Bachiller. Hay quienes piensan que el Estado debe adoptar la política "laisser faire" en materia educativa. Hasta se sostiene que la libre concurrencia es ella sola suficiente para estimular la buena enseñanza y los colegios serios. Se piensa, pues, equivocadamente, que en materia de educación, juega la ley económica de la oferta y la demanda, como si a cuestiones políticas y morales se pudiesen aplicar principios que sólo operan en cuestiones mercantiles. Hay sin duda, una gran diferencia entre la rivalidad de los tenderos y la de los colegios: si un comerciante vende malos géneros se arruina irremediablemente; pero si en un colegio se da malísima educación y peor instrucción, no siempre el negocio es malo.

Hoy por hoy el Estado se limita a ejercer una inspección tan superficial que, en no pocos colegios, pasan años sin que se presente un funcionario del Ministerio de Educación a pasar visita. Los exámenes de último año de Bachillerato apenas si son presenciados por un delegado del ministerio quien se limita a dar un vistazo a los temas, para comprobar que no se aparten ni en más, ni en menos de los programas oficiales.

A la sombra de estas débiles manifestaciones de la inspección estatal, casi siempre miradas con recelo por los colegios particulares, se quiere justificar la firma del Ministro de Educación en todos los Diplomas de Bachiller que, cada año, se confieren a miles de estudiantes, y se clama contra la injusticia de que la Universidad Nacional se atreva a examinar la capacidad de esos bachilleres para elegir los más preparados a seguir estudios superiores, siendo así que ya el Ministro atestiguó con su firma esa pretendida idoneidad.

Creemos, pues, que a falta de un año "propedéutico" o preuniversitario, la U.N. sólo puede defenderse de la impreparación mediante exámenes de ingreso, a pesar de todos los defectos que se le puedan imputar a los exámenes aquí y en todas partes, pero hasta ahora no se ha descubierto otra manera de inquirir lo que alguien sabe, haciéndole preguntas, es decir, con un examen. Desgraciadamente, la mala organización del bachillerato, por los varios aspectos a los que nos referimos arriba, hace que dichos exámenes sean siempre una sorpresa para los aspirantes a entrar en la Universidad.

Ello no sería así si en el plan de la segunda enseñanza las diversas disciplinas se mantuvieran, durante todo el ciclo de seis años, sin las discontinuidades que se observan en las matemáticas, los idiomas, &a. Con el plan actual es imposible que quien estudió el Inglés o la Aritmética hacia los primeros años pueda superar un examen sobre estas materias al final del Bachillerato. Un examen de Estado para otorgar el título de Bachiller que sería el ideal a nuestro juicio no se puede establecer desconectado del sistema adoptado para la enseñanza media[54]. En los países en donde se controla la enseñanza media por este medio, el plan está concebido en tal forma, que hacia el último año, el aspirante a Bachiller tiene la oportunidad de refrescar todas las disciplinas que informaron dicho plan. Véase, por ejemplo, el Bachillerato francés en la llamada "Classe de Première".

Permítasenos resumir lo que hemos dicho a fin de ahorrarle al lector la machacona y deshilvanada exposición que antecede: según nuestro modestísimo juicio son cuatro los aspectos que valdría la pena revisar en el bachillerato, aunque "doctores tiene la Santa Madre Iglesia..."

1. Seleccionar lo fundamental e imprescindible, para enseñar de ello solo lo que se puede enseñar, es decir, lo que se puede aprender.
2. Agruparlo en las cuatro grandes ramas de la enseñanza y en un bachillerato: matemáticas, ciencias naturales, lenguas y estudios sociales. Distribuirlo en los seis años (ya esto de los seis años es pie forzado, pues en casi todas partes son siete los años del bachillerato) de manera que

[54]Los exámenes de Estado nacen en la década de 1990 con el Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación.

tales disciplinas siempre estén presentes, ininterrumpidamente, en todos y cada uno de los años del bachillerato.

3. Formar un profesorado idóneo para llevar a cabo el plan; y en cuanto al profesorado actual magnificarlo, defenderlo económicamente, ponerlo en circulación.
4. Todo esto por virtud y bajo la sombra de la inteligente inspección del Estado, una de cuyas manifestaciones debería ser otorgar el título de Bachiller, no con criterio excluyente sino providente, al través de las universidades que merezcan su confianza. Esto valorizará al bachiller dándole un título que se apreciaría ante otras cosas por la dificultad de obtenerlo, que sería así el primer grado universitario. Porque, quizás, la causa principal de las deficiencias que nos aquejan sea este prurito de lenidad que impregna todos nuestros actos, hace nugatoria cualquier medida que tienda a enseriar los estudios. Recuerdo a este respecto que, una vez, después de la sesión del Consejo Superior de Educación, cuando salíamos cansados y cejijuntos luego de pasar varias horas en cavilar sobre la manera de simplificar, aligerar, disminuir, &a. el recargo de nuestros planes y programas de segunda enseñanza, tropecé con un joven estudiante, por más señas antioqueño, quien me esperaba para solicitar alguna información. Al enterarse por nuestros comentarios de lo que se había tratado, me dijo aparte: –“¡Eh! Doctor, no se crea, ese bachillerato es muy fácil. Ahí no hay que trabajar.”

ESCRITOS MATEMÁTICOS Y ASTRONÓMICOS

Nota preliminar

> Quanto questi tentative si presentano come frutto di investigazioni sincere, guando essi trovano il patrocinio di uriautoritá imponente e fin qui indisputata, il dovere degli uomini di scienza è di discutirli con animo sereno, tenendose lontani egualmente dal l´entusiasmo e dal disprezzo.
>
> E. Beltrami

En esta nota queremos presentar y estudiar en lo posible seis textos de Julio Carrizosa: cuatro dedicados a comentar los trabajos de Julio Garavito sobre: 1) las geometrías no euclídeas[55], 2) las nociones generales sobre las probabilidades[56] ; 3) las tablas de luna y 4) sobre la experiencia de Fizeau[57] . En quinto artículo critica un trabajo de Belisario Ruiz Wilches sobre el equilibrio del globo terrestre[58] y finalmente otro, en el cual hace una profunda reflexión sobre los conceptos de masa y fuerza[59] . Anotamos que Carrizosa publicó un artículo sobre el Teorema de Fermat en la revista APEX, en 1936, que desafortunadamente no hemos podido conseguir para dejarlo consignado y comentado en este libro, dada la importancia del tema.

1. *Las geometrías no euclidianas y las objeciones de Garavito.* Carrizosa se refiere a dos trabajos[60] realizados por Garavito sobre el tema de las geometrías no euclidianas. Don Julio lo publicó cuando tenía 26 años, apenas un año

[55] Julio Garavito, Nota sobre la fórmula de la trigonometría plana no euclídea en la geometría hiperbólica. Anales de Ingeniería 24 (1916), 222-234; 353-362: 465-469. ¿Bancarrota de la ciencia?. Anales de Ingeniería 25 (1917), 101-107; 203-215

[56] Nociones generales sobre las probabilidades. Anales de Ingeniería, 1922, Nos. 347-357. Pp.522-527, 582-590.

[57] La experiencia de Fizeau y la explicación de Garavito. Revista Santafé y Bogotá, 1923, Año I, No.5, pp. 324-332.

[58] Belisario Ruiz Wilches, Estudio de una posible forma de equilibrio del globo terrestre, Revista de la Universidad Nacional

[59] Mesa redonda universitaria. Primera contribución. Vida vicisitudinaria de los conceptos de masa y fuerza en el desarrollo de la mecánica. ¿Qué sabemos sobre ella?. Editorial Iris. Bogotá, 1954.

[60] Julio Garavito, Nota sobre la fórmula de la trigonometría plana no euclídea en la geometría hiperbólica. Anales de Ingeniería 24 (1916), 222-234; 353-362: 465-469. ¿Bancarrota de la ciencia?. Anales de Ingeniería 25 (1917), 101-107; 203-215

después del fallecimiento de Garavito. La cita de Beltrami[61] que aparece al principio de esta Nota la traemos a cuento para compararla con la arrogante y despreciativa actitud de Garavito frente a las nuevas teorías. Victor Albis quien comenzó esta Nota Preliminar afirma "Cuando escribimos nuestro trabajo sobre la historia del postulado euclídeo en Colombia desconocíamos la existencia del trabajo de Carrizosa, luego esta es una buena oportunidad para darlo a conocer. Efectivamente tres trabajos se han hecho para mostrar los errores de Garavito al referirse a este tema. El primero que apareció históricamente es el de Carrizosa (1921) en el cual con un excelente trabajo de fuentes muestra las fallas de Garavito en su intención de descalificar estas nuevas teorías. El segundo trabajo es del matemático venezolano Francico J. Duarte que apareció en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*[62] (1946) y el tercero es de Albis también publicado en la misma revista (1997). Todos coinciden en afirmar que Garavito cometió varios errores tanto lógicos, círculo vicioso, como de comprensión del tema por su deseo de preservar la geometría euclidiana como la única "verdadera".

2. *Nociones generales sobre las probabilidades.* Publicado en 1922, recién terminando sus estudios de ingeniería en la Universidad Nacional, nos presenta un interesante artículo sobre el tema de las probabilidades en la revista *Anales de Ingeniería.* Hasta donde sabemos es el primer trabajo sobre la teoría de probabilidad publicado en Colombia. Sin ningún tipo de introducción, simplemente entra con la siguiente definición: "Se llama probabilidad de un acontecimiento la relación entre el número de casos favorables a su realización y el número total de casos posibles." Sus fuentes son el libro de Análisis de Sturm[63], las conferencias policopiadas de Garavito sobre Astronomía (1904)[64], y el libro Calcul des Probalilités de Poincaré[65]. Igualmente creemos que conoció trabajos de Louis Bachelier (1870-1946) matemático francés que tiene varias publicaciones sobre probabilidad.

3. *Las tablas de la luna y el sabio colombiano Julio Garavito A.* Luego de hacer un breve recuento sobre el tema con fuentes especializadas como es su costumbre, analizará el trabajo de Garavito publicado en la revista de la Academia Colombiana de Ciencias. Carrizosa conoció de primera mano los

[61]E. Beltrami, Saggio di interpretazione dela geometría non-euclidea, Giornale de Mathematiche 6 (1868), 284-312.

[62]Francico J. Duarte, Sobre las geometrías no euclidianas. Notas históricas y bibliográficas, Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Vo. VII (25-16), 1946, 63-80.

[63]M. Sturm, Cours d´Analyse, 1892, Gauthier Villars, Paris.

[64]Astronomía, Lecciones dictadas en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería, Manuscrito de J. Fonseca, 1904.

[65]Gauthiers-Villars, 1912.

pliegos que se encontraban en el Observatorio Astronómico Nacional en los cuales se encontraban (¿encuentran?) los cálculos de Garavito usando el método de Hill-Brown. La crítica de Carrizosa se resume en el siguiente párrafo: "¿Qué fracción de la labor que se proponía Garavito, consistente el método de Hill-Brown ha sido efectuada en dicho trabajo? Si no existen nuevos manuscritos de Garavito, podemos afirmar que en lo publicado apenas se inicia el estudio de la llamada variación, pero faltaría terminar tal estudio y seguir con las demás desigualdades de Brown. ¿Con base en esa ficción sería posible llevar a término todo el desarrollo? Nos parece casi imposible y además inútil, pues dicho desarrollo ha sido ya realizado por Brown."

4. *La experiencia de Fizeau y la explicación de Garavito*. El epígrafe de este trabajo resume en buena medida las críticas que hará Carrizosa a la experiencia de Fizeau en los trabajos de Garavito tanto sobre *La paradoja de la óptica matemática*[66] en las cuales se observa claramente su rechazo a la naciente teoría de la relatividad de Einstein: "La óptica astronómica debe establecerse desligada de las teorías hipotéticas de la física, que no son sino teorías provisionales". Dice Carrizosa: "Hemos tratado de transcribir una después de otra la explicación de Garavito y la que se obtiene por las teorías recientes de la relatividad. Sería interesante un estudio hondamente comparativo."

5. *Critica al estudio de una posible forma de equilibrio del globo terrestre.* Trabajo en el cual Carrizosa responde a la invitación realizada por Belisario Ruiz Wilches en artículo publicado en la *Revista de la Universidad Nacional*[67]. Carrizosa muy bien documentado basa sus críticas en los siguientes puntos, debidamente soportados: 1) Ruiz Wilches se aparta de las hipótesis hasta ahora empleadas para estudiar el asunto sin justificar esas bases. 2) Cuestiona las ecuaciones presentadas sobre las curvas meridianas y "el alcance exagerado basándose en las seis soluciones que aparenta tener". 3) Objeta las concordancias que presenta el profesor Ruiz Wilches al final del escrito, como comprobación de su teoría. "No nos parece, en efecto, que la fórmula que él somete al cálculo tenga el alcance que él le atribuye, ni que los resultados numéricos sean tan convincentes como él piensa."

6. *La vida vicisitudinaria de los conceptos de masa y fuerza.* En este folleto de 29 páginas se encuentran las reflexiones de Carrizosa para responder a la pregunta ¿Qué sabemos de masa y fuerza? Carrizosa analiza estos conceptos desde la mecánica clásica y cómo han cambiado con la teoría de la relatividad.

---

[66]Julio Garavito, La paradoja de la óptica matemática. Teoría de la aberración y la refracción de la luz. 1915, Imprenta Nacional, Bogotá.

[67]Belisario Ruiz Wilchez Estudio de una posible forma de equilibrio del globo terrestre. Revista de la Universidad de Colombia, número 4. págs 275 – 283, 1945.

Conclusión: Como podrá apreciar el lector este libro y en particular esta sección es una invitación a los lectores a conocer aspectos muy valiosos de nuestra historia de la ciencia y valorar los aportes realizados por Carrizosa en la primera mitad del siglo XX antes de que se hubieran creado las carreras de matemáticas, física y los posgrados en astronomía en la Universidad Nacional de Colombia.

Clara Helena Sánchez B.

Las geometrías no euclídeas y las objeciones de Garavito[68]

Un autre que nous imposons
au monde, c'est l'espace.
H. Poincaré

I

Propagadas las consecuencias esenciales de la filosofía de Boutroux (1845-1921), o sea el desacuerdo entre la realidad y la concepción *mecanicista* de la naturaleza, por una parte, y por la otra, el carácter convencional de las teorías más generales de las ciencias, la crisis respecto de los conceptos, al parecer inamovibles, de la Geometría y de la Física matemática no se hizo esperar. H. Poincaré (1854 - 1912) había llegado por vía diferente a las mismas conclusiones que Boutroux (1845-1921), y su ingenio y originalidad, unidos a un profundo conocimiento del mecanismo matématico, supieron hacer populares

[68]Este trabajo apareció por entregas en la revista *Universidad*, en sus números (números 19. 20 y 21 de 1921.) Su publicación está precedida por la siguiente carta al editor de la revista: Señor don Germán Arciniegas / E.S.M. / Mi querido amigo: En ninguna parte mejor que en la simpática revista que usted dirige, cabrían estas páginas, en donde nos hemos atrevido a dejar un tributo tranquilo y consciente a la memoria de nuestro sabio matemático don Julio Garavito A. / No es la fanática admiración, ni el deseo de aminorar un prestigio que ha de ser sagrado en nuestra Patria, lo que nos mueve a discutir estas áridas cuestiones, apenas sí amenizadas con alguna que otra paradoja; nos mueve solamente el deseo de contribuir de modo muy modesto, en la tarea de ilustrar el criterio de quienes hayan de dictar su fallo, al presentar ante el mundo científico la obra del sabio colombiano. / Debo advertir a usted, también, que el presente estudio es apenas un débil reflejo de una ciencia completamente inabordable por los que como nosotros, apenas reciben en la Facultad la instrucción suficiente, en matemáticas, para la carrera del ingeniero. Estas arduas disciplinas demandan un conocimiento perfecto de la teoría de los grupos de transformaciones –por ejemplo– que han permitido la sistematización de la Geometría, pero cuyo estudio está muy distante de quien apenas se ha asomado a los umbrales del Análisis. / Además, no tenemos empacho de decirlo: nada nuevo encontrará usted en este estudio, si no es, quizás, aridez y difusión en las ideas. Nuestro lugar en el aglomerado científico es ínfimo, y mal podríamos ser el fenómeno que estableciera la exepción. Cerebros privilegiados investigan actualmente estas dificilísimas cuestiones, y por tanto, nuestra labor debe limitarse a un estudio desinteresado, que nos haga capaces alguna vez para ser una unidad en la ciencia mundial. / Entendido lo anterior, agradezco a usted la benevolencia, y me suscribo su atento y seguro servidor y amigo, / Julio Carrizosa.

ideas que hoy se consideran íntimamente unidas a su nombre, sin que por esto se desconozca la antigüedad de un movimiento que pudiera llamarse relativista, y al cual están vinculados, como veremos, nombres de inmenso prestigio en las ciencias.

Garavito conoció principalmente la obra de H. Poincaré, y optó, como es sabido, por el partido del rigorismo científico, afrontando su poderosa inteligencia las interpretaciones de hechos que parecían querer disolver principios considerados como indiscutibles. Defendió pues, la construcción geométrica clásica, tratando de restituir todo su valor a las nociones estimadas no hacía mucho tiempo por los racionalistas, como el ejemplo patente de la verdad *a priori* y necesaria. Empero, el problema que él califica apenas de interesante acertijo era el resultado de las meditaciones de un Gauss (1777-1855), quien desde 1792 estudiaba la teoría de las paralelas, como se desprende de la correspondencia entre este sabio y Wachter, Schweikart y Schumacher (1816–1831)[69], y de algunos otros documentos que permanecieron mucho tiempo ignorados, pues Gauss, temeroso de no ser comprendido, llevaba adelante sus investigaciones exigiendo siempre de sus amigos la más absoluta reserva.

Con el nombre de Gauss podemos citar otros no menos notables: Saccheri (1667–1733) quizá el iniciador: Lambert (1728-1777), Taurinus (1794-1874), Legendre (1752-1833); y, por fin, JANOS BOLYAI (1802-1860), Riemann (1826-1866) y Nicolás Lobatschewsky (1792-1856), este último merecedor por mil títulos del nombre de *Euclides moderno*[70]. El descubrimiento de la Geometría no euclídea era, pues, como dijo Halsted, inevitable. Más de dos mil años habían transcurrido desde Euclides hasta Legendre, antes de que el verdadero sentido del famoso postulado fuese conocido de los geómetras, quienes suponían que su verdadera naturaleza estaba contenida en la noción clásica de la línea recta. No es ésta, pues, la obra de visionarios, ni está encubierto el sentido íntimo del problema por algún razonamiento engañoso; basta recordar que su estudio ha llevado al esclarecimiento de la verdadera naturaleza de los principios de la Geometría, poniendo de relieve los múltiples errores de los mejores tratados sobre la materia, y permitiendo la construcción de una geometría verdaderamente racional, como la ha hecho Halsted (1853-1922)[71] basándose en las investigaciones de David Hilbert.

---

[69]Cf. *Gauss, les deux Bolyai et la géométrie non euclidienne*, par Paul Stackel et Friedrich Engel. Gauthier Villars, 1897.

[70]*Sur le fondements de la géométrie,* **1830***; Géométrie imaginaire,* **1837***; Nouveaux fondements de géométrie,* **1838***; Recherches géométriques sur la théorie des paralléles,* **1840***; Pangéométrie*, **1855**. Este último trabajo contiene la exposición completa de su sistema. (Véase Barbarin 1907, Gauthier Villars, *La géométrie non euclidienne*).

[71]Dr. G. B. Halsted. *Géométrie rationnelle*, 1916.

Se desprende de lo dicho, que Garavito al preconizar la caducidad de una construcción lógica elaborada por cerebros matemáticos de primer orden, tenía que haber hecho una obra trascendental. Esta consideración nos movió a estudiar, antes que cualquier otra, esta parte de la obra de nuestro malogrado sabio, siendo de advertir, además, que hemos reducido este trabajo prescindiendo del análisis de sus ideas respecto de la noción espacial, pues esta difícil cuestión caería muy pronto bajo el dominio de la psicología.

La Psicología, ciencia que daría cuenta del proceso genésico del concepto, ¿llegaría, pienso, a justificar su carácter absoluto o relativo? Que respondan nuestros psicólogos; nosotros solamente nos atrevemos a decir que en estas regiones de la Filosofía, por no decir en todas, todavía se justifican las hipótesis, y la del espacio relativo es por lo menos muy útil en la comprensión de las nuevas Geometrías, siendo esta razón de utilidad quizá el título más sano de las cosas que se tienen por verdaderas.

Veamos, pues, solamente si es posible establecer de modo indiscutible la Geometría lobachesquiana, a pesar de las objeciones de Garavito, entendido, eso sí, que ni por un momento se trata de poner en duda la *utilidad* de los razonamientos de Euclides; y nótese que sólo nos situamos en el terreno de la *utilidad*, prescindiendo de defender el carácter de verdaderos que puedan tener estos conceptos, pues esto nos llevaría al mismo género de definiciones que hemos rehuído al tratarse del espacio.

Creemos, por tanto, que la sola legitimación del descubrimiento lógico de Lobatschewsky, es suficiente para hacer ver que las palabras de Poincaré que encabezan estas páginas guardan un sentido extraordinariamente fecundo de una bancarrota de la ciencia.

El argumento de Garavito puede resumirse así:

1º Es posible establecer rigurosamente, desde el punto de vista analítico, las fórmulas fundamentales de las trigonometrías planas no euclídeas.

2º Las fórmulas de la trigonometríia correspondientes a la geometría de Lobatschewsky son las de la trigonometría esférica imaginaria.

Se concluye que hay error en designar con los nombres de Geometrías planas no euclídeas a las Geometrías esféricas, y en poner duda el postulado de Euclides.

Es posible presentar todavía de modo más explícito la argumentación anterior, haciendo extensiva la segunda proposición a la Geometría elíptica o de Riemann (1826-1866) que Garavito también mencionó, y concluyendo, además, en la imposibilidad de las nuevas geometrías de tres dimensiones, conclusión ésta a la que no llega Garavito, pero que se desprende naturalmente de las objeciones anteriores. Conviene, además, advertir que la interpretación establecida por nuestro sabio matemático no es representable, pues consiste en una esfera de radio imaginario. Y adviértase de paso que tal interpretación no fue establecida primitivamente por Garavito, como lo afirmó el señor Álvarez Lleras en alguna ocasión [72]; mucho antes que él fue establecida por Lambert (1728–1777), de aquí el nombre de Geometría imaginaria propuesto por el mismo Lobatschewsky en alguna de sus obras [73]. Más tarde (1868), Beltrami [74], encontró superficies euclídeas reales llamadas *pseudo-esferas*, cuya geometría es idéntica a la planimetría de Lobatschewsky [75], y se estableció que toda geometría que prescinda del postulado de Euclides es aplicable tanto a la superficie de curvatura constante negativa como al plano. Se podría, pues, reforzar el espíritu de la argumentación anterior, desarrollando la segunda proposición y su respectiva conclusión así:

a) Las rectas de Riemann tienen todas las propiedades de los círculos máximos de una esfera euclidiana, y la trigonometría de los triángulos riemannianos es en el fondo idéntica a la de los triángulos esféricos; por tanto, el plano de Riemann y la esfera de Euclides son una sola cosa.

b) Si se hace girar la curva de la tangentes iguales o *tractriz* [76] alrededor de su eje, la superficie de revolución así generada es una *pseudo-esfera*; superficie de curvatura total constante negativa y en la cual los triángulos formados por el cruzamiento de sus líneas *geodésicas*, tienen siempre por suma angular menos de dos ángulos rectos. Las rectas de Lobatschewsky son pues geodésicas de tales superficies; por tanto, el plano de Lobatschewsky y la *pseudo-esfera* son una sola cosa.

Se concluye que las geometrías planas no euclídeas son, pues, traducibles, e interpretan los hechos, pero no es posible que existan geometrías semejantes de tres dimensiones.

Al parecer bastaría el establecimiento de la primera proposición para formular un argumento irrebatible en contra de las nuevas geometrías, pues el absurdo es el golpe de gracia de todo razonamiento matemático defectuoso; empero, el establecimiento de la segunda proposición hace ilusoria la posibilidad de demostrar la primera, porque su justificación valdría tanto como demostrar la falta de rigor de fórmulas cuya viabilidad se demuestra al mismo tiempo: se incurriría en la más flagrante de las contradicciones.

[72] *Anales de Ingeniería*, número 325, 1920.

[73] *Géométrie imaginaire*, 1837.

[74] Beltrami, E. (1869). *Essai d'interprétation de la géométrie non euclidienne* (Annales de l'École Normale, 1ère Série, t. vi. pág. 256

[75] G. Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces.* Paris, Gauthier Villars, 1889

[76] Tractriz: trayectoria de un punto arrastrado por otro que se desliza en línea recta.

Pero ¿cómo le fue posible a Garavito demostrar la falta de rigor de la fórmula fundamental de la trigonometría de Lobatschewsky? Sencillamente porque razonó en el plano euclídeo y con líneas euclídeas: es decir, como si los geómetras lobachesquianos pretendieran demostrar la falta de rigor de las fórmulas de la trigonometría plana euclídea razonando en sus planos, o mejor dicho, en algo así como en nuestras superficies de curvatura constante negativa. No es posible, pues, discutir las fórmulas correspondientes a otras geometrías sin aceptar las condiciones especiales que prescinden su establecimiento, y esas condiciones especiales imprimen a la recta propiedades particulares muy distintas de las que se le conceden comúnmente: en la geometría de Riemann, por ejemplo, las rectas son curvas cerradas de longitud finita, y en este caso es perfectamente aceptable la fórmula II, pág. 224 de los números 285 y 286 de los Anales de Ingeniería (1916); fórmula condenada por Garavito por no existir, según él, uniformidad recíproca entre sus elementos variables.

Diremos lo mismo respecto de la fórmula I, pág. 223, fórmula igualmente condenable si se razona en espacios distintos de aquellos en que se justificaría, que fue lo que hizo Garavito, como lo prueba el hecho de que el sabio matemático se hallara frente a frente, como él dice, con el postulado de Euclides; circunstancia ésta que nada prueba en favor de su tesis, si no es que había razonado, no con las rectas hiperbólicas, sino, como le diría un lobachesquiano, con *horiciclos* y en la superficie de las *horisferas*, pues éstas son las representaciones no euclídeas de las rectas y planos euclídeos. Es, pues, cuestión de nombres, pero igual derecho asiste a un geómetra euclídeo que a un lobachesquiano para llamar rectas a los horiciclos u horiciclos a las rectas, y este es el punto cuya trascendencia lógica no escapará al filósofo.

Ambos geómetras podrían entonces confiar al análisis la solución del conflicto, pero los argumentos que este análisis proporcionara al uno, proporcionaría también al otro; tal como Garavito objetó, objetará también, casi con las mismas palabras, el defensor de Lobatschewsky. Ese fanático adversario comenzaría por demostrar, pues, la falta de rigor de las fórmulas de la trigonometría euclideana (entendido que razonaría en el plano y con la recta hiperbólicos), y, siempre recurriendo al análisis, demostraría cómo Garavito tuvo que hallarse frente con el postulado de Lobatschewsky.

Todavía más: nuestro geómetra, habitante tal vez de uno de esos extraños universos creados por la maravillosa imaginación de Poincaré, y donde la geometría hiperbólica sería tan natutral como lo es para nosotros la euclídea; nuestro geómetra, digo, se extrañaría de que Euclides, que sería para él un Lobatschewsky, se empeñara en suprimir la famosa constante K, y daría al diablo la maligna intención del tal Euclides, que así tan maliciosamente pretendiera, contradiciendo la experiencia, echar por tierra la construcción respetabilísima establecida desde mucho tiempo antes por Lobatschewsky, que sería para él un Euclides.

El análisis nos consolaría, pues, a todos; así de vasto es; pero ese consuelo no deja de ser tan platónico como el del filósofo que sabe que dadas sus definiciones y principios, no hay adversario que pueda rebatir sus argumentos; certamen ridículo de todo el que sigue ciegamente una de esas grandes construcciones del pensamiento humano, y éste es el secreto de las interminables discusiones filosóficas que ya van siendo curiosidades históricas. Con un poco de fe compraríamos, pues, a bajo precio, el establecimiento riguroso de los comienzos de nuestra geometría, envueltos hasta ahora en el misterio; empero, la misma fe no alcanzaría a disimular el carácter arbitrario de ciertas definiciones. Esto se hará claramente si, siguiendo el razonamiento de Garavito, tratamos de establecer las definiciones principales de las tres Geometrías.

II

Refirámonos, como lo hace Garavito, al álgebra pura. El seno, el coseno y la tangente de un *número* serán para nosotros, no ya las líneas cuyas propiedades estudiamos en trigonometría, sino funciones definidas por las series convergentes

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \\ \operatorname{tang} x &= \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}\cdot\end{aligned}$$

Se demuestra en cálculo que tales funciones gozan de las mismas propiedades que las líneas del mismo nombre en trigonometría; π será, pues, el número definido por la serie

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \cdots\right)$$

Garavito estudió amplia y elegantemente las propiedades de las trascendentes anteriores y las de las funciones hiperbólicas que se introducirán más adelante [77]; sólo repetiremos ahora, generalizándolas, las definiciones dadas por Garavito al final de su opúsculo sobre las Geometrías no euclídeas.

Tomemos el punto como elemento especial y llamemos espacio a un continuo ilimitado de n variables.

El conjunto de las n cantidades $x_1, x_2, \cdots, x_n$, será lo que llamaremos las coordenadas de un punto en este espacio. Si las coordenadas $x_1, x_2, \cdots, x_n$ son

[77] Cf. *Anales de ingeniería*, números 285 y 286, 1916.

funciones de un parámetro p, diremos que el punto describe una línea, una variedad o un espacio de una dimensión, y así sucesivamente.

Llamemos superficie o *hiper-superficie* una variedad de $n-1$ dimensiones.

Si las coordenadas de un punto $x_1, x_2, \cdots, x_n$ son funciones lineales de un mismo parámetro variable p, que puede ser, por otra parte, una de las variables $x_1, x_2, \cdots, x_n$, se dice que el punto describe una recta. Las ecuaciones $x_1 = a_1 + \alpha_1 p; x_2 = a_2 + \alpha_2 p; \cdots; x_n = a_n + \alpha_n p$ que se pueden poner bajo la forma

$$\frac{x_1 - a_1}{\alpha_1} = \frac{x_2 - a_2}{\alpha_2} = \cdots = \frac{x_n - a_n}{\alpha_n}$$

representan una recta.

Sean $x_1, x_2, \cdots, x_n$ las coordenadas de un punto P que pertenece a la figura F. Supongamos que existan las funciones

$$x_1 = f_1(y_1, y_2, \cdots, y_n), \cdots, x_n = f_n(y_1, y_2, \cdots, y_n) \qquad \text{(I)}$$

y que estas funciones sean resolubles con respecto a las y; entonces al punto $P(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ de la figura F corresponderá un punto $P'(y_1, y_2, \cdots, y_n)$ de otra figura F' que se llamará la transformada de F por la sustitución (I). No es posible, ni sería del caso, extendernos en esta teoría que ha revolucionado el Análisis y la Geometría; nos basta saber que entre las substituciones indicadas las más simples son las substituciones ortogonales.

$$\begin{aligned} x_1 &= a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \cdots + a_{1n}y_n + b_1 \\ &\vdots \\ x_n &= a_{n1}y_1 + a_{n2}y_2 + \cdots + a_{nn}y_n + b_n, \end{aligned}$$

donde los b_n son arbitrarios, existiendo entre los a_{ij} las relaciones

$$a_{1i}a_{1j} + a_{2i}a_{2j} + \cdots + a_{ni}a_{nj} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad i \gtrless j \\ 1 & \text{si} \quad i = j; \end{cases}$$

es fácil concluir [78]

$$(\sum \pm a_{11}a_{22}\cdots a_{nn})^2 = 1 = A^2,$$

de suerte que

$$A = \sum \pm a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

[78] *Nota de los editores*. La fórmula que sigue se escribiría hoy en día de la manera siguiente:

$$\left(\sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} \pm a_{1\sigma(1)}a_{2\sigma(2)}\cdots a_{n\sigma(n)} \right)^2 = 1 = A^2,$$

donde $\mathfrak{S}_n$ es el grupo de las permutaciones de n elementos.

Cuando $A = 1$, la figura transformada por la substitución ortogonal ha experimentado un *cambio euclídeo*. Este cambio es una traslación si los a_{ij} son nulos y los a_{ii} iguales a la unidad, y una rotación cuando los b_i son nulos. [79]

Llamemos distancia entre dos puntos $x_1, x_2, \cdots, x_n; y_1, y_2, \cdots, y_n$ la expresión

$$+\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \cdots + (x_n - y_n)^2}$$

que es un *invariante* en todos los cambios euclídeos.

En fin, si seguimos empleando el mismo lenguaje tomado de la Geometría, estableceríamos también una trigonometría siempre sin salirnos del puro análisis; pero lo dicho es suficiente para hacer ver la gran semejanza que existe entre este análisis riguroso y la geometría. [80]

Para terminar, establezcamos en toda su generalidad el postulado de Euclides, traducido analíticamente por Garavito sólo para las tres dimensiones.

III

Por un punto se puede siempre hacer pasar una sola paralela a una recta dada.

Sean $\cos\varphi_1, \cos\varphi_2, \cdots$ los cosenos directores de la recta dada; $\cos\psi_1, \cos\psi_2, \cdots$ los de la recta pedida; sus ecuaciones serán

$$x_1 = a_1 + t\cos\psi_1; \quad x_2 = a_2 + t\cos\psi_2; \cdots$$

se debe tener

$$\cos\varphi_1\cos\psi_1 + \cos\varphi_2\cos\psi_2 + \cdots = \pm 1,$$

de donde

$$(\cos\varphi_1\cos\psi_1 + \cos\varphi_2\cos\psi_2 + \cdots)^2 = 1,$$

o sea

$$\sum\cos^2\varphi_i\sum\cos^2\psi_i - \left(\sum\cos\varphi_i\cos\psi_i\right)^2 = 0,$$

es decir,

$$\sum(\cos\varphi_i\cos\psi_j - \cos\varphi_j\cos\psi_i)^2 = 0$$

igualdad que no se verifica sino en el caso de que

$$\frac{\cos\varphi_1}{\cos\psi_1} = \frac{\cos\varphi_2}{\cos\psi_2} = \cdots = \frac{\sqrt{\sum\cos^2\varphi_i}}{\sqrt{\sum\cos^2\psi_i}}.$$

---

[79] *Nota de los editores.* El caso $A = -1$ no lo considera el autor.

[80] Véase H. Laurent, *Sur les principes fondamentaux de la Théorie des nombres et de la Géometrie.* Sciencia, Juin, 1902, Phys. Mathématique No. 20.

La recta buscada está pues perfectamente determinada y tendrá por ecuaciones

$$x_1 = a_1 + t\cos\varphi_1; x_2 = a_2 + t\cos\varphi_2; \cdots .$$

Estudiamos ahora otros espacios. Llamemos punto al conjunto de números x_1, x_2, $\cdots$, x_n ya no arbitrarios sino que satisfagan a la relación

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 = R^2,$$

es decir, sólo consideramos los puntos situados en una esfera.

Digamos que un punto ha sufrido un *cambio* cuando se verifica una substitución ortogonal homogénea

$$x'_1 = a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n$$
$$x'_n = a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n$$

El punto permanece en la esfera puesto que se tiene

$$\sum {x'}_i^2 = \sum x_i^2 = R^2.$$

Llamaremos planos las superficies representadas por ecuaciones homogéneas de primer grado; $n-2$ planos se cortarán según una recta. La recta será pues una variedad de una dimensión representable por n ecuaciones de la forma

$$x_i = a_i u + b_i v$$

siendo u, v parámetros variables; a_i, b_i constantes. u y v no serán arbitrarios, pues se debe tener

$$\sum x_i^2 = R^2.$$

Siempre se puede poner, además,

$$u = \rho\cos\varphi;\ \ v = \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

y en las ecuaciones de la recta se pondrá entonces

$$x_i = \rho(a_i\cos\varphi + b_i\,\mathrm{sen}\,\varphi).$$

La distancia entre dos puntos no será ya la cantidad

$$\sqrt{\sum (x-y)^2}$$

sino el invariante δ dado por

$$x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n = R\cos\delta.$$

La longitud ds de un arco de curva infinitamente pequeño estará dada por la fórmula

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + \cdots + dx_n^2.$$

Fácilmente estableceríamos, además, la fórmula fundamental de la trigonometría, que sería la misma fórmula de la trigonometría esférica, pero pasemos a la pangeometría hiperbólica.

Llamemos punto al conjunto de n números $x_1, x_2, \cdots, x_n$ ligados entre sí por la relación

$$\Sigma' x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{n-1}^2 - x_n^2 = R^2$$

que es la ecuación euclídea de un hiperboloide. Designaremos por $\Sigma' x_i^2$ las sumas de términos en las cuales el último ha sido tomado con el signo $-$.

Se dice que un punto ha sufrido un *cambio* cuando sus coordenadas $x_1, x_2, \cdots, x_n$ experimentan una subtitución lineal de la forma

$$\begin{aligned} x_1' &= a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_n' &= a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n \end{aligned}$$

ya no ortogonal sino tal que se tenga

$$\Sigma' a_{pi}a_{qi} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad p = q \\ 1 & \text{si} \quad p \neq q \end{cases}$$

Entonces se tiene también

$$\Sigma' a_{ip}a_{iq} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad p = q \\ 1 & \text{si} \quad p \neq q, \end{cases}$$

como se verifica fácilmente.

Los planos serán las superficies representadas por ecuaciones homogéneas de primer grado, y las rectas, variedades de una dimensión situadas en los planos.

Las ecuaciones de la recta se pondrán bajo la forma

$$x_i = \rho(a_i \cosh\varphi + b_i \text{ senh } \varphi)$$

con las condiciones

$$\Sigma' a_i^2 = R^2; \quad -\Sigma' b_i^2 = R^2; \quad \Sigma' a_i b_i = 0$$

siendo las funciones hiperbólicas introducidas, funciones definidas en las expresiones

$$2\cosh\varphi = e^{\varphi} + e^{-\varphi}; \ 2 \text{ senh } \varphi = e^{\varphi} - e^{-\varphi}$$

La distancia δ entre dos puntos estará definida por la fórmula

$$R^2 \cosh\delta = \Sigma' xy$$

y la longitud de arco infinitamente será $-ds^2 = \Sigma' dx^2.\delta$ y ds son invariantes de la substitución que llamamos *cambio*.

Tomemos las ecuaciones de la recta

$$x_i = a_i \cosh\varphi + b_i \text{ senh } \varphi \qquad \text{(I)}$$

de donde

$$dx_i = (a_i \cosh \varphi + b_i \text{ senh } \varphi) d\varphi$$

y llamando ds el elemento de recta se tiene

$$ds = R d\varphi$$

se podrá poner pues en lugar de (I)

$$x_i = a_i \cosh \frac{s}{R} + b_i \text{ senh } \frac{s}{R}$$

s será el arco contado a partir del punto $a_1, a_2, \cdots, a_n$.

Sujetamos la recta a pasar por el punto $c_1, c_2, \cdots, c_n$; se tiene, como es fácil ver,

$$x_i = \frac{a_i \text{ senh } \dfrac{s' - s}{R} + c_i \text{ senh } \dfrac{s}{R}}{\text{senh } \dfrac{s'}{R}},$$

llamando s' la longitud de arco que une los puntos $a_1, a_2, \cdots, a_n$ y $c_1, c_2, \cdots, c_n$.

Consideremos ahora el triángulo ABC; sean x_1, x_2,$\cdots$, x_n, y_1, y_2, $\cdots$, y_n, $z_1, z_2, \cdots, z_n$ las coordenadas de A, B y C. Las ecuaciones de los lados AB y AC serán llamando c y b sus longitudes

$$X_i = \frac{x_i \text{ senh } \dfrac{c - s}{R} + y_i \text{ senh } \dfrac{s}{R}}{\text{senh } \dfrac{s}{R}}$$

$$X_i = \frac{x_i \text{ senh } \dfrac{b - s}{R} + z_i \text{ senh } \dfrac{s}{R}}{\text{senh } \dfrac{b}{R}}$$

En fin, si llamamos ángulo de dos elementos $dx_1, \cdots, dx_n, \cdots, dx'_1, \cdots, dx'_1$ la cantidad cuyo coseno es

$$\Sigma' \frac{dx}{ds} \frac{dx'}{ds'}$$

el ángulo $\widehat{A}$ de nuestro triángulo estaría dado por la fórmula

$$\cosh a = \cosh b \cosh c - \text{ senh } b \text{ senh} \, c \cos \widehat{A}$$

que se puede deducir de la fórmula relativa a un triángulo esférico, reemplazando a, b, c por $a\sqrt{-1}$, $b\sqrt{-1}$, $c\sqrt{-1}$, como lo hizo Garavito.

Es inútil hacer notar, después de los razonamientos anteriores, que, supuesto el espacio de tres dimensiones, no hay una sola proposición de Geometría que no pueda ser demostrada con este análisis; teniendo en cuenta, eso sí, que los términos punto, línea, superficie, etc., tienen una significación diferente de la que se les asigna en Geometría, y notando, además, que los axiomas o postulados han sido rigurosamente demostrados

Ahora bien, ¿cuál de las tres construcciones anteriores debe ser elegida? Todas parecen tener igual derecho, y sólo una libre decisión de nuestra parte puede inducirnos a optar por tal o cuál, aun cuando siempre influenciados por prejuicios inevitables nos inclinaremos a elegir la construcción euclídea, en la creencia de transar de esta manera todas las dificultades; empero, hay que hacer notar que esas funciones que definen el punto en nuestro espacio son indeterminadas; por tanto, cuando estas funciones cambian, se tienen otros objetos verificando los mismos axiomas. Jamás sabremos exactamente, además, qué es un desalojamiento sin cambio de forma, y multitud de objetos corresponden a la idea que tenemos del plano y la línea recta. Es, pues, imposible quitar el carácter arbitrario que tenga nuestra elección, al escoger cualquiera de los tres grupos cuyas definiciones principales hemos expuesto. Por otra parte, sin en lugar de considerar los *cambios* como substituciones ortogonales generales, las definimos como substituciones homogéneas, la geometría de tres dimensiones será la Geometría riemanniana, y la de dos dimensiones será la análoga a la geometría de las figuras trazadas en la superficie de la esfera euclideana: los teoremas de la geometría plana independientes del postulado de Euclides continuarán siendo verdaderos, pero no habrá rectas paralelas y la suma de los ángulos de un triángulo será superior a dos rectos.

Admitamos ahora que un cambio es del género de los que se definieron al tratar de la pangeometría hiperbólica: los teoremas independientes del postulado de Euclides serán todavía verdaderos, pero entre los ángulos A, B, C, y los lados a, b, c, de un triángulo, se tiene la relación

$$\cos A = \cos B \cos C + \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \cosh \frac{a}{R}.$$

Si hacemos $B = \dfrac{\pi}{2}$ se tiene

$$\cos A = \operatorname{sen} C \cosh \frac{a}{R}.$$

A no será real sino bajo la condición

$$\operatorname{sen} C \cosh \frac{a}{R} \leq 1$$

el ángulo C debe ser pues inferior a $\dfrac{\pi}{2}$. Existe por tanto en el plano una infinidad de rectas oblicuas a otra y que no encuentran una perpendicular dada.

Si ponemos

$$\operatorname{sen} C = \frac{1}{\cosh \dfrac{a}{R}},$$

el ángulo más pequeño $2p$ dado por la fórmula

$$\cos p = \frac{1}{\cosh \dfrac{a}{R}}$$

es el ángulo de paralelismo. También podemos poner, teniendo en cuenta de la expresión anterior de $\operatorname{sen} C$

$$\operatorname{sen}^2 C = \frac{1}{1 + \operatorname{senh}^2 \dfrac{a}{R}},$$

o sea

$$\operatorname{sen}^2 C \operatorname{senh}^2 \frac{a}{R} = \cos^2 C$$

de donde

$$\operatorname{senh}^2 \frac{a}{R} = \cot^2 C$$

es decir;

$$\operatorname{senh} \frac{a}{R} = \cot C$$

o también

$$e^{a/R} - e^{-a/R} = 2 \cot C,$$

siendo C el ángulo complementario formado por una paralela y la perpendicular. El ángulo de paralelismo depende pues de R y de a, y la pangeometría hiperbólica de tres dimensiones se confunde, como acabamos de ver, con la geometría de Lobatschewsky y de Bolyai. La constante R o K que aparece en las fórmulas anteriores no es nada fantástica, ni ha sido introducida mañosamente por Lobatschewsky; es simplemente la constante especial de Gauss, definida por éste intrínsecamente, es decir, sin recurrir a la recta euclídea ni a la tercera dimensión.[81] Su establecimiento no es tan difícil como lo pensó Garavito, pues se introduce naturalmente, según lo demostró Lambert, en la medida de la suma de los ángulos de un triángulo, y es una unidad natural de longitud. La existencia de esta unidad natural de longitud es común para ambas geometrías, la elíptica y la hiperbólica, y constituye, como lo dijo Garavito, el *desideratum* de la geometría euclideana, no tanto porque ésta viene a ser el caso límite de las otras, siendo además euclídea la geometría de las pequeñas figuras, cuanto porque Gauss le daba todavía una mayor importancia al pensar que su valor podía ser determinado por la experiencia, y en caso tal, se podría llegar a defender la verosimilitud de una de las tres construcciones. Empero, Poincaré resolvió indudablemente el problema con la hipótesis convencionalista [82], en la cual dicha constante es la *curvatura de la determinación métrica de un espacio*

[81]Cf. G. Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, 1889, Gauthier- Vilars et Fils. Paris.

[82]Esta teoría se encuentra estudiada en un libro muy interesante de Rougier, *La philosophie géométrique de Henri Poincaré*, Revue de Méthaphysique et de Morale No. 28 (2), págs 9-12.

en un punto, es decir, la característica de un modo especial de hacer geometría. Su establecimiento experimental, nada diría de la naturaleza del espacio objeto de la geometría, sino del modo de ser de los cuerpos que se estudian.

No hay para qué añadir que esta constante ha llegado a ser para los que elogian incondicionalmente la obra de Garavito, la clave del enigma, "...misteriosa incógnita sobre la cual se ejercita la crítica justiciera de Garavito". Ya es de ver, también a Lobatschewsky introduciendo "sigilosamente en sus cálculos trigonométricos, con sapientísima habilidad y diabólica intención, una letra enigmática, una K que aparece no se sabe cómo ni de dónde, y que se desliza en todos los desarrollos, moviéndose con el natural desembarazo de quien se encuentra en su casa y en su puesto".

Sólo en estos países mimados por el sol, se puede dilatar tanto el significado y alcance de una letra. Pero pasemos a estudiar ahora la segunda parte del argumento de Garavito, viejo argumento, conocido de mucho tiempo atrás con el nombre de *argumento de las esferas y las pseudo-esferas*[83].

IV

El argumento de las esferas y pseudo-esferas.– La traducción dada por Garavito de la geometría lobachesquiana, es como ya lo dijimos, inimaginable, pero hay otras interpretaciones reales. Refiriéndonos a ellas preguntamos: ¿Es posible identificar completamente la geometría de Riemann de ϕ con la geometría de tales superficies?

Sin duda es posible interpretar la geometría riemaniana con la geometría esférica ordinaria, pero esto no nos autoriza para concluir que la geometría esférica sea una sola cosa con la de Riemann.

Todos los geómetras, euclideanos o no, son acordes en admitir que la recta está caracterizada *de modo general* por una definición y tres postulados. Transcribámoslo tal como fueron propuestos por Euclides[84]:

(Def. 4) *La línea recta es aquella que reposa igualmente en todos sus puntos.*

(Post. 1^{o}) *Postúlese que entre dos puntos se trace una recta.*

Es decir, dados dos puntos distintos existe siempre una recta a la cual estos dos puntos pertenecen.

[83] P. Barbarin, *La géométrie non euclidienne.*Paris, C. Naud, Scientia, Février 1902. Phys Mathématique, No. 15.

[84] De los "Elementos" del geómetra griego. Libro I. Edición de Peyrard, en griego, latín y francés.

(Post. 2º) *Postúlese la prolongación en línea recta y en continuidad de una recta limitada.*

Es decir, dado un segmento rectilíneo existe siempre una recta infinita a la cual pertenece este segmento.

(post. 4º) *Postúlese que todos los ángulos rectos sean iguales entre sí.*

Es decir, los ángulos rectos son congruentes.

El plano está también caracterizado de modo general por la definición séptima y las precedentes. *Por toda recta se pueden pasar una infinidad de planos.*

Rechacemos el postulado sexto: *dos puntos determinan una sola recta*; y habremos definido *especialmente* la recta y el plano riemanianos.

Por toda recta de Riemann se pueden hacer pasar infinidad de planos riemanianos, y en cada uno de ellos, esta recta tiene un centro determinado y distinto, siendo posible concebir la recta sin los planos. Pero las consideraciones anteriores no tienen sentido cuando traducimos las rectas por círculos máximos y los planos por esferas.

Podemos decir, ciertamente, de los círculos máximos de una esfera, que sus propiedades quedan decretadas por la definición 4, los postulados 1º, 2º y 4º y la negación del postulado 6º, pero la idea de tales rectas como círculos máximos de una esfera es, como se comprende, inseparable del *pseudo-plano*, determinado completamente con cualquiera de los segmentos de la recta por pequeño que sea, así como por el centro y el radio de la esfera, de la cual dicho *pseudo-plano* hace parte.

Además[85], si se trata de definir la circunferencia, la esfera y el espacio esférico de forma euclídea, es necesario admitir, tácticamente o no, la existencia del centro y radio de este espacio esférico, esa esfera y aquella circunferencia, siendo entonces imprescindible la distinción entre las propiedades absolutas y relativas de tales figuras, es decir, la circunferencia considerada en sí misma o como adscrita a la esfera, la esfera sola o como formando parte del espacio esférico. Si lo primero, las figuras estudiadas no tienen más que un centro, y las distancias de este centro a sus diferentes puntos se contarán según rectas euclídeas; si lo segundo, tales figuras tienen dos centros y las distancias se contarán según circunferencias.

En la geometría de Riemann, ya se trate de las propiedades absolutas o de las relativas, la recta, el plano y el espacio tienen dos centros simétricos, y las

[85] P. Barbarin. *Ob. cit.* Referenciada en 2018 por Scholar Select Wentwoth Press.

distancias entre estos centros y los diferentes puntos se cuentan siempre según rectas[86].

Pasando a la geometría de Lobatschewsky, la distinción es todavía más evidente. En efecto, las geodésicas de la *pseudo-esfera* se cortan dos a dos según una serie indefinida de puntos, diferenciándose de las rectas hiperbólicas que sólo se cortan en un punto, siendo posible, además, trazar rectas en todas direcciones, lo cual no es factible en la *pseudo-esfera*. Además, cualquier porción del plano lobachesquiano es aplicable íntegramente sobre la otra porción del mismo por una simple rotación alrededor de una recta, la que no se puede verificar con la *pseudo-esfera* sin efectuar antes una cierta flexión.

Existen, como se ve, algo irreducible en las representaciones euclídeas de los sistemas de Riemann o de Lobatschewsky. Por tanto ¿será lógico concluir contra la existencia de sistemas *imperfectamente* representables por medio de la geometría de Euclides?

Pero esta inidentidad es apenas un reflejo de su perfecta autonomía, verificada a medida que se avanza en el estudio de los sistemas elíptico e hiperbólico[87]. Toda la ciencia actual se podría explicar en lenguaje riemaniano o en lenguaje lobachesquiano, y sin tomar un solo término euclídeo; consecuencia ésta de la completa independencia entre los tres sistemas.

Se ha establecido[88], en efecto, que los *hipercicloides* de revolución tanto riemanianos como lobachesquianos son superficies de curvatura total igual a menos uno o más uno, aplicables las unas sobre las otras, y en donde la suma angular de sus triángulos gedésicos vale constantemente dos ángulos rectos[89]. También se ha demostrado la existencia de *pseudo-esferas* riemanianas o lobachesquianas, de curvatura constante positiva, nula o negativa, y en donde los triángulos geodésicos tienen siempre por suma angular menos de dos ángulos rectos. Y podríamos invocar más ejemplos para hacer ver que existe una geometría analítica propia de cada sistema, pero una serie de nombres nada agregaría a nuestra aserción. Puede quien quiera consultar los autores que estudian estos espacios por medio del análisis, y se convencerá de que cada uno de sus grupos métricos estudiados puede abordar cualquier problema con sus propios recursos.

---

[86]M. Mansion: *Sur la non identité du plan riemannien et de la sphére euclidienne*, Annales de la Société Scientifique de Brixelles 1896, 2da parte, págs 172 - 182

[87]*Cf.* P. Barbarin. *Études de géométrie analytique non euclidienne. Mémoires couronnés et mémoires de savants étrangers, Académie Royal des sciences , des lettres et des beaux arts de Belgique. t. 60, 1.*

[88]*Ibidem.*

[89]La “horisfera” se puede considerar como el límite de un “hipercicloide” cuyo eje se aleja indefinidamente.

Ahora bien, dado que tales grupos puedan vivir con absoluta prescindencia de los demás ¿es posible defender también su imaginabilidad?

Volvamos al universo aquel de Poincaré. Repitamos que en este universo suceden cosas extrañas pero perfectamente imaginables. Todos los cuerpos, por ejemplo, tienen el mismo coeficiente de dilatación y sus movimientos son de tal naturaleza que el equilibrio térmico se establece inmediatamente con el medio que los rodea. La temperatura será la máxima en el centro y llegará al cero absoluto en la periferia.

Si se llama R el radio del universo y r la distancia de un cuerpo al centro, su tempertaura absoluta será $R^2 - r^2$, siendo el índice de refracción de la luz la relación inversa.

Los seres sujetos a estas leyes, al buscar el modo más sencillo de *geometrizar* el espacio, harán la geometría de Lobatschewsky:

No pudiendo alcanzar jamás la superficie de la esfera creerán que su espacio es infinito.

Para ellos las rectas serás las circunferencias que cortan ortogonalmente al universo, es decir, la trayectoria de los rayos luminosos; el eje de rotación de los sólidos que giran alrededor de la recta que pasa por dos puntos cualesquiera, y el camino más corto entre estos puntos, o sea, el camino que quiere el menor número de pasos.

Pero pronto la tranquilidad de los geómetras lobachesquianos se verá comprometida por las teorías atrevidísimas de Euclides, que afirmará la existencia de una geometría independiente del postulado de Lobatschewsky, llegando a establecer que un triángulo tiene por suma angular dos rectos, y negando, para rematar todo aquel cúmulo de desatinos, la existencia de la constante K.

Sus razonamientos serán tenidos por paradójicos hasta que un Beltrami adviertiese que tal geometría no era otra cosa que la de las figuras formadas por los *hiriciclos* en la superficie de las *horisferas*. Entonces le dirían a Euclides: Vuestra geometría es perfectamente traducible en la superficie de la *horisfera*, no hay, pues, razón para querer justificar esa construcción como geometría plana no lobachesquian.

Sin embargo, las discusiones no terminarían sino el día en que otro Poincaré les dijese: “Vuestras geometrías son igualmente verdaderas; ambas podrían aplicarse a nuestro universo, pero la de Euclides es mucho más complicada, y al escoger la de Lobatschewsky no obedecemos sino a una razón de comodidad”.

Las observaciones anteriores son suficientes para hacer ver que no hay argumento que no pueda volverse en contra de los mismos euclídeos con sólo cambiar algunas palabras. Pero se nos dirá y ya se ha dicho[90]: admitir como sistemas posibles las tres construcciones sería desquiciar nuestras ideas mejor afianzadas. Sería sumergir la inteligencia en el caos, pretender que un triángulo, por ejemplo, tenga ora menos, ora más de dos ángulos rectos; siendo el caso en que su suma angular es dos rectos, no muy particular, que, viéndolo bien, en la práctica jamás se verifica.

Tales temores desaparecerán para quien admita que el espacio es sólo la fisonomía de nuestros razonamientos geométricos. Cualquier grupo métrico que adoptemos es aplicable a la ciencia actual, pero nada nos podrá decir del espacio en sí, sino dejará traslucir que tal concepto es relativo, pues dócil siempre a nuestros decretos, nunca rechazará con el absurdo ningún razonamiento en cualquiera de los tres campos euclídeo, riemaniano o lobachesquiano.

Vaticinar, además, la caducidad de las nuevas geometrías, es creer que los hombres de ciencia renunciarán algún día a un lenguaje que puede ser fecundo. ¿Qué digo? Ya lo ha sido. El mismo Poincaré nos habla del modo que utilizó los teoremas de Lobatschewsky en el estudio de los grupos *fuchsianos* y *kleineanos*. Eche la vista el lector a una obra muy accesible: *Science et méthode*, y si desea enterarse profundamente en estos estudios, abra el único tomo que hasta ahora corre publicado de la obra del sabio francés, en donde están los estudios llevados a cabo durante su juventud; segundo tomo éste preferido a los demás en el orden de su publicación por su gran trascendencia respecto de la geometría[91].

Digan también los físicos modernos, como Variéak, Sommerfeld y Robb, si el pensamiento al adelantarse en descubrir estos nuevos métodos, no les ha proporcionado un medio útil al permitirles elegir el lenguaje lobachesquiano para la traducción de sus investigaciones.

No podemos, pues, descalificar un orden de ideas justificable desde todo punto de vista, si se dejan de lado prejuicios de orden cuasi místico. Porque la consideración espacial es la fuente en donde se alimentan ciertos sentimientos que no dejan de ser románticos. La visión del cielo estrellado, por ejemplo, despierta la imaginación, que comienza a considerar el espacio como algo muy semejante a un mar indefinido en donde están sumergidas todas las cosas, y la noción adquiere de esta manera como una individualidad que cada vez reclama nuevos derechos a una existencia independiente.

Existen, y no es error científico afirmarlo, tres construcciones principales; tres vestiduras que le vienen bien a la naturaleza, y cuya utilidad no es desemejante de la del color con que el bacteriólogo tiñe a los microrganismos para hacerlos accesibles a sus sentidos.

[90]"Anales", número 325, 1920.

[91]*Oeuvres de Henri Poincaré, publiées sous les asupices du Ministére de l'Instruction Publique*, par G. Darboux, 1916, Paris, Gauthier-Villars et Cie

Tenemos, por tanto, de un lado el determinismo, sano para muchos, que pretende reducir la física y la química a la mecánica; el problema vital, a la físico-química; la conciencia y el pensamiento a uno de tantos fenómenos resolubles en el movimiento cerebral.

Y tenemos del otro lado la conciencia de una espontaneidad latente en todos los elementos constitutivos del ser, que en el campo de la geometría es una relatividad irreducible. De este lado, a nuestro entender, está el punto de vista que ofrece la perspectiva más útil para el adelanto científico.

Nociones generales sobre las Probabilidades[92]

Capítulo I

Definición. Se llama probabilidad de un acontecimiento la relación entre el número de casos favorables a su realización y el número total de casos posibles. Sea n el número de casos favorables, N el número total de casos posibles; la probabilidad del acontecimiento será por definición

$$\frac{n}{N}$$

La probabilidad es, pues, una fracción cuyo valor oscila entre cero y uno; este último valor corresponde a la certidumbre. Constantemente se hace uso en el cálculo de probabilidades de dos principios: uno referente a la adición de las probabilidades y el otro a su multiplicación.

Principio de la probabilidad total. Si se dividen los casos favorables a la realización de un acontecimiento en varios grupos, la probabilidad del acontecimiento será igual a la suma de las probabilidades parciales obtenidas al considerar cada grupo aisladamente. En efecto, se trata de sumar quebrados aislados que tienen igual denominador.

Principio de la probabilidad compuesta. Si un acontecimiento E depende de la realización de otros dos E' y E", dependiendo a su vez E" de E, la probabilidad de E será igual al producto de la probabilidad de E' por la probabilidad que adquiere E" dado que E' se verifique.

Sea M el número total de casos posibles entre los cuales hay e' favorables a E', y de éstos e' casos, e" favorables a E. La probabilidad de E será evidentemente

$$\frac{e''}{M} = \frac{e'}{M}\frac{e''}{e'}$$

En particular, si los acontecimientos E' y E" son independientes, la probabilidad de E será igual al producto de las probabilidades de E' y de E".

[92]Anales de Ingeniería, Nos. 347 a 357 pp. 552-527, 582-590. Bogotá, 1922

Esperanza matemática. Se llama esperanza matemática de un beneficio eventual el producto de este beneficio por su probabilidad.

La esperanza matemática es negativa cuando corresponde a una pérdida.

Valores medios. Sea p_1 la probabilidad de que una cierta cantidad a sea igual a a_1; p_2 la probabilidad de que lo sea a a_2, etc.; p_n la probabilidad de que sea igual a a_n. El valor medio absoluto o simplemente el valor medio de a es por definición la cantidad

$$a_1p_1 + a_2p_2 + \cdots + a_np_n$$

El valor medio de a es, pues, la esperanza matemática de un jugador a quien se le prometiera una suma igual a a. Es la suma de los productos de los diferentes valores de esta cantidad por sus probabilidades respectivas.

Sea μ, el número de casos posibles de suerte que

$$p_1 + p_2 + \cdots p_n + \cdots + p\mu = 1$$

El valor medio *absoluto* de a se puede escribir

$$\frac{a_1p_1 + a_2p_2 + \cdots + a_np_n}{p_1 + p_2 + \cdots p_n + \cdots + p\mu}$$

El valor medio *relativo* de a se puede escribir

$$\frac{a_1p_1 + a_2p_2 + \cdots + a_np_n}{p_1 + p_2 + \cdots p_n}$$

El primer valor se refiere al número total de casos y el segundo sólo al número de casos favorables.

Cuando una cantidad a puede tomar los n valores por orden de magnitud

$$a_1, a_2, \cdots, a_k, a_{k+1}, \cdots, a_n$$

a los que les corresponden las probabilidades

$$p_1, p_2, \cdots, p_k, p_{k+1}, \cdots, p_n$$

se dice que el valor probable de a está comprendido entre a_k y a_{k+1} si se tiene

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_k < \frac{p_1 + p_2 + \cdots + p_k + p_{k+1} + \cdots + p_n}{2}$$

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_{k+1} > \frac{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}{2}$$

El valor probable de una cantidad es, pues, aquel que tiene igual probabilidad de ser o de no ser pasado.

Es necesario no confundir el *valor probable* con el *valor más probable* o con el *valor medio.*

Desde luego el valor que tiene el máximum de probabilidad es un valor posible de la cantidad considerada, pero el valor medio no es por lo general un valor posible.

En cuanto al valor probable, fuéra de los casos que se refieren a las probabilidades continuas no es un valor determinado.

Hemos enunciado demasiado rápidamente los principios fundamentales del cálculo de probabilidades y no nos hemos detenido en el estudio de uno solo de los innumerables ejemplos que pudieran ponerse de sus múltiples aplicaciones; nos limitamos a recordar la gran dificultad que ofrecen algunos problemas, consistente en la misma sencillez de tales fundamentos.

Clasificación de las probabilidades. Bachelier[93] divide los problemas del cálculo de probabilidades en dos categorías, según que en el enunciado figuren datos ciertos o datos experimentales.

Si se nos pregunta cuál es la probabilidad de que una moneda caiga dos veces de seguida mostrando cara, el problema quedará comprendido entre los de la primera categoría si sabemos de un modo cierto que la moneda tiene la misma posibilidad de caer por un lado que por otro. Esta advertencia será la que está tácita o explícita en el mismo enunciado de la cuestión. Pero si se pregunta por esta misma probabilidad ignorando las posibilidades de que muestre cara o sello, el problema quedará entre los de la segunda categoría, pues sólo la experiencia nos conduciría hasta suponer que tales posibilidades son idénticas, y, por otra parte, la naturaleza del problema variaría totalmente.

Dentro de la primera categoría considera Bachelier tres clases:

1. El número de pruebas no muy grande y el de alternativas o casos posibles finito.
   En esta clase se trata de un problema de probabilidad discontinua, juegos de azar, simples problemas de análisis combinatorio.
2. El número de pruebas no es muy grande, pero el número de alternativas o de casos posibles es indefinido.
   Se trata de un problema de probabilidad semicontinua. Al estudio de la probabilidad semicontinua pertenecen el problema de la composición de los errores de observación cuando las experiencias no son muy numerosas, y el problema de las probabilidades geométricas.
3. El número de pruebas es muy grande.

[93] Tal parece que el presente artículo fue basado en alguna publicación sobre probabilidades del matemático francés, Louis Bachelier (1870 - 1946).

Es el problema de la probabilidad continua que pudiera considerarse como el caso límite de los dos anteriores para cuando el número de las pruebas aumente indefinidamente. Empero, el problema así considerado es de muy difícil resolución, pues las fórmulas se complican hasta hacerse inextricables aun para un número no muy grande de ensayos, de suerte que cuando éste número es muy grande—caso que se presenta en estadística—no es posible obtener ni siquiera una idea sobre la solución del problema.

En cambio, si se aborda el problema directamente, estableciendo a priori la hipótesis de un gran número de pruebas, se llega a consecuencias que facilitan de modo sorprendente la solución: Los grandes números dan sólo una impresión de conjunto que suaviza los ángulos permitiendo despreciar detalles inútiles para no conservar sino las características esenciales.

Es posible, pues, en este caso, que tiene especial interés en el estudio de la estadística, obtener una expresión aproximada de la probabilidad por medio de la ley de los grandes números, el teorema de Bernoulli, etc.

El teorema de Bernoulli—Supongamos que dos acontecimientos A y B, cuyas probabilidades respectivas son p y q sean contradictorios. En cada ensayo se produce uno de ellos sin que se puedan producir los dos al tiempo; entonces

$$p + q = 1$$

La probabilidad total es igual a la certidumbre.

En m ensayos, A se producirá un cierto número de veces y B también. Se pregunta la probabilidad para que A se produzca a veces y B $m - a$.
Suponemos que la probabilidad es la misma en cada ensayo.

Busquemos la probabilidad para que los acontecimientos se verifiquen según un orden determinado

$$AABAABBAB$$

esta será

$$ppqppqqpq$$

y la probabilidad compuesta, la probabilidad para que todos estos acontecimientos se produzcan a la vez será

$$p^5q^4$$

En general, la probabilidad para que se produzcan en un orden determinado a acontecimientos A y $m - a$ acontecimientos B es

$$p^a q^{m-a} \tag{1}$$

probabilidad indepediente del orden considerado.

Si se quiere que en los m ensayos se produzcan a acontecimientos A y $m - a$ B, en un orden cualquiera, en virtud del principio de la probabilidad total, la probabilidad buscada será la suma de tantos términos iguales a 1 cuantas unidades haya en el número de permutaciones de a letras A y $m-a$ letras B con repetición; este número es

$$\frac{m!}{a!(m-a)!}$$

La probabilidad para que el acontecimiento se verifique según un orden cualquiera es

$$U_a = \frac{m!}{a!(m-a)!}p^a q^{m-a}$$

que es uno de los términos del desarrollo de $(p+q)^m$. Si se hace la suma de todos los términos que se pueden obtener al hacer a igual a $0, 1, \cdots m$ se obtiene

$$\sum U_a = (p+q)^m = 1$$

La suma de las probabilidades de todos los casos posibles debe ser igual a la unidad, puesto que es cierto que uno de estos casos posibles ha de verificarse.

Veamos cuál es la mayor de todas estas posibilidades. Calculemos la relación de un término al precedente

$$U_a + 1 = \frac{m!}{(a+1)!(m-a-1)!}p^a + q^{m-a-1} \tag{2}$$

$$\frac{U_a+1}{U_a} = \frac{a!(m-a)!}{(a+1)!(m-a-1)!}pq^{-1} = \frac{(m-a)p}{(a+1)q} \tag{3}$$

Cambiando a en $a-1$ se tiene $\dfrac{U_a}{U_a-1} = \dfrac{(m-a+1)p}{(a+1)q}$.

Para que U_a sea mayor que todas las probabilidades es necesario que

$$U_{a+1} < U_a > U_{a-1}$$

De donde

$$\frac{U_{a+1}}{U_a} < 1 \qquad \text{y} \qquad \frac{U_a}{U_{a-1}} > 1$$

es decir

$$\frac{(m-a)p}{(a+1)q} < 1 \qquad \text{y} \qquad \frac{(m-a+1)p}{aq} > 1$$

que se puede escribir

$$p(m-a) < q(a+1) \qquad \text{y} \qquad p(m-a+1) > aq$$
$$mp - ap < aq + q \qquad \text{y} \qquad mp - ap + p > aq$$

como

$$ap + aq = a \qquad\qquad p + q = a$$
$$mp < a + q \qquad\qquad mp > a - p$$

Se tienen, pues, las desigualdades

$$mp - q < a < mp + p$$

Es decir, un límite superior y uno inferior para a. La diferencia entre estos dos límites es $p+q = 1$; así a está comprendido entre dos números, generalmente fraccionarios, que difieren en una unidad, y, como a es entero, estos dos límites lo determinan completamente; sin embargo, hay una excepción cuando $mp + p$ es entero; entonces mpq es entero también. Se podría dudar en la elección de a; dos términos consecutivos en el desarrollo de $(p + q)^m$ son iguales entre sí.

Si m es muy grande, la relación $\frac{a}{m}$ estará comprendida entre $\frac{p+1}{m}$ y $\frac{p-1}{m}$; luego $\frac{a}{m}$ será próximamente igual a p.

Esta es una forma de establecimiento del teorema de Bérnoulli. Si elegimos a de manera que U_a sea el mayor posible, la relación entre el número de acontecimientos A y el número de acontecimientos B será próximamente igual a la relación entre sus probabilidades p y q.

Si se hacen m ensayos, siendo en cada uno de ellos p la probabilidad de un acontecimiento, el valor medio del número de veces qué se produzca dicho acontecimiento es como se ha dicho mp. Si el acontecimiento se produce $mp + x$ veces, se dice que la separación es x.

Sea μ el número de veces que se produce el acontecimiento; se tiene

$$\mu = mp + x$$

μ es necesariamente entero y mp ordinariamente fraccionario, x será también fraccionario al mismo tiempo, μ puede tomar todos los valores desde cero hasta m, la separación x puede por tanto tomar los $m + 1$ valores mp,$mp + 1$,$mp + 2, \ldots mp + mq$.

Si μ es superior a mp, la separación es positiva, y negativa en el caso contrario.

Calculemos al valor medio del cuadrado de la separación.

Imaginemos un jugador A; asimilemos cada partida de su juego a un ensayo y supongamos que en cada partida. A pierde una suma igual al aumento de separación, o gana una suma igual a la disminución de la separación en el ensayo correspondiente; la pérdida total del jugador en m partidas es igual a la separación en m ensayos.

Supongamos todavía que la separación es x para el ensayo de orden m, estudiemos las variaciones de esta separación en la prueba siguiente.

Para esta prueba hay la probabilidad p de que el acontecimiento se verifique, pero una vez realizado y habiéndose producido $mp+x+1$ veces, en $m+1$ ensayos, la separación será $x+1-p=x+q$. El valor de la separación que era x aumentó en la cantidad q.

Hay, pues, probabilidad p de que en la prueba considerada la separación aumente en la cantidad q, e igualmente se vería que la probabilidad de que disminuya en la cantidad p es q.

En cada partida, el jugador A tiene la probabilidad p de perder la suma q, y la probabilidad q de ganar la suma p. Siendo, por otra parte, independientes las partidas sucesivas y equitativo el juego, el valor medio del cuadrado de las ganancias y de las pérdidas es proporcional al número de partidas jugadas. Se tiene pues

$$m(qp^2+pq^2)=mpq.$$

El valor medio del cuadrado de la separación es por tanto mpq.
Los cuadrados de las separaciones crecen, en el conjunto, proporcionalmente a m, y las separaciones crecen también en el conjunto proporcionalmente a $\sqrt{m}$.

Las separaciones crecen, en el conjunto, en valor absoluto y decrecen en valor relativo (relativamente a m).

Esta es al menos en su espíritu una segunda manera de establecer el teorema Bérnoulli.

El olvido de la consecuencia anterior del teorema citado hace incurrir en graves errores; porque al decir que los acontecimientos se producen, a la larga, proporcionalmente a sus probabilidades, es necesario no perder de vista que se comete un error. Mientras mayor sea el número de pruebas, mayor en valor absoluto y menor en valor relativo es el error cometido. El jugador que aplica el teorema de Bérnoulli se atiene, por lo general, a esta última conclusión y descuida la primera.

En la demostración anterior está implícita la ley de los grandes números, que puede enunciarse muy simplemente así: «La relación entre las separaciones que tienen una probabilidad dada de ser pasadas es constante.»

Las leyes de los grandes números son importantísimas, de modo que casi pudiera decirse que ellas resumen todo lo que es realmente esencial en el cálculo de las probabilidades.

Por otra parte, estas leyes no son absolutamente exactas, sino asintóticas; es decir, son tanto más aproximadas cuanto mayor sea el número de pruebas o ensayos, y es por esto que se las llama leyes de los grandes números.

Prácticamente se pueden considerar como exactas aun para un número no muy grande de ensayos.

Capítulo II

El problema de la Probabilidad continua

La teoría de las probabilidades continuas, que es la que nos interesa más especialmente, es independiente de la teoría de las probabilidades discontinuas, y de aquí dimana su gran generalidad; sin embargo, en ciertos casos particulares, es posible deducir las fórmulas continuas de las discontinuas correspondientes gracias al empleo de la igualdad asintótica de Stirling.

La falta de espacio y el carácter elemental de estas notas, sólo nos permiten dar a conocer el empleo de la fórmula de Stirling para encontrar un valor asintótico del término máximo U_a, y algunos otros resultados indispensables para la inteligencia de los capítulos siguientes:

Fórmula de Stirling. Se tiene

$$n! = \int_0^\infty x^n e^{-n} \mathrm{dx} = \Gamma(n+1)$$

es decir, la función euleriana (1), en la cual es necesario suponer n positivo.

Como se comprende, en el cálculo de factoriales muy grandes es penoso. Pero pongamos:

$$n! = \Gamma(n+1) = n^n e^{-n} \sqrt{n} F(n)^{94} \tag{4}$$

y busquemos el límite de $F(n)$ cuando n crece indefinidamente. Según (4) se puede escribir

$$n!(n+1) = (n+1)^{n+\frac{3}{2}} e^{-(n+1)} F(n+1)$$

y también

$$\frac{F(n+1)}{F(n)} = e\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+\frac{1}{2}} = \frac{e}{(1+\frac{1}{n})^{n+\frac{1}{2}}}$$

o sea desarrollando $\log(1+\frac{1}{n})$

$$1-\left(n+\frac{1}{2}\right)\log\left(n+\frac{1}{n}\right) = \left(n+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{2n^2}-\frac{1}{3^3}-\cdots\right)$$

que queda

$$1-1+\frac{1}{2n}-\frac{1}{3n^2}+\cdots-\frac{1}{2n}+\frac{1}{4n^2}$$

o sea

$$-\frac{1}{12n^2}$$

y llamando θ una expresion que no se crece con n se tiene

$$\log\left(\frac{F(n+1)}{F(n)}\right)=\frac{-\theta}{12n^2}$$

de donde

$$\log\left(\frac{F(n+1)}{F(n)}\right)=e^{\frac{-\theta}{12n^2}}=1-\frac{\theta'}{12n^2}$$

en que θ' tampoco crece con n. Podríamos establecer igualmente

$$\frac{F(n+2)}{F(n+1)}=1-\frac{\theta'}{12n^2}$$

$$\frac{F(n+p)}{F(n+p-1)}=1-\frac{\theta'_{p-1}}{12(m+p-1)^2}$$

y multiplicando todas las relaciones entre sí

$$F(n+p)=F(n)\left(1-\frac{\theta'}{12n^2}\right)\left(1-\frac{\theta'}{12(n+1)^2}\right)\left(1-\frac{\theta'}{12(n+p-1)^2}\right)$$

Pero en virtud de una regla de Gauss, si una serie; de valores es convergente, la serie factorial, o sea el producto de sus términos, aumentados de una unidad es finita y diferente de cero[95]. Siendo, pues, convergente la serie formada por los segundos términos de los factores anteriores, $F(n+p)$ tiene un límite finito cuando n aumenta indefinidamente, sea C este límite. Tendremos entonces para n suficientemente grande

$$n!=n^ne^{-n}\sqrt{n}C$$

Busquemos el valor de C, para lo cual valgámonos de la fórmula de Wallis[96].

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2}{1}\frac{2}{3}\frac{4}{3}\frac{4}{5}\cdots\frac{2n}{2n-1}\frac{2n}{2n+1}\cdots$$

de donde se deduce para n mayor que toda cantidad nada

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}}=\frac{2*4*6*\cdots*2n}{3*5*(2n-1)\sqrt{2n+1}}$$

[95]Teorema demostrado en el policopiado de Astronomía. (Conferencias de Julio Garavito).

[96]Puede consultarse el establecimiento de esta fórmula en el mismo policopio de Astronomía.

En el numerador figuran los n primeros números pares, y en el denominador los n primeros números impares. Multipliquemos numerador y denominador por 3,4...,$2n$

$$\frac{(2*4*6*\cdots*2n)^2}{2n!\sqrt{2n+1}}=\frac{2^{2n}n!^2}{(2n)!\sqrt{2n+1}}$$

fracción que tiene por límite $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ cuando n aumenta indefinidamente.

Reemplazando en la expresión anterior los factoriales por su valor aproximado para n muy grande queda.

$$\frac{2^{2n}n^{2n}e^{-2n}C^2n}{(2n)^2e^{-2n}C\sqrt{2n}\sqrt{2n+1}}$$

o sea

$$C\sqrt{\frac{n^2}{2n(2n+1)}}$$

que se reduce para $n=\infty$ a $\frac{C}{2}$, luego

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}}=\frac{C}{2}$$

de donde

$$C=2\pi$$

Entonces se puede poner

$$n!=n^ne^{-n}\sqrt{\pi n}$$

teniendo en cuenta que la relación del primer miembro al segundo tiende hacia la unidad cuando n aumenta indefinidamente; pero la diferencia entre los dos miembros crece indefinidamente con n. Es, pues, la igualdad anterior, una igualdad *asintótica*: el error absoluto que se comete tomando el segundo miembro como valor del primero aumenta indefinidamente con n, pero el error relativo tiende hacia cero.

Un ejemplo numérico nos hará ver el grado de aproximación obtenido por la fómula de Stirling. Suponiendo $n=20$, se tiene

$$201 = 2\ 432\ 902\ 008\ 176\ 640\ 000$$
$$e^{-20}20^{20}\sqrt{40\pi}=2\ 422\ 786\ 385\ 510\ 400\ 000$$

la relación entre estos dos números es 1,00417.

Valor asintótico del término máximo U_a. Ya hemos visto que siendo p la probabilidad de un acontecimiento A, la probabilidad del acontecimiento contrario

B será $0 = 1 - p$, y la probabilidad para que en m acontecimientos se produzcan a iguales a A y $m - a$ iguales a B es

$$U_a = \frac{m!}{a!(m-a)!} p^a q^{m-a}$$

La mayor probabilidad corresponde al caso en que $a = mp$ siendo mp el valor medio del número de llegadas del acontecimiento.

El caso en cierto modo normal es aquel en que el acontecimiento considerado y su contrario se producen proporcionalmente a sus probabilidades respectivas.

Consideremos un número m muy grande de pruebas y hagámos

$$a = mp + \lambda\sqrt{m}$$

Ya hemos visto que $\lambda\sqrt{m}$ es la separación, que podemos poner

$$\frac{\lambda\sqrt{m}}{mp} < 1$$

$\lambda\sqrt{m}$ es muy grande para m muy grande, pero al suponer λ finito, el error relativo será muy pequeño cuando se tome mp por valor de a, es decir, $\frac{a}{mp}$ será muy próximo a uno;

$$\frac{a}{mp} = 1 + \frac{\lambda}{pm}$$

Se tiene también $m - a = mq - \lambda\sqrt{m}$ por ser $p + q = 1$.

Reemplazamos ahora cada factorial por su valor calculado por medio de la fórmula de Stirling

$$U_a = \frac{m^m e^{-m}\sqrt{2\pi m} p^a q^{m-a}}{a^a e^{-a}\sqrt{2\pi a}(m-a)^{m-a} e^{-(m-a)}\sqrt{2\pi(m-a)}}$$

$$U_a = \frac{m^m p^a q^{m-a}}{a^a (m-a)^{m-a}} \sqrt{\frac{m}{2\pi a(m-a)}}$$

Y reuniendo los términos que tienen por exponente a y los que tienen por exponente ma

$$U_a = \left(\frac{mp}{a}\right)^a \left(\frac{mq}{m-a}\right)^{m-a} \sqrt{\frac{m}{2\pi a(m-a)}}$$

pero

$$\frac{m}{a(m-a)} = \frac{m}{(mp + \lambda\sqrt{m})(mq - \lambda\sqrt{m-a})}$$

$\frac{a}{m}$ tiende hacia la unidad, así como $\dfrac{m-a}{mq}$. El radical que entra en la expresión de U_a tiende pues por límite

$$\sqrt{\frac{m}{2\pi mpmq}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi mpq}}$$

Podemos escribir

$$\log U_a = \log \frac{1}{\sqrt{2\pi mpq}} - a \log \frac{a}{mp} - (m-a) \log \frac{m-q}{mq}$$

o sea:

$$\log U_a = \log \frac{1}{\sqrt{2\pi mpq}} - (mp + \lambda\sqrt{m}) \log \left(1 + \frac{\lambda}{p\sqrt{m}}\right) - \tag{5}$$

$$- (mq - \lambda\sqrt{m}) \log \frac{\lambda}{1 - q\sqrt{m}} \tag{6}$$

Para m muy grande podemos desarrollar los algoritmos de $1 + \frac{\lambda}{p\sqrt{m}}$ y de $(1 - \frac{\lambda}{q\sqrt{m}})$ por la fórmula que da el desarrollo de $\log(1+x)$, así:

$$(mp + \lambda\sqrt{m}) \log \left(1 + \frac{\lambda}{p\sqrt{m}}\right)$$

$$= (mp + \lambda + \sqrt{m}) \left(\frac{\lambda}{p\sqrt{m}}\right) \left(\frac{\lambda}{p\sqrt{m}} - \frac{\lambda^2}{2p^2 m} + \frac{\lambda^3}{3p^3 m\sqrt{m}} \cdots\right)$$

Como buscamos un valor asintótico de U_a, o sea un valor tal que la relación de U_a a este valor tienda hacia uno cuando m aumenta indefinidamente, podemos despreciar en el producto anterior todos los términos que tienden hacia cero cuando m aumenta; o sea los que contienen a m o $\sqrt{m}$ en el denominador.

Quedará

$$\lambda\sqrt{m} - \frac{\lambda^2 2}{p} + \frac{\lambda}{p} = \lambda\sqrt{m} + \frac{\lambda^2}{2p}$$

Para deducir el valor del producto

$$(mq - \lambda\sqrt{m}) \log \left(1 - \frac{\lambda}{q\sqrt{m}}\right)$$

basta cambiar en el resultado precedente λ en $-\lambda$ y p en q, y se tendrá entonces para la suma del segundo y tercer término en la igualdad (5)

$$\left(\lambda\sqrt{m}+\frac{\lambda^2}{2p}\right)+\left(-\lambda\sqrt{m}\frac{\lambda^2}{2q}\right)=\frac{\lambda^2}{2\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)}=\frac{\lambda^2}{2pq}$$

Reemplazando en (5) quedará finalmente

$$\log(U_a)=\log\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi pq}}\right)-\frac{\lambda^2}{2pq}$$

y pasando de los logaritmos los números

$$U_a=\frac{e^{\frac{-\lambda^2}{2pq}}}{\sqrt{2\pi pq}}$$

Cuando m crece indefinidamente, la relación de U_a a la expresión encontrada tiende hacia la unidad. Es pues la fórmula asintótica que expresa la probabilidad de la separación $\lambda\sqrt{m}$ en m ensayos. El máximo de U_a se obtiene dando a a un valor que difiera muy poco de mp, entonces λ es nulo y el valor del término máximo será:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi pq}}$$

Como se ve, esta expresión disminuye con m. No hay que pensar por tanto que si m aumenta indefinidamente, la probabilidad esperada se acerque a la certeza; al contrario, esta probabilidad tiende hacia cero. Encontramos así nuevamente el teorema de Bernoulli pero en forma que nos libra de caer en una nueva ilusión análoga a la que habíamos indicado en el capítulo precedente.

Busquemos la probabilidad de que λ esté comprendido entre λ y $\lambda+d\lambda$. Supongamos que $d\lambda$ sea un infinitesimal del orden de $\frac{1}{d\lambda}$, lo que quiere decir que $d\lambda\sqrt{m}$ es un número finito.

Si damos a λ un incremento muy pequeño, la función U_a no experimenta cambio sensible ninguno; permanece constante.

La probabilidad buscada es una suma de términos en los cuales a varía de a a $a+k$, en que a y $a+k$ están definidos por las igualdades

$$a=mp+\lambda\sqrt{m}$$
$$a+k=mp+(\lambda+d\lambda)\sqrt{m};$$

es decir

$$k=d\lambda\sqrt{m}$$

Los límites de a están determinados por las desigualdades

$$\lambda + d\lambda \geq \frac{a - mp}{m} > \lambda$$

es decir, debe ser igual a uno de los números $a+1, a+2, \cdots, a+k$ La probabilidad total es

$$U_{a+1} + U_{a+2} + \cdots + U_{a+k}$$

que son k términos, como dijimos, sensiblemente iguales a U_a, por tanto la probabilidad buscada será

$$\frac{Ke - \frac{\lambda^2}{2pq}}{\sqrt{a\pi pq}}$$

y reemplazando k por su valor $d\lambda\sqrt{m}$, la probabilidad será

$$\frac{e - \dfrac{\lambda^2}{2pq}}{\sqrt{2\pi pq}} \tag{7}$$

Pongamos $\frac{1}{2pq} = h^2$ y $\lambda = x$. Reemplazando en (7) se tiene

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2} dx \tag{8}$$

La curva

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$$

es la curva de Gauss; h es un coeficiente que caracteriza el grado de aplanamiento de la curva: es el módulo de precisión.

La expresión (8) es la probabilidad de que x esté comprendido entre x y $x + dx$; la probabilidad de que esté comprendido entre x_e y x_1 será

$$\int_{x_0}^{x_1} \frac{hdxe^{-h^2x^2}}{\sqrt{\pi}}$$

y la probabilidad de que varíe entre $-\infty, +\infty$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{hdxe^{-h^2x^2}}{\sqrt{\pi}}$$

Pongamos $hx = y$, de donde $hdx = dy$. Se tiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{hdxe^{-h^2x^2}}{\sqrt{\pi}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dye^{-y^2}}{\sqrt{\pi}}$$

Integral conocida, cuyo valor es uno[97].

[97]Consúltese Sturm. Cours d´Analyse, Paris, Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire, 1968, numeral 471.

La consideración de la ley de Gauss en las pruebas repetidas conduce al estudio de una proposición de gran utilidad en la Estadística.

Veamos, en efecto, cómo si obra una causa distinta del azar, el valor medio de λ^2 será menor que en el caso de que sólo intervenga el azar. Sean m ensayos que forman dos categorías, la una de βm y la otra de $\beta' m$ pruebas en que

$$\beta + \beta' = 1$$

Supongamos que los acontecimientos A y B tengan respectivamente por probabilidad p y q en la primera categoría, p' y q' en la segunda.

El acontecimiento A se presenta a veces en la primera, a' veces en la segunda; B se presenta $\beta m - a$ y $\beta m - a'$ veces.

El número total de pruebas favorables a A será $a + a'$; a será próximamente igual a βmp, y a' a $\beta' mp'$; $\frac{a}{\beta mp}$ y $\frac{a'}{\beta' mp'}$, se separarán muy poco de la unidad; $a + a'$ será próximamente igual a $\beta pm + \beta' mp'$; es decir, la separación será del mismo orden de magnitud de $\sqrt{m}$, de suerte que la repetición de los acontecimientos será próximamente la misma que en una sola serie de pruebas en que las probabilidades de A y B fueran respectivamente

$$\beta p + \beta' p' \qquad \text{y} \qquad \beta q + \beta' q'$$

Busquemos la ley de separación. Pongamos

$$a = \beta mp + \lambda\sqrt{\beta m}$$
$$a' = \beta' mp' + \lambda\sqrt{\beta' m}$$

En el ensayo total se tendrá

$$a + a' = m(\beta p + \beta' p') + \lambda''\sqrt{m}$$

en que $\beta p + \beta' p'$ es , como vimos, la probabilidad de A en el conjunto de ensayos.

Compongamos los valores medios de $\lambda^2, \lambda'^2, \lambda''^2$, que indicaremos (λ^2), (λ'^2), (λ''^2). Se tiene[98]

$$(\lambda^2) = pq \qquad (\lambda'^2) = p'q'$$

e igualmente si *el azar obrase sólo* se tendría

$$(\lambda''^2) = (\beta p + \beta' p')(\beta q + \beta' q') \tag{9}$$

Pero veamos ahora cuál es el verdadero valor de la expresión anterior.

Se tiene:

$$\lambda''\sqrt{m} = \lambda\sqrt{\beta m} + \lambda'\sqrt{\beta' m} = (\lambda\sqrt{\beta} + \lambda'\sqrt{\beta'})\sqrt{m}$$

[98]El valor medio de λ^2 es pq. En efecto: $(VM)x^2 = mpq$, y siendo $x = \lambda\sqrt{m}$, $(VM)\lambda^2 m = mpq$, de donde $(VM)\lambda^2 = pq$

es decir

$$\lambda'' = \lambda\sqrt{\beta} + \lambda'\sqrt{\beta'}$$

Los dos acontecimientos son independientes; la probabilidad para que λ esté comprendido entre dos límites dados es independiente de la probabilidad para, que λ' esté comprendido entre dos límites dados. Las leyes de probabilidades de $\lambda\sqrt{\beta}$ y de $\lambda'\sqrt{\beta'}$ serán normales, y la ley de probabilidad de su suma también lo será[99].

El valor promedio de λ''^2 es

$$(\lambda''^2) = \beta(\lambda^2) + \beta'(\lambda'^2) = \beta pq + \beta' p' q' \tag{10}$$

Comparemos los dos valores de (9) y (10); su diferencia será

$$(\beta p + \beta' p')(\beta q + \beta' q') - (\beta pq + \beta' p' q') =$$
$$(\beta p + \beta' p')(\beta q + \beta' q') - (\beta pq + \beta' p' q')(\beta + \beta')$$

si recordamos $\beta + \beta' = 1$.

Es decir

$$\beta\beta'(pq' + p'q - pq - p'q')$$

o sea

$$\beta\beta'(p - p')(q' - q)$$

pero

$$p - p' = q' - q \qquad \text{porque} \qquad p + q = p' + q' = 1$$

La diferencia considerada es pues positiva, y se tiene

$$(\lambda''^2) < (\beta p + \beta' p')(\beta q + \beta' q')$$

Se comprende inmediatamente la utilidad que puede tener esta propiedad en Estadística.

Si se han consignado una serie de observaciones en un cuadro, y se quiere saber si las diferencias observadas se deben al azar o si el azar no interviene aisladamente, se compara entonces para un cierto número de casos la relación entre el número de veces que se verifique el acontecimiento estudiado y el número

[99]Esto en virtud de un teorema debido a M., D'Ocagne, que no transcribimos por no alargar demasiado.

Poncairé llama normal la ley de probabilidad cuando su valor está preparado por la integral

$$\int_{x_0}^{x_1} \frac{h}{\sqrt{\pi}} e{-}h^2x^2 \mathrm{dx}$$

Si M y N son dos magnitudes cuya ley de probabilidades es Normal, la ley de probabilidades de la magnitud suma de las dos anteriores será también normal. Este es el teorema de M., D'ocagne, citado por Poncairé en su «Calcul des Probabilités», de donde hemos tomado textualmente la demostración anterior. Nota del editor: Se refiere al libro de Poincaré publicado por Gauyhier-Villars en 1912.

de veces que no se verifique o que se verifique su contrario. Sean N y N' estos números; se tendrá para cada acontecimiento respectivamente

$$p = \frac{N}{N + N'} \qquad\qquad q = \frac{N'}{N + N'}$$

Dividiendo luego el cuadro en varias series, sea en cada una de éstas series m el número total de pruebas y

$$a = pm + \lambda\sqrt{m}$$

el número de pruebas favorables al acontecimiento. Se calculará λ para cada serie y se buscará la media aritmética de λ^2; si esta media es igual a pq, el azar interviene solo; si la media aritmética obtenida es menor que pq, es de presumir que obra alguna otra causa independiente del azar.

La vida vicisitudinaria de los conceptos de masa y fuerza en el desarrollo de la mecánica[100]

La Universidad Nacional ha organizado de modo permanente la Mesa Redonda Universitaria con el objeto de dar cumplimiento a los siguientes fines:

Ante todo como lo dice su estatuto, procurar el fomento de los medios de difusión de la cultura y la extensión a todo el pueblo de su labor educativa y científica. Para llenar su misión nada más conducente que fomentar las reuniones de su profesorado de tiempo completo, y demás personas interesadas para que se discutan en Mesa Redonda determinadas cuestiones, que sean juzgadas de interés para nuestra labor docente, o el avance de la ciencia en general.

Cada reunión tendrá por objeto discutir acerca de un tema concreto, y participarán en ella, todos los interesados en la dilucidación de éste. Será una especie de trabajo en equipo, donde cada cual aportará sus propias experiencias y luces, con el deseo de que la discusión conduzca, lo más sintéticamente posible, a una norma de pensamiento, donde ello sea posible; o a reglas definidas para la enseñanza y futuras investigaciones.

La ciencia está llena de interrogantes, como es trivial el decirlo, pero cada profesor universitario, dentro del círculo de sus meditaciones, tiene algo qué decir a sus colegas, para esclarecer una cuestión, o para dar a conocer alguna técnica propia, que si bien no merezca relievarse en la solemnidad de una memoria académica, sí pueda servir para marcar un nuevo en derrotero de trabajo complementada con los trabajos de otro investigador que indaga sobre el mismo tópico.

Para que la labor sea fructífera, es preciso que los temas se traten lo más sintéticamente posible, y se compendien conclusiones hasta donde ello sea aconsejable. De todo esto deberá resultar una publicación resumen de actas que dará fe de las actividades desarrolladas en la respectiva Mesa Redonda.

Para asegurar este ideal de síntesis que estimamos fundamental en el éxito de la Mesa Redonda, es que ha parecido bien hacer predecer cada tema de un "¿qué sabemos?". Hoy se reúnen alrededor de: ¿Qué sabemos sobre los conceptos de masa y fuerza? Más tarde vendrán otros, como ¿qué sabemos sobre la materia?

[100]Mesa Redonda Universitaria. Editorial Iris. Bogotá, 1950.

¿Qué sabemos sobre la energía? Como se ve este ¿qué sabemos?, obligará a concentrar la atención al esclarecimiento del propuesto, sin inútiles ni despliegue ostentoso de una erudición innecesaria.

Es, en fin, condición del éxito el que concurran a esta Mesa Redonda no sólo los que al parecer se dicen especialistas; es decir, no sólo los que estén ligados por su actividad al manejo directo del concepto o idea que se discute, sino aquellos otros, al parecer remotamente conectados con la cuestión analizada, pero que pueden aportar su valiosa opinión, tanto más importante cuanto ella tenga, quizás, que ver menos directamente con su propia actividad. Así, la Fuerza apenas si se le nombra en el campo vital. ¿Tendrá ella alguna misión que cumplir en ese sector de la ciencia hoy o mañana? Los biólogos no serían, por tanto extraños al debate que se inicia. Y no se diga del filósofo. La filosofía que apareció barrida por el positivismo del campo de la física, está reingresando a sus antiguos lares donde ya ocupa el puesto prominente que le corresponde. Quizás un filósofo es quien puede decir hoy la última palabra acerca de estas cuestiones que parecen incumbir tan sólo al reino de la ciencia positiva.

Tratándose de esta cuestión primera que se ha elegido como tema de discusión: ¿qué sabemos de la masa y la fuerza?, son muchos los científicos que pueden ilustrar: el historiador de la ciencia; el matemático; el físico; el filósofo; el naturalista; botánico o zoólogo; el médico, el fisiólogo. Hoy la ciencia no progresa aisladamente es compartimentos estancos. Nada le queda ser extraño para quien investiga, aunque la imagen o idea le venga de actividades remotamente conectadas con su especialidad. Esto explica la presencia aquí de científicos que extrañarán que se les haya invitado para una discusión entre profesionales de la ingeniería, matemáticos o físicos. Empero, lo dicho pone bien a las claras la necesidad de su colaboración en estas MESAS REDONDAS, y sobre todo en la que hoy se inicia.

La vida vicisitudinaria de los conceptos de masa y fuerza en el desarrollo de la mecánica

MEMENTOS DE UN PROFESOR UNIVERSITARIO

Introducción

1°—En la clasificación de las ciencias por orden de comprensión decreciente y complejidad creciente, Augusto Comte (1798-1857) consideró la Mecánica al lado de las matemáticas, como base de todas las demás; es decir, como fundamento del Universo. Primero la Matemática, ciencia de la cantidad, que se encuentra donde quiera en la naturaleza, después venían todas las demás ciencias subyacentes: Mecánica, Astronomía, Física, Química, etc... cuyos fenómenos tenían que desarrollarse en el gran escenario preparado por la Geometría: el espacio de tres dimensiones de la Geometría Euclidiana cuyas propiedades estaban determinadas a priori y de manera, al parecer, intangible.

La Mecánica fue colocada, pues, por Comte, según él creía, definitivamente, hacia la cúspide del saber. Sólo había que incorporar en la Geometría de Euclides, la idea de tiempo absoluto, para crear la Cinemática, es decir, el estudio de la sucesión de los acontecimientos en el tiempo. Se tenía con esto el primer capítulo de la Mecánica, en la exposición sintética qué se hace hoy de esta ciencia.

Después de la Cinemática venía la Dinámica, mediante la introducción de dos nuevos conceptos correlativos entre sí: Fuerza y Masa. En fin, sobre estos conceptos de Espacio, Tiempo, Fuerza y Masa se puede construir toda la Mecánica Racional de Newton y Lagrange: la Mecánica Clásica. Las demás ciencias como la Física con sus conocidas divisiones: la hidrostática, acústica, electricidad, magnetismo, óptica, etc., parecían poderse explicar, según el viejo ideal cartesiano por el simple movimiento de la materia, ya representada esta última por la idea de masa en la mecánica. Se comprende por lo dicho que tratar de las vicisitudes de estos dos conceptos de Fuerza y Masa, sería tanto como intentar una historia completa del desarrollo de la Mecánica, cosa que está fuera de mi intención al exponer tan sólo estas reflexiones sumarias que únicamente se referirán a ciertas etapas, las más conspicuas, en la lucha por la supervivencia de tales nociones, desde su origen hasta nuestros días.

La Experiencia en Mecánica

2°—A pesar del próximo parentesco de la Mecánica con la Matemática, aquélla se diferencia de ésta en que apela a la experiencia para establecer los principios que la gobiernan. No obstante, tal vínculo experimental ha sido ignorado o desconocido no pocas veces por algunos de sus más importantes expositores. Los ingleses —dice Poincaré en "La Science et l'Hypothése"[101]— enseñan la Mecánica como una ciencia experimental; en el continente se la expone siempre más

[101]La Science et l'Hypothése, Biblioteque de Philosophie Scientifique, París, Ernest Flammarion, Éditeur, 1902.

o menos como si fuera una ciencia deductiva y a priori. Son los ingleses, agrega Poincaré quienes tienen razón. Nosotros tampoco absolveríamos de pecado a los ingleses, ya que la Mecánica de Newton es una Mecánica puramente geométrica, como lo advierte Mach (1838-1916) en su libro "Desarrollo Histórico-Crítico de la Mecánica"[102]. Partiendo de ciertas hipótesis, Newton desarrolla sus teoremas mediante construcciones en las figuras. El proceso es frecuentemente tan artificial que, como ya lo observara Laplace (1749-1827), "no es probable que los teoremas se hayan descubierto por ese camino". El método de Newton es, pues, el método sintético de los antiguos geómetras.

Poincaré mismo pregunta ¿cómo se explica que los sabios actuales continentales hayan persistido tanto tiempo en tal género de exposición sintética, a pesar de sus esfuerzos por librarse de la influencia de sus antecesores? Según él la explicación está en la dificultad inherente a esta ciencia de distinguir claramente lo que es experiencia, de lo que es raciocinio matemático, o convención, o hipótesis. No hay duda, en efecto, que las leyes de la Mecánica, como todas las demás leyes de la física tienen un origen experimental; sin embargo, se distinguen de éstas por la circunstancia, al parecer paradójica, de que no es posible que la experiencia que las ha justificado pueda contradecirlas algún día, como sucede con otras leyes. Esto se debe a que las leyes de la mecánica consisten en generalizaciones muy difíciles de comprobar por medio de experimentos, ya que para ello habría que situarse en condiciones ideales no siempre realizables prácticamente. En las leyes de la mecánica, la parte conceptual o epistemológica tiene tanta importancia que su empirismo sólo puede descubrirse mediante un cuidadoso análisis. De aquí que se haya llegado hasta negar este empirismo para sostener que se trata en ellas de verdades establecidas a priori por un esfuerzo del intelecto puro.

Característica Lógicas de La Ley Mecánica

3°—Unos ejemplos nos permitirían aclarar, aún más, esta cuestión. Estudiemos las siguientes afirmaciones:

1°—El fósforo funde a 44° C.

2°—A temperatura constante los volúmenes de dos gases están entre sí en razón inversa de las presiones.

3°—Un punto material supuesto sólo o infinitamente alejado de los demás presentará con respecto a un sistema de ejes fijos un movimiento rectilíneo uniforme, o estará inmóvil.

La primera de estas afirmaciones tiene un carácter experimental indiscutible y puede comprobarse por quien quiera con relativa facilidad. La segunda es más

[102]Publicado por Espasa Calpe, Buenos Aires, 1949. Sorprende la actualización de fuentes con las que contaba Carrizosa para esta Mesa Redonda.

compleja, pero también puede ser verificada experimentalmente, con lo cual se advierte que no es exacta sino para los gases llamados perfectos.

En cuanto a la tercera afirmación que no es otra cosa que la ley de la inercia, primera de las leyes de la Mecánica, se comprende que es de imposible verificación experimental, pues no es factible colocar ningún punto material en situación de absoluto aislamiento con respecto a los demás puntos materiales del Universo. Además, en el caso de que esto se lograra, no habría cómo referir su movimiento, ya que todo sistema de ejes tiene que tener un soporte natural material, y sin ejes de referencia la noción de movimiento o de inmovilidad carece de sentido.

La ley de la inercia fue enunciada por Newton en forma diferente: todo cuerpo —dijo— (entiéndase punto material) perseverará en el estado de reposo o de movimiento uniforme en línea recta en que se encuentra, a menos que alguna fuerza obre sobre él y lo obligue a cambiar de estado.

Cualquiera de estos dos enunciados deja ver a las claras que no se trata de una verdad que se imponga a priori. Si ello fuera así (dice Poincaré en "La Science et l'Hypothése") ¿cómo es que los griegos la ignoraron? ¿Cómo pudieron pensar que el cuerpo se detiene cuando desaparece la causa que lo produjo? O bien, ¿que todo cuerpo, si nada lo perturba tomará un movimiento circular uniforme, el más noble de todos los movimientos?".

Esta ley es, pues, experimental, y, sin embargo, nadie ha podido experimentar jamás sobre cuerpos o puntos materiales sustraídos a la acción de toda fuerza, ni completamente aislados de los demás cuerpos. El principio de la inercia sólo ha sido verificado indirectamente por las consecuencias de un principio mucho más general que se puede enunciar así: La aceleración de un cuerpo sólo depende de su posición y de la de los cuerpos vecinos y de sus velocidades; o, para hablar en términos matemáticos: los movimientos de todos los puntos materiales del universo dependen de ecuaciones diferenciales de segundo orden.

Pero el principio anterior tiene ya un carácter tan general que está fuera del alcance de la experiencia. Jamás podrá someterse esta ley a una prueba decisiva, porque si en una prueba de estas se llegare a la conclusión de que la aceleración de uno de los cuerpos o puntos depende de otra cosa fuera de las posiciones y velocidades de los otros cuerpos visibles nada nos impide suponer que esta otra cosa es la posición o velocidad de otros cuerpos —moléculas o puntos materiales— cuya presencia no habíamos sospechado hasta ese momento. El principio queda pues a salvo (V. Poincaré, Ob. Cit.) y ello sucede siempre, porque al generalizarlo y transformarlo, por decirlo así, en definición por convención, queda de hecho sustraído a las contingencias de la experiencia.

La Crítica de Poincaré

4°—Decíamos arriba que toda la Mecánica se puede desarrollar basándose en los conceptos de Fuerza y Masa, en ambos o en cualquiera de ellos, aparte de las ideas fundamentales de Espacio y Tiempo. Pero, ¿qué es fuerza? ¿qué es Masa? He aquí una pregunta que aún no ha sido contestada satisfactoriamente, y, sin embargo, ahí está toda la física basada en estas dos creaciones del intelecto humano, cuya naturaleza ha escapado hasta ahora a las exigencias de una sana definición.

Oigamos a este respecto las desalentadoras declaraciones de H. Poincaré, uno de los analistas más grandes de este siglo (V. "La Science et l'Hypothése"): "¿Qué es la Masa? Es, contesta Newton, el producto del volumen por la densidad. Sería mejor decir, contesta Thomson y Tait, que la densidad es el cociente de la masa por el volumen. ¿Qué es la Fuerza? Es, contesta Lagrange, una causa que produce el movimiento de un cuerpo o que tiende a reproducirlo. Es, dirá Kirchhoff, el producto de la masa por la aceleración. Pero, entonces, ¿por qué no decir que la masa es el cociente de la fuerza por la aceleración?" "Estas dificultades —concluye Poincaré— son inextricables".

Trata luego Poincaré de precisar el concepto de fuerza para caer al fin de cuentas en la definición de Kirchhoff: la fuerza es igual a la masa multiplicada por la aceleración, pero agrega: esta "ley de Newton" a su tumo deja de poder ser vista como una ley experimental, no es más que una definición. Pero esta definición es todavía insuficiente, puesto que no sabemos qué cosa es la masa". Ensaya, luego, Poincaré, la hipótesis de las fuerzas centrales, pero cae en el absurdo de que para evaluar las masas habría que observar el movimiento del centro de gravedad de todo el Universo. Tan extravagante conclusión le hace decir, en fin: desoladamente: "Nada queda, pues; nuestros esfuerzos han sido por tanto infructuosos; estamos abocados a la siguiente definición, que no es sino una confesión de impotencia: las masas son coeficientes que es cómodo introducir en los cálculos".

Nuevas Perspectivas

5°—Las palabras anteriores deberían ser el obligado fin de una conferencia como la presente. Fueron escritas hace más de cuarenta años, y desde entonces han sido la pesadilla de quienes tratamos de enseñar la Mecánica. ¿Cómo transmitir, en efecto, a nuestros discípulos, una idea suficientemente clara sobre tales conceptos básicos si las más altas autoridades en esta ciencia afirman tan francamente su pesimismo acerca de la validez de sus propios fundamentos? Con razón uno de mis discípulos argüía al oír las explicaciones de Poincaré: "Tengo que confesarle, profesor, que usted nos tiene confundidos. Al llegar a su clase traíamos algunas ideas que teníamos como definitivas; más es el caso que usted nos viene a decir ahora que todo eso es poco menos que falso, o cuando menos vacío de sentido. Algo sabíamos o creíamos saber hasta ahora sobre lo que es la materia, la masa, la fuerza o el movimiento; pero después de sus explicaciones acerca de estas nociones, forzoso es confesar que nada sabíamos de nada, ni nada saben tampoco las autoridades que deberían orientamos en este dédalo de dudas". En cuarenta años, sin embargo, se han sucedido muchas transformaciones en el campo de la Mecánica: la teoría de la relatividad ha minado conceptos que parecían estar al abrigo de los embates de la experiencia, como los de masa absoluta, y los de espacio y tiempo absolutos. La idea de materia, por otra parte, se ha enriquecido con una nueva teoría atómica, fundada en los resultados sorprendentes que hoy confunden y espantan al mundo. Donde sólo parecía haber una partícula indivisible de materia, hoy se nos presenta todo un microcosmos, asiento de la mayor concentración de energía que jamás haya podido soñar el ser humano. De Poincaré a hoy, en cuarenta años, se han realizado más progresos en el conocimiento de la materia que en toda la época anterior, desde Demócrito hasta Lagrange. Vale la pena, pues, preguntarse de nuevo la vieja cuestión: ¿Qué es la Fuerza? ¿Qué es la Masa?

Modo de Ser de la Física

6°—Es indudable que los últimos cuarenta años han traído nuevas luces, otras explicaciones. Los viejos conceptos se han ido incorporando en cuerpos de doctrina más vastos y sintéticos. Quizás, hoy, Poincaré, concluiría su análisis sobre las ideas de masa y fuerza con palabras menos pesimistas y más afirmativas. Sin embargo, no hay que hacerse ilusiones sobre la respuesta que hoy o en el futuro nos pueda dar la ciencia sobre estos u otros interrogantes. Es curioso anotar el hecho de que en la física, el proceso evolutivo suele realizarse en sentido contrario a lo que imaginamos. Es así que los fenómenos mecánicos considerados como más simples y familiares deberían ser los llamados a servir de explicación, como lo supuso Comte, a todos los demás de la física. Pues bien, es al contrario, son los fenómenos eléctricos; es decir, los que nos son más extraños y menos perceptibles por los sentidos; los que han sido descubiertos de último; los que sólo se pueden detectar por el intermedio de instrumentos más o menos complicados; los misteriosos fenómenos eléctricos y magnéticos aquellos que se nos presentan hoy con un poder de explicación mayor y verdaderamente extraordinario.

Este no es, desde luego, un hecho aislado. Si meditamos en el proceso evolutivo de otras ramas de la Física, comprobaremos el mismo suceso. Así, pues, no son de ninguna manera los fenómenos más antiguamente conocidos, ni los que nos son más familiares, los que se prestan más para una construcción teórica explicativa. Veamos brevemente algún otro ejemplo. Tomémoslo de la Óptica. Recordemos que en todos los tratados de óptica se habla de la propagación rectilínea de la luz. Es el más viejo de los fenómenos de la óptica, y el que dio lugar a la teoría de la emisión de Newton. Un rayo luminoso no era sino un proyectil que se desplaza. En cambio, en la teoría ondulatoria, de Fresnel, esta propagación rectilínea es la cosa más difícil de explicar. Hay que echar mano de la difracción para explicar indirectamente el hecho claramente perceptible de la propagación rectilínea. Otros ejemplos pudieran tomarse en los demás sectores de la física, como en la electroestática, cuyo antiguo fenómeno de Thales de Mileto (siglo VI a.C.) la atracción de cuerpos ligeros por el ámbar frotado, es cuestión compleja tratada en último lugar. Así mismo, el viejo fenómeno de los imanes, etc. No cabe esperar, pues, que la física actual nos pueda dar una respuesta satisfactoria a la pregunta que nos hemos formulado; ¿Qué es la Fuerza? ¿Qué es la Masa?... Quiero decir, una respuesta satisfactoria en el sentido que se daba a la frase: respuesta satisfactoria, hace cuarenta años.

Qué es una Explicación

7°—Sin pretender, como es obvio, bosquejar una teoría del conocimiento, permítaseme una corta digresión sobre las modificaciones que ha sufrido el criterio del científico cuando se habla de que una explicación es o no satisfactoria.

Cuando se estudia la historia de las ciencias hay que convenir en que no hay un tipo infalible de explicación satisfactoria. Como lo advierte Rougier (Les parologismes du rationalisme[103]). "Si el espíritu humano fuera el mismo en todos los tiempos y en todos los lugares, si las reglas de la lógica formal se impusieran con idéntica e inflexible acción restrictiva, si los mismos principios innatos presidiesen al desarrollo del pensamiento, todo el mundo se entendería sobre el método que debería seguirse para llegar a la comprensión de las cosas. No habría sino un solo tipo de explicación considerado universalmente apto para procuramos la comprensión perfecta. Pero, por poco que nos hayamos familiarizado con las manifestaciones del espíritu humano, reconocemos que no hay tal cosa".

Para Rougier, quien ataca a fondo el dogma racionalista de la identidad del espíritu humano, existen diversas mentalidades que agrupa, siguiendo a Charcot[104], en dos clases: los espíritus concretos, y los abstractos. Los primeros no conciben o comprenden sino lo que pueden tocar con la mano, a lo Santo Tomás. Proceden siempre por intuición imaginativa más que por abstracción y deducción. Comprender y explicar un fenómeno, es para ellos, imaginarse su mecanismo, o, como lo confesaba W. Thomson[105] (1824-1907) en sus lecciones de dinámica molecular: "Yo no estoy jamás satisfecho mientras no pueda construir un modelo mecánico del objeto que estudio; si puedo construirlo comprendo; pero mientas no lo pueda construir nada comprendo; es por esto que no comprendo, dice, la teoría electro-magnética de la luz".

[103]Publicado en 1920 por F.Alcan, París.
[104]Jean-Martin Charcot (1825-1893).
[105]Llamado también Lord Kelvin, publicó numerosos artículos sobre ciencias.

En cambio, un espíritu abstracto no entiende de igual manera lo que es la explicación perfecta. Para él la comprensión está condicionada por la incorporación del fenómeno a un principio, del cual pueda desprenderse como teorema particular. Para don Julio Garavito, por ejemplo, era más dicente la ecuación del círculo que su figura en el tablero. Sólo "en la reducción de una multiplicidad de efectos distintos a la unidad de un principio abstracto, es que estos espíritus encuentran su plena satisfacción".

Estas diversas mentalidades originan los varios tipos de explicación que al través de la historia de las ciencias han aspirado a revelarnos con el origen del mundo, las leyes generales de todas las cosas. Se han distinguido por lo menos cuatro tipos de explicación bien definidos así: el tipo antropomórfico, animista o teológico; el simbólico mágico o místico, el ontológico o metafísico y el positivo o científico. A medida que cada uno de estos tipos de explicación, caracterizado por un sistema de principios racionales, ha substituido a algún otro con el correr del tiempo, la significación misma de inteligibilidad se ha modificado prodigiosamente. Para un hombre de la Edad Media explicar un fenómeno natural era interpretarlo antropológicamente; para un sabio de los tiempos actuales es llegar a preverlo en todas sus particularidades, por virtud de leyes invariables. Por otra parte, aún los sabios de nuestro tiempo presentan diferencias notables en la manera de apreciar o formular una explicación. Dar una respuesta satisfactoria o explicación no significa lo mismo para un cartesiano, un newtoniano, un atomista o un energeta. Explicar un fenómeno, por ejemplo, es para Duhem (1861-1916), reducir la ley particular a un sistema coherente de algunos principios muy generales; para lord Kelvin, es construir un modelo mecánico; para Gibbs (1839-1903), es explicar estadísticamente la ley que lo rige como si fuera una ley de grandes números. No nos puede extrañar, por lo tanto, que aún en la misma época de Poincaré, Mach, su contemporáneo, no encuentra dificultad en explicar y fundar toda la mecánica sobre el concepto de masa. "Nuestro concepto de masa —dice en su libro: Desarrollo Histórico-crítico de la mecánica— no implica ninguna teoría, en él es totalmente innecesaria la "cantidad de materia"; simplemente contiene la determinación precisa, la caracterización y denominación de un hecho". ¿Qué es, pues, lo que nuestros sabios de hoy entienden por explicación de un concepto científico? O, más concretamente: ¿Cómo entienden ellos hoy en día los conceptos de Fuerza y Masa? He aquí el tema que, quizás con sobrado atrevimiento, me atrevo a desarrollar ante vosotros.

Crítica del concepto de Fuerza

8°—Masa y Fuerza son dos conceptos de la Mecánica, correlativos, que se han disputado el dominio de la mecánica desde Galileo hasta nuestros días. Es sabido que la mecánica se puede fundamentar en ambos o en uno de ellos: en el de masa, sin tener que apelar al concepto de fuerza. Ambos, en fin, tienen orígenes antropomórficos y conceptuales con raíces profundas en nuestra experiencia sensible.

Es evidente que la idea de fuerza nos viene del sentimiento muy claro que tenemos del esfuerzo que es necesario desarrollar con nuestros músculos para mover o desplazar obstáculos o cuerpos. Ya sea al ejercer una presión sobre algún objeto, ya cuando tratamos de vencer el roce entre cuerpos, o el peso de los mismos, o ya cuando hacemos oscilar un peso suspendido, etc. En todos estos casos tenemos la impresión muy nítida de nuestras propias contracciones musculares para alcanzar el fin que nos proponemos. Así concebida la fuerza no es, pues, una abstracción, ni un ente de razón, sino algo real y verdaderamente eficaz para cumplir un determinado fin.

Sin embargo, ningún concepto como el de fuerza se ha prestado tanto a la controversia y al equívoco. A veces se le niega toda significación concreta para no ver en él sino un símbolo analítico, del cual convendría desembarazarse cuanto antes mejor. Para Lazare CARNOT (1753-1823), la noción de fuerza le parece tan oscura, en especial las fuerzas Newtonianas, que él quisiera suprimir del todo esta idea de fuerza en la física. Dice a este respecto: "No se trata aquí de las causas primeras que hacen nacer los movimientos en los cuerpos, sino solamente del movimiento ya producido, inherente a cada uno de ellos". Es esta cantidad de movimiento ya producida en los cuerpos lo que llamamos fuerza". Laplace, por su parte, a pesar de ser el expositor clásico de la acción Newtoniana en su Mecánica Celeste[106], participa de las mismas dudas, las que expresa en la introducción a dicha obra cuando advierte que espera poder prescindir de esta noción oscura de fuerza. ¿Cómo explicar este desgano de Laplace por el concepto de fuerza, siendo así que en su obra aplica constantemente las fuerzas Newtonianas en el desarrollo de sus cálculos? A nuestro parecer la explicación está en que, aunque parezca paradójico, el mismo Newton no creía en la fuerza atractiva, no creía en la atracción. Newton triunfó a pesar de todos sus escrúpulos, y su triunfo lo asombró a él mismo y a sus propios secuaces. Uno de ellos, Hertz (1857-1894), gran físico de su época, se manifiesta tan desplacido con esta idea de fuerzas que se ejercen instantáneamente y a distancia, que prefiere reemplazarlas por su famosa hipótesis de masas y movimientos ocultos. Mach, otro de los críticos de Newton, contemporáneo de Poincaré, y cuyas ideas han ejercido una gran influencia en el desarrollo de la mecánica de nuestro tiempo, insiste también en barrer de esta ciencia el concepto de fuerza. Mach considera que la fuerza es una circunstancia determinante del movimiento, pero estima que no es directamente observable, y que, por tanto, desde este punto de vista es preferible, en una

[106]La Mecánica Celeste es una obra que reune varios trabajos de Laplace entre 1799 Y 1825.

exposición positiva de la mecánica, adoptar como idea fundamental el concepto de masa.

¿Y qué diremos de los contemporáneos? Casi todos, desde Kirchhoff (1824-1887), Blondlót (1849-1930), etc., optan por la masa como concepto básico. Bertrand Russell (1872-1970), en sus principios de las matemáticas, estima que fuerza es sólo una ficción matemática y no una entidad física. "La noción de fuerza, dice, es de las que en Dinámica debe ser desechada. La razón para este aserto es por demás, conclusiva. La fuerza es considerada como la causa de la aceleración. Ahora bien: como se ha dicho antes —continúa Russell— aceleración es una mera ficción matemática; es un número, y no un hecho físico".

No pueden dejarse de mencionar algunas opiniones contrarias a las al parecer, unánimes, que promulgan la inanidad de la idea de fuerza. Son estas las de Reech, quien adhiere a la opinión de Eider, es decir, parte de la idea de fuerza como concepto fundamental en su *"curso de Mecánica a partir de la naturaleza generalmente flexible y elástica de los cuerpos".* Sin embargo, según Reech (1805-1884), fuerza no es la causa del movimiento, sino "aquel efecto de una causa cualquiera que llamamos presión o tracción y que apreciamos con un alto grado de claridad en el hilo tendido, supuesto desprovisto de sus cualidades de materia o masa". Es la llamada escuela del hilo, a la que pertenece también Andrade: *Lecciones de Mecánica física*, 1898.

No puede dejarse de mencionar también la tendencia a considerarlo todo como el lugar de acción de fuerzas. Es la corriente contraria a la que ya hemos relacionado, y que consiste en exagerar desmesuradamente el papel de la fuerza hasta el punto de absorber en él la materia. A esta tendencia pertenece el dinamismo de Leibnitz (1646-1716).

- Además, la idea de fuerza se ha prestado también al equívoco. La palabra fuerza que viene del latín bajo fortia, o puro latín fortes, presenta el prefijo for que corresponde según las leyes de transformación lingüística a la raíz indoeuropea DHAR, tener, sostener. Por tanto, el valor etimológico de fuerza sería lo que tiene, lo que sostiene. (V. Corssen citado por M. P. De Saint-Robert). No obstante, ha servido esta palabra para designar las cosas más diversas científicamente hablando. Así se habló por mucho tiempo en mecánica de la fuerza de los cuerpos en movimiento, de la fuerza de una corriente de agua, de una máquina de vapor, de un caballo, confundiéndola con las ideas hoy muy precisas de trabajo, energía potencial, energía sintética o potencia viva, fuerza vital, etc.

Crítica del Conecpto de Masa

9°—La idea de Masa es indudable que tiene menos vinculación con nuestra experiencia sensible que el concepto de fuerza. La idea de Masa sugiere en nosotros por modo inmediato, no tanto una circunstancia de producción del movimiento, cuanto un apelativo de cantidad de materia. Sin embargo, la palabra

Masa como sinónimo de cantidad de materia, no está completamente desvinculada de la noción de Fuerza, su rival en el dominio de los fundamentos de la mecánica. Porque sólo nos damos cuenta de que un volumen doble de una misma materia contiene el doble de materia, cuando al pesarlo comprobamos que pesa el doble. No obstante, la noción de peso es completamente diferente de la noción de Masa.

En efecto: la masa y el peso se nos presentan al espíritu bajo caracteres muy diferentes. La masa es un atributo inherente a la materia, en cambio el peso puede no acompañar a la materia en ciertas circunstancias, sin que ella deje de ser materia.

Bastaría transportar un cuerpo a cierta distancia entre la Tierra y la Luna para que la atracción de estos dos astros se compense sobre el cuerpo y neutralice su peso, en cambio la fuerza que lo movería, la intensidad del resorte que le imprimiría la misma impulsión, siguen siendo las mismas, es decir, la masa se mantiene invariable.

Y aquí se presenta al espíritu otro de los caracteres sensibles que nos revela la masa. Me refiero a la impresión que reciben nuestros sentidos cuando probamos a dar velocidad a un cuerpo. Este acto de nuestra propia iniciativa, este esfuerzo por medio del cual movemos un cuerpo, presenta ordinariamente dos períodos:

En el primero, nuestro esfuerzo aumenta gradualmente sin que se perciba ningún resultado aparente. El cuerpo se mantiene inmóvil como si desarrollara una resistencia superior a nuestra acción muscular. En el segundo período, tan pronto como nuestro esfuerzo supera los anteriores, notamos que el cuerpo inicia un movimiento que va acelerándose tanto como lo permite el juego de nuestros órganos. El primer período puede ser muy corto, hasta el punto de no ser notado en ciertos casos, pero si fijamos nuestra atención constataremos que el esfuerzo al parecer inútil que hemos realizado se ha consumido en vencer las resistencias —generalmente los roces— que se oponían al movimiento. Tan pronto como estas resistencias han sido dominadas, se produce el movimiento.

Se comprende que si operamos sobre un cuerpo para el cual hayamos disminuido lo más posible los roces, el primer período tiende a desaparecer y sólo será visible el segundo. De aquí podemos inducir que la movilidad de los cuerpos es completa: el empuje de una mosca podría producir el desplazamiento de un vagón de ferrocarril sobre una carrilera horizontal, si no fuera por los roces.

En este segundo período se comprueba, además, que, si bien es verdad que la movilidad es absoluta, el desalojamiento del cuerpo será tanto menos para una misma acción, cuanto mayor volumen o más materia tenga: un decímetro cúbico de plomo suspendido por la extremidad de una cuerda flexible, será más difícil de desalojar o desplazar que un centímetro cúbico del mismo material, y que un decímetro cúbico de madera. Aparte, pues, de la movilidad, esta otra propiedad de los cuerpos, según la cual ellos reclaman esfuerzos diferentes según su naturaleza y dimensiones para tomar el mismo movimiento, es lo que se llama *masa*. Del peso podemos tener por consiguiente, ideas muy variadas y relativas según la situación del observador transportado a la superficie de los diferentes Astros del sistema Solar. Sobre Júpiter, por ejemplo, un litro de agua, pesaría dos veces y cuarto lo que pesa en la superficie de la Tierra. En cambio, en la superficie de la Luna, pesaría seis veces menos; sin embargo, tanto en Júpiter, como en la Luna y en la Tierra, es necesario el mismo esfuerzo de un resorte para comunicarle al litro idéntico movimiento. Esto quiere decir que la masa del litro sería en todos los casos la misma.

Para hacer aún más patente este concepto de masa, acudamos a una ficción. Supongamos que la tierra abandonara de pronto su actual velocidad de rotación y se pusiera a girar 17 veces más aprisa. Los cuerpos situados en el ecuador perderían completamente su peso debido a la acción antagónica de la fuerza centrífuga. Una de las muchas catástrofes que sobrevendrían, y como se verá, la más remediable, o menos lamentable sería la paralización de todas las transacciones comerciales, por la falta de un aparato que nos permitiera seguir comparando los artículos que se venden al peso. Todas las básculas y balanzas, así como los pesos de resorte o dinamómetros, se convertirían en artefactos inútiles; pero, sin embargo, la masa de un kilo de pan o de carne seguiría siendo siempre la misma; ¿más cómo compararlas entre sí?, ¿sobre todo si son de naturaleza diferente? Sólo nos quedaría el recurso de comparar los movimientos que tomarían bajo idéntica impulsión, por medio de la percusión sobre el objeto, de un resorte al extenderse después de comprimido. No sería difícil idear (aunque no tan fácil de construir) un dispositivo que permitiera medir el efecto de la impulsión recibida, por la velocidad alcanzada por el cuerpo. Si la misma impulsión produce en un centímetro cúbico de plomo una velocidad 11,25 veces menor que en un centímetro cúbico de agua, es porque la densidad del plomo es de 11,25, etc.

Otro dispositivo tan eficaz como el anterior sería aplicar al cuerpo diversas fuerzas o impactos hasta obtener la misma velocidad. Según este método el centímetro cúbico de Pb. necesitaría un choque 11,25 veces mayor que el centímetro cúbico de agua para alcanzar idéntica velocidad.

Se desprende de lo anterior que lo esencial para la definición de la masa es el establecimiento de un criterio físico que permita determinar cuándo poseen dos cuerpos la misma masa. "Este criterio es, según Galileo, el siguiente: (V. Hermann Weyl: ¿Qué es la materia?), dos cuerpos tienen la misma masa cuando lanzados el uno contra el otro, con velocidades iguales y contrarias, ninguno de los dos arrastra al otro". El concepto de impulso o impulsión aparece aquí y en los ejemplos anteriores, como primario frente al concepto de masa. Algunos geómetras, observa Freycinet (1828-1923) (V. Sur les Principes de la Mecanique

Rationnelle[107]), y aún los más eminentes, le reprochan precisamente al concepto anterior de masa, el estar ligado al concepto de fuerza; quisieran una definición más directa, e independiente. "Se llama masa de un cuerpo, dice Poisson, la cantidad de materia de que se compone". Pero, ¿qué se entiende por cantidad de materia?

Masa y Materia

10°—Quizás las preguntas anteriores no sean las únicas que pueden hacerse, ni las que más conciernen a nuestro propósito de describir y poner al día el proceso conceptual de las ideas de fuerza y masa. Hay otras preguntas pertinentes entre las cuales la más importante de todas es si interesa verdaderamente a la Mecánica el indagar ¿qué es la materia? Seguramente no, contestamos sin vacilar. La mecánica es, en efecto, tan sólo un estudio preparatorio y deliberadamente bastante superficial de la materia. Hasta el momento, la mecánica del macrocosmos, estudia los movimientos de objetos, ya sean una galaxia, una amiba, un proyectil, un botón o un automóvil, Pero el estudio de tales objetos, no implica un conocimiento de la última estructura de su sustancia. Ni siquiera interesa penetrar en su constitución atómica, pues que basta el que puedan considerarse como *puntos materiales* o colecciones de tales *puntos materiales*. Este concepto de punto material es el último elemento, el más simple, de que se ocupa la mecánica.

En cuanto a las exigencias que le imponemos a este punto material para que caigan dentro del dominio de nuestros sentidos, son más de la concernencia de la lógica que de la física. Basta, según Russell, que su posición pueda ser fijada en cada instante unívocamente, como si fuera un punto geométrico; que dos puntos materiales no puedan ocupar el mismo lugar al mismo tiempo, ni uno de ellos dos lugares simultáneamente; que persistan en su existencia al través del tiempo, para poder ser identificados; es decir, que cualquiera de ellos pueda ocupar el mismo lugar en el decurso del tiempo, o dos lugares distintos en dos tiempos diferentes; pero en este último caso, que sus posiciones para tiempos o instantes intermedios deban formar una serie continua. Estas son las exigencias principales de Russell. Como se ve, ellas planean sobre todas las dificultades que entrañaría una investigación, la más modesta, de lo que es la esencia de la materia,

A la noción anterior de punto material sólo habría que agregar que cada uno de éstos está afectado por un *coeficiente numérico* llamado *masa,* la cual persiste y subsiste al través de todos los movimientos, choques, etc., de su proceso dinámico, para tener completa la fundación lógica de la mecánica.

[107] 1902, Gauthiers-Villars, París.

Como lo observa Mach, la cantidad de materia nada tiene que ver en todo esto reconozcamos, dice, ante todo, que la "cantidad de materia no es ninguna representación adecuada para aclarar o explicar el concepto de masa, pues ella misma carece de claridad". Se ve, pues, por todo lo anterior que, como lo observa Weil, el descubrimiento de las propiedades *dinámicas* de la materia llevó por sí mismo a eliminar las propiedades *substanciales*.

Identidad de la masa pesada y la masa inerte

11°—En los ejemplos puestos anteriormente hay un hecho que pasó desapercibido mucho tiempo, y que vino a ser más tarde la clave de la nueva mecánica relativista. Nos referimos a la extraña identidad entre la masa pesada y la inerte.

En la ficción que utilizamos anteriormente, notamos que había dos procedimientos para medir la masa como contenido de materia en el sentido vulgar: comparar las velocidades de los diferentes cuerpos sometiéndolos al mismo impulso, o comparar los impulsos produciendo en ellos la misma velocidad. Debemos agregar a lo dicho anteriormente que este último procedimiento es el escogido por la naturaleza para libramos de la dificultad en que de otra manera caeríamos, al tener que producir artificialmente en los diversos cuerpos idéntico movimiento. En efecto, sabido es que en el campo de la gravedad, todos los cuerpos presentan verticalmente hacia abajo la misma aceleración cuando se mueven influidos exclusivamente por el peso. Creo que todos hemos sido sorprendidos por este fenómeno inexplicable e inesperado cuando nuestro profesor de física lo demostraba experimentalmente por medio de la clásica experiencia del tubo de Newton o del plano inclinado de Galileo. Que las cosas pudieran pasar de otra manera lo demuestra el hecho de que la humanidad tardó muchos siglos en conocer esta verdad positiva de la caída de los cuerpos en el vacío. Aristóteles, por ejemplo, la ignoró, pues creía que los cuerpos al comenzar su caída aceleraban el movimiento, pero al cabo de breves instantes la velocidad llegaba a ser uniforme y distinta para cada cuerpo según su peso. Así, los cuerpos más pesados deberían caer antes que los menos pesados. Fue, pues, necesario que Galileo, ateniéndose más a leer en el libro de la naturaleza, que en los escritos de Aristóteles, aislara en el fenómeno de la caída de los cuerpos lo esencial, es decir, el efecto del peso, de lo accidental, es decir, la resistencia del aire, para inducir después de experiencias que todavía se repiten, las leyes de la caída de los cuerpos, que nos llevan a la sorprendente propiedad a que nos referimos anteriormente, de que todos los cuerpos caen en el vacío a un mismo, tiempo. Con Galileo se inició entonces la tendencia positivista contraria de la antigua aristotélica, en la mecánica, que todo lo confiaba a la observación y poco o nada al raciocino. Quizás esto explique por qué ese sorprendente fenómeno: *la masa pesada y la masa inerte son iguales*, se mantuvo tan ignorado en sus trascendentales consecuencias hasta la época actual, en que Einstein supo sacar de él la clave de su nueva mecánica.

Einstein se pregunta, en efecto: "¿la identidad entre ambas clases de masa será puramente accidental o tendrá una significación más profunda?" "La respuesta, desde el punto de vista de la física clásica, es: la igualdad entre ellas es realmente accidental, no debiendo adjudicársele una trascendencia ulterior. La contestación de la física moderna es diametralmente opuesta: dicha identidad constituye una clave nueva y fundamental para la comprensión más profunda de la naturaleza. "La prontitud con que un cuerpo, dice Einstein, responde al llamado de una fuerza exterior depende de su masa. Si fuera cierto que la Tierra atrae a todos los cuerpos con fuerzas iguales, los de masa inercial mayor caerían más lentamente. Pero todos los cuerpos caen igualmente. El "llamado" de la fuerza de gravitación de la Tierra depende de la masa gravitacional. El movimiento "respuesta" de la piedra depende de su masa inercial. Como el movimiento "respuesta" es siempre uno mismo, según vimos, se colige que la masa de gravitación, debe ser igual a la masa de inercia. "Esta fue, en efecto, una de las claves más importantes, de las cuales se desarrolló la así llamada teoría general de la relatividad". (V. Einstein e Infeld: "La física aventura del pensamiento"[108]).

Resumen

12°—Desde los albores de la historia de la mecánica se han marcado dos tendencias: la primera le da importancia preponderante a la noción de Fuerza, la segunda a la noción de Masa. Ambas se han partido el campo en su lucha por sobrevivir como concepto básico fundamental. Basta, en efecto, con definir una de estas nociones para que la otra quede también definida, con la sola condición de acudir en algunos respectos a la experiencia. Si partimos de la fuerza, se puede definir la masa como el cociente, supuesto experimentalmente constante, entre la fuerza y la aceleración. Si, al contrario, se parte de la masa, cuya constancia es hecho experimental, se puede definir la fuerza como el producto de la masa por la aceleración.

Toda dificultad radica, pues, para la primera tendencia, en definir la fuerza, y para la segunda, en definir la masa.

Cabe preguntarse entonces, si hoy en día, estas dos escuelas tienen la misma aceptación; o si, por el contrario, alguna de ellas tiene mayores probabilidades de triunfar en su lucha por alcanzar la primacía para servir de fundamento a la ciencia del movimiento. No puede negarse, a nuestro entender, que ambos conceptos presentan igual dificultad para su acertada definición desde el punto de vista científico. Es tan inconcebible la fuerza causa del movimiento, como la masa en el sentido de contenido material. Desde el punto de vista lógico quizás los métodos de Saint Venant, Mach y Kirchhoff son más satisfactorios

[108]Albert Einstein y Leopold Infeld, 1938, La Física, aventura del pensamiento. Editorial Losada, Buenos Aires.

que los de Reech y Andrade. Presentan la mecánica como una teoría más coordinada, partiendo de la masa como concepto fundamental. No obstante, para Kirchhoff la mecánica es sólo un conjunto de ecuaciones que permiten describir los movimientos de la naturaleza; ecuaciones, en donde las masas se introducen como simples coeficientes característicos de los puntos. De otra parte, Saint-Venant y Mach son más experimentadores, como lo observa E. Jouguet (1871-1943) en sus Lectures de Mecanique[109]. Para ciertos espíritus una construcción enteramente lógica es algo artificial, aunque aparezca suficientemente coordinada y coherente. Estos espíritus no se conforman, pues no ven por qué azar la teoría construida mediante el sólo esfuerzo lógico del hombre haya de ser útil en la representación de los fenómenos naturales. Pero desde el punto de vista lógico, este carácter artificial, tiene sus ventajas: relieva, en efecto, un aspecto importante de la Mecánica, el cual es común desde luego a todas las teorías físicas, el de ser no la expresión exacta de la realidad, sino, simplemente, una manera de representarla, un lenguaje cómodo para describir el fenómeno. Tal es también el punto de vista de Poincaré y de Duhem.

En cuanto respecta a las dos tendencias descritas arriba, hay que anotar el hecho que casi todos los tratadistas modernos de la mecánica han optado por la segunda, es decir, la de basar esta ciencia sobre la idea de masa. Así lo vemos por ejemplo, en Appell (1855-1930), quien basa en su Traité de Mécanique Rationnelle [110], los principios de la mecánica en dicho concepto, según la forma expositiva de Mach y Kirchhoff. Appell advierte, además, que la palabra *fuerza* no interviene para nada en los principios de la Dinámica, dada la manera como él los enuncia. Podemos, dice, prescindir de la fuerza, pues el objeto de la Dinámica es el siguiente: "Sabiendo cuáles son los movimientos que se producen en ciertas circunstancias dadas, prever cuáles son los movimientos que se producirán para otras circunstancias también dadas. "La fuerza no tiene aquí nada que hacer." Más adelante añade: "No obstante es ventajoso, desde el punto de vista de la brevedad, hacer la siguiente *convención* (subrayamos nosotros). Cuando un punto de masa M experimenta una cierta aceleración J determinada por la presencia de uno o de varios otros puntos materiales, diremos convencionalmente que M está sometido de parte de este o de estos puntos materiales a una fuerza igual a MJ en magnitud, dirección y sentido".

Concepto de campo de fuerzas

13°—¿Estará, pues, definitivamente derrotada la fuerza como concepto básico? ¿No se la nombrará ya más en la ciencia del movimiento de los cuerpos? Creo que es una conclusión demasiado precipitada.

[109] Lectures de Mécanique, 1908-9. Gauthiers -Villars, Paris.

[110] 1893, Gauthiers-Villars et Fils, Paris.

En este siglo, y después de todas las discusiones a que nos hemos referido, la ciencia y en particular la Mecánica, ha recorrido mucho camino, y se han sucedido grandes acontecimientos. La fuerza, al parecer muerta y para, siempre, comienza a dar signos inequívocos de vida. De una vida nueva eso sí: ¡de una mejor vida!

Hay aquí un hecho extraordinariamente interesante, y, según muchos (V. M. Jean Ullmo (1906-1980): "Les prolongements modernes de l'histoire de la notion de forcé"), profundamente significativo de la manera como una imagen, desprovista de todo contenido físico, como lo he dicho por boca de grandes científicos: una idea que pudo ser barrida de las leyes de la mecánica por el positivismo, puede seguir orientando el pensamiento científico y los ulteriores descubrimientos de la física. La fuerza, desprovista de todos los atributos que otrora la hacían tan vulnerable: la fuerza causa del movimiento, la fuerza como acción atractiva a distancia, la fuerza sustancia, al desaparecer del escenario de la mecánica, era de preverse que en su lugar quedaría como reina y señora, la masa, su rival en tantos siglos de lucha; empero, en lugar de esas dos nociones, hay una nueva que comienza a perfilarse en el horizonte de la física, con contornos cada vez más nítidos y precisos: la noción de *campo.* Dentro de esta nueva *estructura* la fuerza asiste como el convidado de piedra a la nueva edad que se inicia con la mecánica relativista, y la masa, su rival, va perdiendo, en cambio, aquella objetividad que la hacía tan cara a los empiristas como Mach y Poincaré. La noción de punto material, la de objeto que se desplaza, tiende a desdibujarse en el cuadro conceptual de la ciencia moderna, para fundirse también en esa estructura del campo, que al decir de Einstein es *la invención más importante a partir de la época de Newton.*

El campo como estructura

14°—El campo como entidad física no es una idea nueva. Existe desde muy antiguo, bajo el concepto clásico de campo de fuerza, el que se suele explicar como una ficción matemática. Al morir o desaparecer la necesidad de una definición de la fuerza como idea básica, tenía también que desaparecer, y con mayor razón, este concepto de campo de fuerzas. Sin embargo, no ha sido así, sino que esta imagen al parecer desprovista de contenido, —desde luego que la fuerza pierde el suyo— revive y demuestra ser hoy una verdadera panacea que al parecer aliviará la mecánica de todas sus dolencias. Naturalmente no es la misma idea clásica de campo, sino otra cosa bien distinta, según se verá adelante.

En la concepción clásica, en efecto, se define el campo como una región continua del espacio que es teatro de las acciones que se ejercen entre dos o más cuerpos, por razón de su atracción gravitatoria, eléctrica, etc. Así, por ejemplo, el sistema Solar, en el cual un solo cuerpo, el Sol, ejerce su acción gravídica o atractiva sobre los diferentes planetas, que, en poco número son los únicos que reciben esta acción del cuerpo principal. Por lo demás sólo hay un espacio varío, completamente indiferente a los fenómenos físicos que en él se desarrollan, y que no se opone en lo más mínimo a los movimientos de los cuerpos planetarios que viajan en su seno. Es, pues, el espacio o campo así considerado, un continente de los fenómenos, sin propiedades. No obstante, nos podemos plantear el siguiente problema, puramente matemático: dado que exista un planeta en un determinado punto de este espacio, ¿cuál será la fuerza que el Sol ejerce sobre él? Es el famoso expediente del *cuerpo de prueba*, es decir, del detector del campo, que donde quiera que se coloque, sufrirá una acción perfectamente calculable por medio de la ley de Newton.

Se comprende que si paseamos el *cuerpo de prueba* por todos los puntos del espacio que rodea un centro gravídico como el del Sol, en cada punto de este espacio o campo, se detectará una fuerza. Por este medio se podría determinar una verdadera carta que señalará las líneas de fuerza del campo, la cual será o se llamará el campo de fuerza del Sol.

Claro está que en esta representación sólo hay una idea o expediente útil para representar cómodamente un fenómeno, pero, en el fondo, no hay ninguna idea nueva.

Si en lugar de un solo centro de atracción hubiera varios, la carta sólo se complicaría. Sus líneas de fuerza serían quizás más intrincadas, pero la idea no variaría: seguiría siendo el caso de un espacio vacío, testigo pasivo de la acción mutua de los cuerpos sumergidos en él; es decir, sin tomar, parte e ignorando o manteniéndose totalmente indiferente al proceso desarrollado en su interior. El concepto moderno de campo es, en cambio, completamente distinto. El campo es una estructura en donde el espacio ha dejado de ser pasivo e indiferente, para pasar a ser algo actuante físicamente. No más vacío entre cuerpos, que se dan la mano por sobre una especie de abismo insondable. La estructura moderna del campo no se puede explicar en términos de objetos que se mueven y fuerzas que causan esos movimientos, sino que al entrar el espacio como actor en este proceso, su entidad geométrica colma el abismo enantes existente entre objetos, y pasa a ser tan esencial para la descripción del fenómeno del movimiento, como lo era antes la fuerza. El proceso que en su seno se realiza no requiere ser detectado por ningún cuerpo de prueba, sino que la propia estructura, específicamente, tiene señalada la ley como cosa inmanente o propia del campo. En efecto: en el campo clásico, ya se dijo que las ecuaciones de Newton eran las que permitían sondear el campo con el cuerpo de prueba, pero en la estructura moderna, el *principio de acción mínima*, o la ecuación de Hamilton Jacobi, nos puede dar todas las posibles trayectorias de un hipotético planeta, aunque los demás planetas del universo fueran diferentes.

En una representación de esta especie es evidente que se podría insistir en describir los procesos mecánicos por el método clásico, con las ecuaciones de Newton y la tradicional representación de fuerza y masa, pero esto sería renunciar sin objeto a las ventajas de una concepción que se revela útil en grado sumo. En el primer caso, simples cuerpos aislados que reaccionan entre sí en medio a un espacio indiferente: en el segundo caso, un espacio que obra sobre los cuerpos en él sumergidos para ejercer en ellos una fuerza que le es propia, y que, en suma, sólo es la resultante de las acciones de todos los demás cuerpos presentes. Es el antiguo concepto de fuerza redivivo pero purificado de aquellos defectos, como el de acción instantánea a distancia, que aquí se esfuma, pues el campo no se transmite sino que está presente.

Y de la masa ¿qué diremos? Hay que reconocer que su objetividad ha disminuido notablemente. Esta nueva concepción del campo, al dar toda la acción al espacio, olvida necesariamente los cuerpos que la han producido. La masa ocupa, un segundo lugar frente a la fuerza. Sin embargo, este triunfo parece ser pasajero, según puede comprobarse en los más recientes desarrollos de la estructura del campo, como consecuencia de la teoría de la relatividad.

El campo de la relatividad

15°—Lejos de mí la presentación de tocar así sea superficialmente este problema del campo en la teoría relativista. Sería tanto como intentar un ensayo completo sobre la relatividad, pues esta no es otra cosa que un proyecto de estructura del campo, capaz de resumir en una sola concepción toda la física, o, por lo menos, esos dos grandes capítulos que hasta ahora se han resistido a figurar en una teoría única: la del campo unificado.

No es, pues, el caso de traer aquí a cuento los esfuerzos fallidos para aunar en una sola síntesis el campo electromagnético y el gravitatorio. Las tentativas de WEYL y de Eddington con su no integrabilidad de la dirección y de la longitud, ni los últimos trabajos del mismo Einstein, en lo que él llama la teoría del campo unificado, sobre la base contraria de la integrabilidad de dirección y longitud, pero de la no eudideanidad del campo. Todo esto sería traeros nuevos enigmas que nos ahogarían en un mar de ideas contradictorias. Bástenos saber que, hoy por hoy, estos esfuerzos parecen haber fracasado. No obstante, todos estos campos o estructuras superpuestos presentan algo de común que tiene que ver con nuestro propósito de seguir la pista a esas dos ideas, a veces vivas, a veces muertas, de masa y fuerza.

Volvamos sobre aquella singular y extraña coincidencia de que la masa pesada es igual a la masa inerte. A poco que se reflexione sobre ella, se cae en la cuenta de que este principio es equivalente a este otro:

La aceleración que un campo gravitatorio le imparte a un cuerpo, es independiente de la naturaleza del cuerpo. O también: si en un punto del campo gravitatorio del Sol se lanza un cuerpo, con una cierta velocidad inicial, cualquiera que sea dicho cuerpo, ya sea una esferita de un centímetro de diámetro, o ya un planeta de un millón de kilómetros de diámetro, la trayectoria descrita por el centro de estos cuerpos esféricos será la misma.

De aquí surge la idea de que lo que cuenta en este fenómeno es solamente el espacio, la estructura del campo. La esferita o el planeta siguen cierto derrotero, una especie de canal, abierto allí por la sola virtud de una especial agrupación de las demás masas del universo.

Naturalmente, la imagen anterior se ha geometrizado y se dice que aquellos cuerpos siguen fatalmente la línea recta generalizada; es decir, la geodésica, el camino más corto de un punto a otro, con una velocidad generalizada uniforme. Como el Espacio-Tiempo tiene esta estructura sui géneris, el movimiento espontáneo de cualquier cuerpo sigue dicha recta generalizada o geodésica con un movimiento inercial. Es la misma trayectoria del proyectil que se lanza al espacio cerca de la superficie de la Tierra.

Esta línea más corta o geodésica, sería la línea recta del espacio Euclideano que nos es tan familiar, pero en la vecindad del Sol cambia la naturaleza de la estructura, del campo, y el carril ya no es recto sino curvo. En lugar de decir, por lo tanto que el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra resulta de la atracción que ésta ejerce sobre aquélla en un Universo Euclideano, decimos simplemente que el Universo no es Euclideano a causa de la densidad de agrupación de los cuerpos, y que, por tal motivo, el movimiento que sigue la Luna no es rectilíneo y uniforme sino un movimiento de circulación en el que describe una recta no Euclideana. La gravitación así concebida sería sencillamente aquello que distrae al Universo de ser Euclideano: *una manifestación del carácter no euclideo del espacio.*

Conforme a las imágenes anteriores, no hay lugar a pensar en fuerza alguna que se ejerza sobre el planeta, salvo la acción de presencia, digamos la acción de estructura de una hipersuperficie de cuatro dimensiones condicionada por la presencia de los demás cuerpos. La noción tradicional de fuerza pierde aquí todo su poder de expresión, y vuelve a ocupar el lugar secundario que le asignara la mecánica clásica: de concepto derivado, de ficción matemática.

¿Y en cuanto a la masa? Parece mantener su predominio, a tal punto, que se constituye de nuevo en la esfinge enigmática que le propone a la rienda siempre el mismo, idéntico acertijo: ¿Que es la masa? ¿De dónde proviene la inercia?

La nueva mecánica arroja alguna luz sobre este enigma. Sabemos ahora, quizás sobradamente (Bomba atómica) que la noción de masa se confunde con la de inercia, y que un cuerpo es inerte en proporción de la energía interna que contiene. Y en cuanto a la inercia, Einstein ha dicho, como Mach lo había supuesto anteriormente: “Es mucho más verosímil que toda inercia se deba a la materia presente, no solamente a la que está cerca de nosotros, en el sistema solar o en la Vía Láctea, sino a todo el conjunto de la materia cósmica. Es porque hay más materia, otra materia, que una porción cualquiera de materia es inerte, etc.".

La masa y la energía son, pues, en suma, dos aspectos de un mismo fenómeno. De aquí se desprende la noción de inercia de la energía descubierta por Einstein en 1905, como consecuencia de su teoría de la relatividad, noción que consiste en asociar a toda masa una energía igual producto de ella por el cuadrado de la velocidad de la luz; y, recíprocamente, a toda energía una masa igual al cociente de esta energía por el mismo cuadrado.

Esta conexión entre masa y energía ha sugerido una nueva posibilidad de definir y medir la masa: parece, en efecto, que es precisamente por medio de la energía que se podría intentar una definición positiva de la masa, considerándola como el coeficiente de proporcionalidad entre la energía cinética y el cuadrado de la velocidad.

Si aceptamos la fórmula clásica de la energía cinética, igual al semiproducto de la masa por el cuadrado de la velocidad, y si podemos obtener los datos de la energía y la velocidad, por mediciones directas, tendremos todos los elementos necesarios para determinar la masa. En cuanto a la energía, su medición directa, no ofrece dificultad si se la define como la energía que se recogería en un calorímetro al detener el móvil; es decir, cuando éste pasa de una velocidad v a la velocidad cero, se produciría la fusión de una cierta cantidad de hielo que nos permitiría medir la energía cinética.

Paul Langevin (1872-1946) ha demostrado que es bien posible construir toda la mecánica si se define a priori la energía cinética como la energía recogida al detener el cuerpo, y sobre la base de una cinemática que puede ser la de Galileo, en cuyo caso se obtiene la dinámica de Newton, o la cinemática de Lorentz, con lo cual se obtiene la dinámica einsteniana.

Conclusión

16°—Podríamos, quizás, ir algo más lejos, en el examen de estos conceptos, si nos resolviéramos a penetrar en la Mecánica Cuántica, pero esta incursión nos llevaría a regiones muy poco exploradas todavía, en donde si un aficionado de las ideas tradicionales quisiera expresar en su propio lenguaje lo que es la fuerza entre panículos, nos diría que son fuerzas que se ejercen entre dos partículas idénticas debido a que tales partículas son precisamente indiferenciables o "indiscernibles" y, por consiguiente, susceptibles de intercambiarse sin que el observador se dé cuenta de ello. Todo lo cual carece evidentemente de sentido.

Termino aquí con la impresión —que es casi convicción—, de que la relatividad no ha tenido aún éxito —el mismo Einstein lo reconoce— en formular una física pura del campo. Aunque acentúa notablemente la importancia de este concepto, no ha logrado todavía llegar a la síntesis perfecta, y, por ahora, debemos admitir el concepto dual de *campo y materia*. Quizás nos encontramos ante los fenómenos de la radiación térmica de Plank, o de la hipótesis de los quanta, en la misma situación de los astrónomos anteriores a Newton delante del movimiento de los planetas. Tal vez, como entonces, tampoco vamos a poder imponer nuestros conceptos a ese mundo del microcosmos, donde no cuadran las cinemáticas y dinámicas construidas sobre la idea de objeto móvil. Es de preverse que, también como entonces, sea necesario un reajuste de conceptos que nos permita obtener la anhelada síntesis de toda la física; sin embargo, el precio en cuanto a la mecánica se refiere puede ser demasiado caro, ya que el sacrificio de ideas que nos son hoy, al parecer, tan familiares, quizás no compense las ventajas de una síntesis semejante. Creo, por tanto, que estas viejas figuras de fuerza y masa, nos acompañarán por mucho tiempo. No se puede ni se podrá jamás dar una contestación en pocas palabras sobre su significado, sin que ello quiera decir que tengamos que terminar con un *ignorabimus* estéril que dispense de ulteriores investigaciones.

Hay que comprender, no obstante, que cada día se hace más difícil explicar los fenómenos de la física en forma tal que nos podamos crear una figura asequible a la imaginación, como lo deseaba W. Thomson. La ciencia se hace cada vez menos modelable con imágenes mecánicas, y más metafísica en el sentido que de esta palabra o género de explicación se daba antiguamente.

No esperemos, pues, que algún día podamos obtener, como dice Weyl, refiriéndose a la materia, "una breve fórmula final que nos podamos llevar escrita a casa". Símbolos como los de Masa y Fuerza, de tan vasto contenido conceptual, tienen que ser escudriñados en todos sus aspectos y al través de su desenvolvimiento histórico, no para sacar de este trabajo una sencilla explicación final, sino una enseñanza que nos prepare para enfrentarnos a otras imágenes y símbolos que aparezcan nacidos de ellos mismos.

Salta a la vista de la exposición que acabáis de oír que el tema de la vida vicisitudinaria de los conceptos de fuerza y masa, apenas sí ha sido tratado superficialmente. Es un planteo machacón y deshilvanado el que, abusando de vuestra benevolencia, me he atrevido a haceros. Sin embargo, permitidme que, para terminar, destaque de tanta difusión, las ideas que he querido presentaros tan torpemente, y que espero sean dilucidadas por vosotros en posteriores reuniones.

Es evidente que existe una lucha entre los conceptos de Masa y Fuerza al través de toda la historia de la mecánica. Según esto: ¿Qué se puede decir hoy de los resultados de esta lucha? ¿Prevalecerá el concepto de masa?, o, ¿el de fuerza? ¿Habrá que considerarlos ambos en una exposición sintética y de intención pedagógica de la Mecánica? ¿Qué nos dice sobre este particular la ciencia moderna? ¿Qué explicación podemos esperar de ella?

¡Pero si la cosa no era tan difícil! Me dirán ustedes. En efecto: no se trata de más ni de menos, y es por esto que os he reunido, con la esperanza interesada y egoísta de que a pesar del mal rato que os he hecho pasar me ilustréis sobre estas dudas y otras que pudieran surgir en el curso de la discusión que hoy se inicia.

Las tablas de la luna y el sabio colombiano Julio Garavito A.[111]

Solo hacia el fin de la vida, libre ya de las agobiadoras preocupaciones de la enseñanza, y cuando se comenzaba a reconocer en el país la gran obra científica del sabio colombiano, fue que se dedicó Garavito de lleno al desarrollo de las ecuaciones relativas a las tablas de la luna, su obra más importante como astrónomo, es decir la obra cumbre de su vida, ya que había dedicado toda la existencia al estudio, enseñanza y práctica de la astronomía.

La obra científica de Garavito ha sido expuesta y discutida en varias publicaciones y por científicos de nota. Jorge Álvarez Lleras, otra de nuestras lumbreras en la ciencia, Director que fue también del Observatorio Astronómico, se dedicó con fervor de amigo y discípulo del sabio al estudio y publicación de esta obra. Venciendo dificultades de toda índole, a pesar de que la publicación había sido ordenada por la ley 128 de 1919, dictada en los postreros días de la vida del sabio, escogió y ordenó la obra inédita y aún la que había merecido una publicación, pero en forma tan escasa y defectuosa que más contribuía a obscurecer que a difundir y divulgar los escritos de Garavito. Fue así como vimos aparecer en la magnífica *Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, sus principales escritos; aquellos que según juicio de Álvarez Lleras relievaban la personalidad del sabio como hombre de ciencia y genio matemático incomparable.

Sorprende, al recorrer las páginas de la colección de la Revista mencionada, la diversidad de los temas tratados por el ilustre astrónomo, sobre matemáticas puras, sobre física matemática, sobre astronomía, y aún sobre cuestiones económicas y sociales. Y sorprende más si se tiene en cuenta que en todos esos escritos hay siempre alguna idea original no obstante ser tan diversos los tópicos, y haber sido escogidos del inmenso acervo de sus escritos, donde aún duermen y esperan ser publicados muchos de ellos, no menos importantes, que jamás han visto la luz pública. ¡Y pensar que toda esa obra se debe a un hombre que murió a los 55 años, y que trabajó en medio de la incomprensión general, lejos de los grandes centros de cultura, de este nido de águilas, sin bibliotecas ni revistas!

[111] Este trabajo apareció en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, **9**, Nos. 36–37 (1956), pp. 262- 266.

La herencia de Garavito no ha sido recogida hasta ahora por nadie. Excepción hecha de su discípulo Álvarez Lleras, nos atrevemos a decir que nadie la ha aprovechado, ni mucho menos continuado. Garavito fue, pues, una eminente excepción en su tiempo entre nosotros, y sigue siéndolo. Nuestra Universidad ha perfeccionado sin duda el sistema de producir profesionales en serie, pero de entre ellos no sale ningún científico. Nadie que pueda discutir o continuar esa vida ejemplar del hombre de ciencia que investiga por el solo placer de indagar en lo desconocido, movido por la sublime fruición de la búsqueda, sin ambición de lucro ni aún de honores, pues como Garavito mismo lo dijo en ocasión memorable: "Quien busca honores no encuentra la verdad".

Publicaciones hechas hasta el presente. Jorge Álvarez Lleras, también hacia el final de su vida acuciado por el afán de no dejar inédita la obra más importante del sabio, se dedicó a ordenar la relacionada con las tablas de la Luna. Desde el volumen V No. 20 de dicha revista comenzaron a aparecer lo apuntes de Garavito sobre este problema con un estudio del movimiento elíptico por el método de Jacobi. Al referirse a esta primera publicación decía el Dr. Álvarez:

> *El capítulo de Mecánica Celeste que publicamos en el presente número y que estaba inédito en nuestro poder, puede considerarse como la introducción a los estudios de* Garavito *sobre el movimiento de la Luna. A este punto volveremos, pues, cuando publiquemos su gran trabajo matemático, que también está inédito, y que significa un progreso definitivo en la solución del problema de los tres cuerpos. Entonces procuraremos dar una idea del proceso mecánico que ha llevado al conocimiento de la gravitación hasta sus últimos límites, empezando con* Hansen *y concluyendo con* Newcomb, Delaunay, Hill, Brown *y* Garavito.

A esta publicación siguieron otras dos en los números 22 y 24 del Volumen VI. De éstas, la primera titulada "Tablas de la Luna" apenas si tiene un interés secundario. Sobre la razón de esta publicación dice Álvarez Lleras:

> *Damos a la luz en la presente entrega de esta publicación unos apuntes inéditos del sabio astrónomo colombiano, que no tienen importancia en sí, por cuanto no representan investigación efectiva, pero que son útiles para dar idea al lector colombiano interesado en conocer el proceso de la educación científica de* Garavito, *del desarrollo que en su mente tuvo el concepto matemático de un perfeccionamiento en la teoría de la mecánica lunar.*
>
> *Sin duda alguna, este proceso indica que* Garavito, *al pretender la realización de unas tablas de la Luna, se encontró*

> *con el hecho de que los sabios trabajos de* Newcomb *no podían considerarse como definitivos y que la Mecánica Celeste de* Poincaré *suministraba procedimientos de cálculo mucho más efectivos. Así se vio llevado a un análisis de fondo de este problema, para realizar la obra maestra de su genio matemático de acuerdo con la práctica de* Poincaré *y los trabajos últimos de* Hill *y* Brown.
>
> *Damos esta explicación, que parece necesaria, porque tal vez algunos lectores extranjeros se pregunten la razón de ser de la publicación a que se hace referencia y que no habrán de encontrar de mérito sobresaliente ni de novedad efectiva. Cuando ellos tengan ocasión de leer en esta Revista el magistral estudio de* Garavito *que contiene las ecuaciones finales para elaborar unas tablas de la Luna, que su autor habría dedicado a este trabajo si la muerte le hubiera dado tiempo para ello, sin duda alguna apreciarán la importancia relativa que tiene la publicación nombrada.*

La segunda publicación se titula: "Fórmulas definitivas para el cálculo del movimiento de la Luna por el método Hill-Brown, y con la notación usada por Henri Poincaré en el Tomo III de su curso de *Mecánica Celeste*".

Álvarez Lleras complementa la publicación anterior con varias notas que tienen por objeto como él mismo lo dice: "explicar a la mayoría de los lectores no familiarizados con los problemas referentes a la Astronomía de posición, en qué consiste el problema abocado por Garavito". Termina estas notas, que son de gran interés, y a las cuales nos referiremos detalladamente más adelante, con el siguiente concepto:

> *Brevemente hemos tratado de exponer en estas notículas, las razones que tenemos para creer que las ecuaciones finales de* Garavito *para construir unas nuevas tablas de la luna, tienen una importancia capital, y constituyen su mayor contribución a la ciencia astronómica.*

Por las palabras anteriores se comprende que esta segunda publicación forma ya parte del trabajo de Garavito sobre las tablas de la Luna. Quienes esperábamos con ansiedad la publicación de obra tan importante recibimos, pues, con agradable sorpresa este primer escrito con el cual se iniciaba la etapa final de la publicación de la obra más trascendental del sabio colombiano. Nos aplicamos, por lo tanto, con empeño a su estudio esperando obtener con nuestro esfuerzo, modesto sin duda, alguna luz que nos permitiera decidir mediante la ayuda de otros mejor dotados, si fuere el caso de continuar aquella obra truncada en sus comienzos, aunque al parecer, según concepto de Álvarez Lleras, no tan al principio, ya que Garavito había alcanzado a establecer los desarrollos necesarios a partir de las ecuaciones fundamentales basadas en el método de Hill-Brown. Queríamos ser fieles a la memoria del sabio y trabajar para que su recuerdo no se extinguiera como el de tantos otros, sin dejar rastro, sino reviviera en los trabajos de sus sucesores, y sirviera de estímulo o iniciativa en los jóvenes de hoy con vocación para servir a la verdad por el camino del saber científico. Por esto consideramos deber elemental contribuir a contestar esas pocas preguntas que están a flor de labio en todo colombiano culto: ¿Qué fue de la obra de Garavito? ¿Y las tablas de la Luna? ¿Por qué no se publicaron? Respecto de las tablas de la Luna yo me había preguntado además: Ya que es de todos sabido que la muerte interrumpió la magna obra de calcular numéricamente las tablas, ¿por qué no se publica el trabajo que les sirvió de fundamento? Quizás una vez allanado el camino e indicado el derrotero a seguir, no sería imposible que nuestros científicos se dedicaran a esta labor que más sería de paciencia que de ingenio matemático.

Esperamos, pues, con no disimulada impaciencia a que continuara la publicación aparecida en el número 24 del Volumen VI de la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, pero esperamos en vano. Apareció en Volumen VII con algunos trabajos ya conocidos y publicados de Garavito; pero de las tablas, nada. Nos dirigimos entonces al Dr. Álvarez Lleras, cuya precaria salud apenas sí le permitía asistir al Observatorio breves momentos, y oímos de sus labios una respuesta que nos dejó desconcertados: “No existen, dijo, manuscritos. Garavito no terminó los desarrollos del método de Hill-Brown”. A pesar de tan autorizada opinión aún subsiste en nosotros la duda sobre el particular, pues al elaborar el índice de su obra, pocos meses después de muerto Garavito, comprobamos la existencia de un número allí señalado en el índice, de seis o más (no recordamos) grandes pliegos contentivos de los cálculos. Es verdad que no examinamos su contenido, pero, en todo caso pudimos apreciar superficialmente que el trabajo era mucho mayor que el publicado en el único escrito que hemos mencionado del No. 24 de la *Revista de la Academia*. No desesperamos de que estos manuscritos, si existen, aparezcan, pero entre tanto nos es hemos permitido efectuar un estudio del trabajo en mención, único publicado hasta ahora, con el propósito de satisfacer a los siguientes interrogantes: ¿Qué fracción de la labor que se proponía realizar Garavito, consistente en desarrollar el método Hill-Brown, ha sido efectuada en dicho trabajo? ¿Con base en esa fracción sería posible llevar a término todo el desarrollo? ¿Y en caso de que esto sea posible, es aconsejable, se justificará plantear en nuestro tiempo la elaboración de nuevas tablas de la Luna, en substitución o como corrección de las hoy conocidas y en uso, de Hansen, Radan-Delaunay, Newcomb, o las más recientes de Brown?

Algunos antecedentes históricos. ¿Está aún vigente el problema del movimiento lunar? En la opinión de muchos científicos, la Astronomía es una ciencia que ha llegado a la perfección. Garavito participaba de esta idea la que expresa, en varios de sus escritos. En su trabajo sobre Óptica Matemática, por ejemplo, se cuida bien de distinguir entre “las teorías hipotéticas de la Física, que no son sino teorías provisionales”, y la Mecánica Celeste que “está como la Geometría en el campo de las ciencias puras”. “Es injustificable -dice- la pretensión de los físicos modernos de conferir a sus teorías hipotéticas valor equiparable a las de la astronomía”. “El universo astronómico es, en efecto, más sencillo desde el punto de vista de la Mecánica, que el mundo molecular: todo es visible en el primero, todo es oculto en el segundo. La gran solidez que tiene la ciencia astronómica (ya definitiva, dice en otro lugar) consiste precisamente en la objetividad de la causa y del efecto. Le Verrier, por ejemplo, supuso que un nuevo planeta era el causante de las perturbaciones conocidas de Urano, calculó la posición de esa masa oculta, y en la observación descubrió a Neptuno. La causa se hizo así visible. En física una verificación semejante es de todo punto imposible”.

A pesar de la aserción anterior, que es reflejo simplemente de la mentalidad científica de su época, no todo marchaba tan exactamente en el campo de la astronomía, y entre los astros rebeldes, figuraba en primer término la Luna, la que no acudía tan puntualmente como era de esperarse a la cita que le daban anticipadamente los astrónomos. Una vez, en efecto, que su movimiento se había encuadrado en tablas cuidadosamente hechas, al poco tiempo esas tablas ya no servían. Era lógico pensar, no obstante, que la sola ley de la gravitación universal debía explicar el movimiento lunar por complicado que fuera, y por eso la *Academia de Ciencias de París* ofreció un premio a las tablas de la Luna que se presentaran en 1820 fundadas únicamente sobre la teoría de la gravitación universal. Hasta entonces las diferentes tablas lunares estaban fundadas, parte en la observación y parte en la teoría, como las tablas de Tobie Mayer (1760) que sirvieron por largo tiempo a los astrónomos con las correcciones que le fueron hechas por Bradley, Maskelyne y Masson (1787). Asimismo, las tablas de Bürg (1806) quien contribuyó con sus observaciones a mejorar las anteriores bajo la dirección de Laplace. A su vez, nuevas observaciones permitieron el mejoramiento de las tablas de Bürg (1806) por Burckhardt (1787), las que fueron adoptadas por la *Oficina de Longitudes de París* en 1816. Pero en todas estas tablas, de efímera duración relativamente, se puede decir que la observación primaba sobre la teoría, así que muchas de las correcciones eran enteramente empíricas. De ahí la importancia que la *Academia de Ciencias de París* concedió al problema de basar el movimiento lunar exclusivamente en las leyes de la gravitación universal, “sin tomar de la observación más datos que los necesarios para fijar los elementos del movimiento elíptico”. Ya Laplace, en el libro VII de la *Mecánica Celeste* (1799 a 1805) había probado la posibilidad de esta solución teórica haciendo resaltar las grandes ventajas que podían obtenerse de ella. Por otra parte, las matemáticas, en los comienzos del siglo XIX, habían llegado a perfeccionar notablemente el instrumento del Cálculo, hasta el punto de que ya en 1801 Gauss, al publicar sus *Disquisitiones Arithmeticae*, inició el período reciente de las matemáticas modernas tal como los profesionales de hoy las entienden.

Al llamamiento de la Academia de Ciencias de París respondieron tres notables astrónomos: Damoiseau, francés, y Plana y Carlini, italianos, quienes presentaron al concurso dos trabajos igualmente notables, el uno de Damoiseau (1768-1846) y el otro de Plana (1781-1864) y Carlini (1783-1862). Entre tales trabajos se repartió el premio, pues ambos cumplían con las condiciones prescritas y conducían a resultados casi idénticos entre sí. Estos hombres de ciencia iniciaron, pues, la era que pudiéramos llamar Racional en el estudio del movimiento lunar, ya que la Academia de Ciencias de París consiguió con ellos lo que se proponía: demostrar que la gravitación universal es la causa única de las desigualdades que perturban el movimiento de la Luna, y que es bien posible, sin tomar de la observación otros datos que los indispensables exigidos por el problema, formar tablas lunares suficientemente exactas para satisfacer a todas las exigencias de la práctica. Ambos trabajos sirvieron, en efecto, de fundamento a las respectivas tablas de la Luna. Las de Damoiseau aparecieron en 1824 y en 1828, y las tablas basadas en la teoría de Plana fueron publicadas en Washington en 1853.

A los trabajos anteriores siguieron otros, pues bien pronto se notó que las tablas establecidas por Damoiseau y Plana presentaban serias discordancias con las observaciones cada vez más precisas del movimiento lunar; discordancias que iban en aumento. La causa de tales discordancias se atribuyó en primer lugar a errores inevitables de cálculo, dada la complicación de éstos y el número verdaderamente aterrador de operaciones en las cuales se empleaban varios años de intenso y continuado trabajo. En segundo lugar a la omisión de términos de variación secular debidos a causas no bien conocidas. Los astrónomos y matemáticos se aplicaron por tanto al estudio apasionante de esta cuestión, buscando en primer término métodos que condujeran a cálculos menos intrincados, y en segundo término a nuevos planteos, más generales, para evitar el dejar de lado esas acciones que con el correr de los años producían sensibles diferencias son las observaciones. Como resultado de todos estos trabajos cuya historia es por demás interesante (véase Tisserand, Tomo III de la *Mecánica Celeste*), Poincaré, en sus lecciones de *Mecánica Celeste*, concluye: "Pero hoy se puede decir que no hay sino tres métodos que cuenten: el de Hansen, el de Delaunay y el de Hill-Brown." Este último fue el adoptado por Garavito quien con Poincaré que ser más directo que los otros permitiría llevar la aproximación bastante más lejos que la obtenida en las tablas de Hansen y de Delaunay (1816-1872)-Radau (1835-1911)-Newcomb (1835-1909).

Garavito decidió, por tanto, acometer la magna tarea de desarrollar las ecuaciones y emprender el cálculo de las tablas por el método de Hill-Brown, no sabemos con precisión hacia que año. Sin embargo, es probable que fuera hacia los años de 1907 o 1908 en que se publicaron las *Lecciones de Mecánica Celeste* de Poincaré, a las que se refiere en sus escritos, y cuya notación emplea. Sin embargo, hay que notar que Brown (1866-1938) ya había comenzado en estos años a calcular sus tablas basadas en el mismo método, cuyo desarrollo completo fue publicado en las *Memoirs of the Royal Astronomical Society* durante los años de 1901 a 1908. Brown empleó veinte años en el cálculo propiamente dicho de las tablas, las que fueron impresas por Cambridge University Press y publicadas por Yale University en tres volúmenes en 1919, es decir, un año antes de la muerte de Garavito. Estas nuevas tablas de Brown adoptadas por el *Nautical Almanac* desde 1923 en substitución de las de Hansen, representan en total unos treinta años de trabajo y requirieron la escritura de más de cuatro millones de cifras, y más de cuatrocientos mil productos. Contienen además mil quinientos términos periódicos, o sea 5 veces más que en las tablas de Hansen, todos ellos excepto uno de los más importantes cuyo período es de dos siglos y medio, basados en la ley de la gravitación. Es de preguntarse, pues, después de tan descomunal trabajo si con estas tablas quedaron despejadas todas las incógnitas del movimiento lunar. Leamos lo que dice al respecto la *Enciclopedia Británica* en escrito de John Jackson (1887-1958), astrónomo del observatorio del Cabo de Buena Esperanza:

"Aunque las tablas de Brown presentan una más estrecha concordancia con las observaciones que las tablas anteriores, especialmente en los términos de período corto, la diferencia entre la teoría y la observación aún sigue variando permanentemente de año en año. Por sugestión de Brown su discípulo anterior, el Dr. W.J. Eckert revisó numéricamente las perturbaciones del sol en el movimiento de la Luna y las encontró correctas. El cambio de la teoría newtoniana a la teoría de la relatividad (como sucedió con Mercurio, anotamos nosotros) hace cambiar poco los cálculos, y ahora se acepta generalmente que la diferencia entre la teoría y la observación no puede explicarse por error en ninguna de las dos. La explicación generalmente aceptada es que las fluctuaciones irregulares en la velocidad de rotación de la tierra en su eje nos da una escala de medida del tiempo errada. Si esto es así, entonces los varios cuerpos celestes presentarían irregularidades semejantes en sus movimientos aparentes. El problema se complica por el hecho de que las irregularidades en la velocidad de rotación de la tierra puedan ser o no ser causadas por la misma Luna, pero las investigaciones llevadas a cabo por los principales astrónomos sobre irregularidades en los movimientos aparentes de la mayor parte de los planetas principales, particularmente de Mercurio y el Sol, tienden a confirmar la hipótesis de que la rotación irregular de la Tierra puede ser la causa principal de la aparente discordancia entre la teoría y la observación. No es posible fabricar relojes terrestres de la exactitud requerida para comprobar la uniformidad de la rotación terrestre, aunque tal cosa parece posible en un futuro no muy distante".

La *Enciclopedia* termina con el siguiente concepto del mismo astrónomo autor del artículo: "es improbable que alguien intente una nueva teoría de la Luna en muchos años, así que las tablas de Brown corregidas si es necesario empíricamente, serán usadas durante todo el siglo XX". De lo anterior se deduce que el enigma subsiste; que está aún vigente el problema del movimiento lunar y que hoy como hace sesenta años se puede exclamar con Tisserand al final de su obra monumental sobre la Luna refiriéndose a la teoría de la gravitación: "Ella triunfará otra vez del nuevo obstáculo que se le presenta; ¡pero falta por hacer algún bello descubrimiento!"

¿Qué fracción del método de Hill-Brown alcanzó a desarrollar Garavito? Como decíamos, solo disponemos de una publicación referente al desarrollo del método de Hill-Brown por Garavito; la que vio la luz en el No.24 Volumen VI de la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias* con el título: "Fórmulas definitivas para el cálculo del movimiento de la Luna por el método Hill-Brown y con la notación usada por Henri Poincaré en el tomo III de su curso de *Mecánica Celeste*".

Este escrito que consta de cinco partes dedica las cuatro primeras al establecimiento de las ecuaciones de Hill para el estudio del fenómeno de la Variación Lunar; es decir los términos de grado cero y los que dependen solamente de la excentricidad lunar, pero son independientes de la inclinación del plano de la órbita lunar, de la paralaje y de la excentricidad solar. Como es sabido, la Variación es un fenómeno descubierto desde fines de la edad media por Tycho Brahe mediante el análisis de un número extraordinario de observaciones visuales hechas sin auxilio de telescopio alguno. Se debe a que la componente tangencial a la órbita lunar de la fuerza atractiva del sol, unas veces retarda y otras acelera su movimiento entre las sicigias. Hill estudia esta irregularidad como queda dicho, acogiendo la idea de Euler de comenzar con una primera solución basada en que la órbita de la Luna coincida con la eclíptica, sin excentricidad, y la del sol sea circular. Garavito establece dichas ecuaciones con gran elegancia y concisión valiéndose de los versores que él prefería casi siempre en sus exposiciones de Mecánica Racional.

En la quinta y última parte del escrito en mención, Garavito adopta con Poincaré un sistema más general de ecuaciones, reducibles a las de Hill mediante la identificación de dos parámetros, y siguiendo el derrotero aconsejado por Poincaré procede al desarrollo de la solución según las potencias crecientes del cuadrado de la relación del movimiento sideral del sol al movimiento sinódico de la Luna (véase Poincaré, *Théorie de la lune*, pág. 23). Desgraciadamente este desarrollo está incompleto, pues sólo alcanza a establecer las fórmulas para obtener en función racional de p los coeficientes de ζ^2 y ζ^{-2} en los desarrollos de u_1 y de s_1, mas faltaría realizar estas mismas operaciones para obtener también los coeficientes de las relaciones m^4, m^6, m^8, m^{10}, m^{12}, etc., coeficientes que están dados por sistemas de ecuaciones diferenciales, lo cual supone un trabajo enorme y muy superior al ya realizado, con ser este también de consideración según puede apreciarse al estudiar el escrito en referencia, pues aunque Garavito seguía a *Hill* y el método expuesto por Poincaré en su *Teoría de la Luna*, Tomo II de sus *Lecciones de Mecánica Celeste*, el escrito del matemático francés es en extremo resumido y carece de todos los desarrollos de detalle. Se limita a señalar un derrotero pero le deja a la habilidad del calculista muchas particularidades que sólo pueden ser salvadas por un matemático de la capacidad de Garavito. A esta conclusión se llega cuando comparamos este escrito del sabio colombiano con el derrotero indicado por Poincaré en la obra citada. Es preciso, por lo tanto, concluir en que sólo para el cálculo de la Variación, faltaría por hacer un trabajo inmenso, y si a la variación agregamos las demás desigualdades del movimiento lunar consideradas por Brown, como el movimiento del nodo, el del perigeo, etc., el trabajo sería gigantesco, y a nuestro modo de ver, salvo opiniones más ilustradas que las muy modestas nuestras, un trabajo inútil, pues ya ha sido efectuado por Brown en las tablas que hoy se aplican.

Esta opinión no quiere decir que hayamos llegado a la conclusión de que el movimiento lunar sea cuestión ya resuelta. Atrás dejamos establecido por autoridades en la materia que el problema sigue en pie. Hay un extraño residuo que cada año se acentúa más y más, y que no se cree poder eliminar con un cálculo más exacto, como lo pensó Newcomb desde 1872. La cuestión parece haber pasado a afectar otro departamento de la astronomía donde se estudia un problema tan importante o más que el de la Luna: la medida de tiempo. "Las posiciones observadas de la Luna, dice M. Danjon (1890 - 1967), Director del Observatorio de París, han sido cronometradas con la escala del tiempo que hoy llamamos tiempo terrestre. Supongamos que en un instante dado, el reloj-tierra presenta un avance de 30 segundos; la Luna parecerá un retardo sobre su órbita, siendo su longitud medida inferior en treinta segundos de tiempo, o sea aproximadamente quince segundos de arco, a la longitud obtenida por el cálculo del arco descrito por ella". "Y como esta inexactitud del reloj-tierra varía con el tiempo, el error aparente de las tablas de la Luna variará lo mismo". Según este concepto tan autorizado, la exactitud alcanzada en la determinación del movimiento lunar hace de nuestro satélite un reloj mejor que el reloj-tierra, o sea el reloj-luna, aunque para decir verdad lo que sucede es que se está controlando al reloj-tierra con el llamado tiempo newtoniano; es decir, el tiempo que deja a salvo la teoría de la gravitación de Newton.

Al llegar aquí en este tan prolijo y desarticulado estudio, me atrevo a pensar que podríamos contestar ya con algún conocimiento a las preguntas formuladas atrás, de la manera siguiente:

¿Qué fracción de la labor que se proponía realizar Garavito, consistente en desarrollar el método de Hill-Brown, ha sido efectuada en dicho trabajo? Si no existen nuevos manuscritos de Garavito, podemos afirmar que en lo publicado apenas se inicia el estudio de la llamada Variación, pero faltaría terminar tal estudio y seguir con las demás desigualdades consideradas por Brown. ¿Con base en esa fracción sería posible llevar a término todo el desarrollo? Nos parece casi imposible y además inútil, pues dicho desarrollo ha sido ya realizado por Brown.

Y en el caso de que esto sea posible, ¿es aconsejable, se justificaría plantear en nuestro tiempo la elaboración de nuevas tablas de la luna, en substitución, o como corrección de las hoy conocidas y en uso de Hansen (1795-1874), Radau (835-1911)-Delauney (1816-1872), Newcomb (1835-1909), o las más recientes de Brown? Hemos transcrito conceptos muy autorizados que consideran que la exactitud alcanzada en las tablas de Brown es suficiente en relación con la precisión de las observaciones actuales, aunque convienen en que hay desigualdades cuya causa hay que buscar en la inexactitud del reloj-tierra. Corresponde a los astrónomos resolver hasta qué punto el fenómeno de las mareas, y demás que afectan el elipsoide de inercia de la tierra, pueden explicar estas discordancias, y hasta qué punto la cuestión depende todavía del famoso y nunca resuelto completamente problema de los tres cuerpos, cuya rigurosa integración, al decir de Poincaré, es manifiestamente imposible.

Bogotá, enero 28 de 1955

Al Señor Presidente de la Academia Colombiana de Ciencias, atentamente,

Julio Carrizosa Valenzuela

Critica al estudio de una posible forma de equilibrio del globo terrestre[112]

Con el fin corresponder a la invitación hecha por el Profesor Belisario Ruiz Wilches[113] (1887-1967), para que quienes asistimos a su conferencia o leímos el resumen que de ella ha hecho en la *Revista de la Universidad Nacional de Colombia*[114], analicemos sus teoría y la sometamos a nuestra crítica de meros aficionados, nos atrevemos a intervenir para presentarle al ilustre Profesor algunas observaciones hijas del interés que ha despertado en nosotros su estudio, y

[112]Este trabajo apareció en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 1946, No.24, págs. 459–466. *NOTA DE LA DIRECCION.— Se publica el estudio crítico anterior sin el escrito original que lo motiva ("Estudio de una posible forma de equilibrio del globo terrestre"), porque su autor, el Profesor* Belisario Ruiz Wilches*, no accedió a dárnoslo para su inserción en estas páginas, cosa que lamentamos sinceramente, puesto que para el lector será difícil seguir los razonamientos de la crítica sin la fácil comprobación con las ideas del doctor* Ruiz Wilches*, mediante un cotejo oportuno. Parece que este ilustre Profesor no pudo complacernos por haberse comprometido anteriormente con la Revista de la Universidad Nacional a la cual prometió las primicias de sus valiosos estudios sobre la materia. Esto no quiere decir, naturalmente, que no nos sea posible obtener permiso para reproducir tan importante trabajo en algún número próximo de nuestra publicación. Ciertamente, ello será necesario porque la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales ya se ha ocupado del problema planteado por el Profesor* Ruiz *y ha acogido la presente nota crítica del doctor Carrizosa Valenzuela, cuya opinión coincide exactamente con la nuestra, sin que esto vaya en mengua del mérito sobresaliente del criticado. Siempre hemos creído que la crítica serena y razonada da realce a los estudios de que se ocupa y que el silencio alrededor de ellos más significa poco aprecio que concesión graciosa a alguna autoridad indiscutible. Los cuerpos científicos, como la Academia Colombiana de Ciencias, tienen en la crítica un deber ineludible que cumplir, pues se dice generalmente que de la discusión sale la luz, e implícitamente están interesados en que los esfuerzos de la investigación no se pierda o se tuerzan ante la indiferencia colectiva o por razón de la incomprensión de los gobernantes, máxime cuando se trata, como en el presente caso, de excelentes ensayos nacionales. No está por demás, llamar la atención de nuestro público lector sobre la labor que representa el estudio crítico que comentamos y que presupone gran versación matemática y profundos conocimientos de la literatura científica respectiva. En él no sólo se comenta, se explica y se corrige un trabajo ajeno sino que se exponen los alcances que tiene la investigación sobre la forma posible de equilibrio de la tierra y respecto de los elipsoides convencionales de referencia, haciendo notar de paso, que el problema abocado por el Profesor* Ruiz *no es de fácil solución. Excitamos atentamente a este eminente científico a que nos conceda, para la publicación en estas páginas, la réplica que enderece contra las atinadas observaciones del Profesor Carrizosa Valenzuela. Estamos en ello interesadísimos, pues las discusiones de carácter científico han de dar verdadero brillo a esta Revista.*

[113]Ingeniero y Profesor en Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, graduado en 1903. Fue Director del Observatorio Astronómico en 1950. Fundador del Instituto Geográfico Agustín Codazzi. Fue Miembro Numerario de la Academia Colombiana de Ciencias, ocupó la silla no. 29.

[114]Véase *Revista de la Universidad Nacional de Colombia: número 4.* págs 275 - 283, 1945. La crítica de Carrizosa Valenzuela aparece también en la Revista en el No. 5, 1946, pp. 341-361.

del deseo que, por lo tanto, abrigamos para que se siga discutiendo, por personas más autorizadas que nosotros, la tesis científica que él propugna, o, mejor dicho, la tesis que se desprende de la teoría expuesta por el doctor Ruiz, ya que él se limita a presentar los resultados de su estudio, admitiendo que "no cree haber hallado una verdad, pero que espera que otros encuentren las razones de las concordancias por él observadas, o rectifiquen los errores que su escrito pueda contener". Son sus propias palabras.

La cuestión presentada ha sido objeto de muchas, muy variadas y algunas muy profundas investigaciones, desde el descubrimiento de la ley de la gravitación universal por Newton (1688) hasta nuestros días. Según Paul Appell (1855 - 1930)[115] se pueden distinguir tres ciclos en esta larga etapa de investigaciones sobre la forma de nuestro globo terrestre: el de los elipsoides de revolución y de los anillos, como figuras de equilibrio en los cuerpos rotantes, caracterizado por los trabajos de Maupertuis (1732), Maclaurin (1742), Clairaut (1743), hasta Laplace (1776) y Legendre (1789); el de los trabajos de Jacobi (1834), Mme. Kowalevski (1888) y Poincaré (1885), en el cual se introducen los elipsoides de tres ejes, y se establece por Mme.Kowalevski de manera rigurosa la forma anular como figura de equilibrio y, en fin, el ciclo actual singularizado por la introducción de nuevas e inesperadas figuras de equilibrio, como la llamada *periforme* establecida por el mismo Poincaré y por Liapounoff (1896). Para una información completa sobre el particular remitimos al lector a la excelente introducción histórica y a la bibliografía de más de cien obras sobre la materia, presentadas por Paul Appell en la obra ya citada.

A pesar de los trabajos nombrados, no puede decirse que el problema de la determinación de la forma que toma una masa líquida o fluida aislada en el espacio, y que se mueve de manera que las distancias entre sus partículas se mantengan invariables, haya sido resuelto de manera general. Ni en el sentido de haber obtenido todas las figuras de equilibrio posibles, ni desde el punto de vista del acuerdo perfecto entre la figura de equilibrio obtenida y la forma del llamado *geoide*. Existen, por lo tanto, amplias posibilidades para que el investigador moderno pueda cosechar aún muchos y muy variados frutos en este campo de la Ciencia. Desde este punto de vista, pues, se justifican de sobra las hipótesis que introduce el Profesor Ruiz Wilches en su estudio, ya que las cosas no han marchado satisfactoriamente con ninguna de las teorías hasta ahora expuestas. Sin embargo, y a pesar de las concordancias señaladas por el ilustre Profesor, como consecuencia de su teoría, es nuestro parecer que se quedan atrás sin explicar algunas cuestiones, fundamentales unas, accesorias otras, las que valdría

[115]Paul Appell, *Figures d'equilibre d'une masse liquide homogéne en rotation sous l'atraction newtonienne de ses particules, Fraté de Mecanique Rationnelle, Vol. 4, Faro I, 1932. Gauthier-Villaris.*

bien la pena discutir antes de acoger con demasiado optimismo los resultados alcanzados en el estudio en cuestión.

Nos referimos en primer término — y es ésta nuestra primera objeción — a las bases mismas del cálculo aceptadas por el Profesor Ruiz Wilches. En este respecto puede decirse que se aparta de las hipótesis hasta ahora empleadas (lo cual no sería censurable desde luego) para seguir un derrotero muy cuestionable a nuestro juicio; pero lo hace sin detenerse a justificar dichas bases, entre las cuales figura su nueva expresión de la fuerza centrífuga, que está en pugna con lo que ha sido aceptado hasta hoy en la Mecánica clásica. Adopta, además, como punto de partida el mismo que ha servido para estudiar la forma de los macizos gaseosos en rotación cuando se inicia en ellos una condensación central (nebulosa de Laplace)[116].

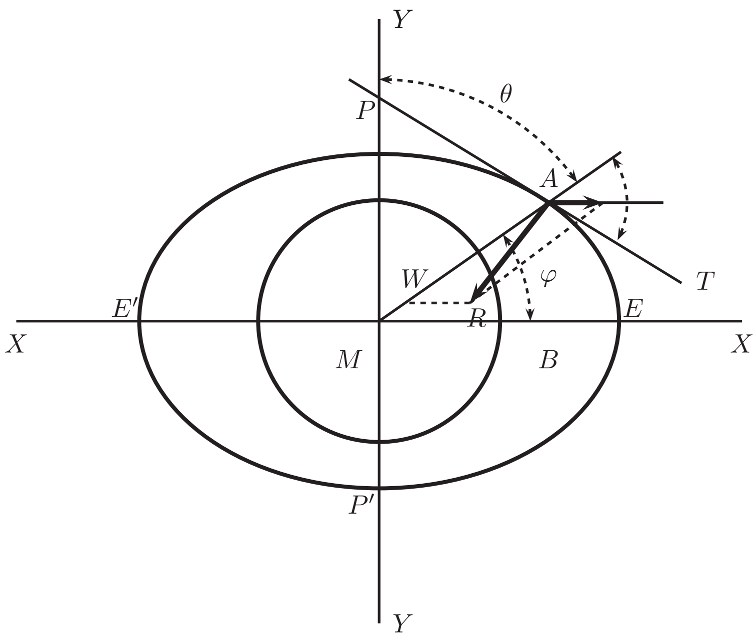


Figura 1.

Salvo la expresión adoptada por el Profesor Ruiz para la fuerza centrífuga, el cálculo que hacen los autores nombrados es idéntico y conduce naturalmente a la misma ecuación desde el punto de vista analítico. Para puntualizar la trascendencia que tiene este punto de vista, nuevo si se mira al problema que

[116]Véase F. Tisserand: *Traité de Mécanique Celéste Editions Jaques Gabay*, 1899. Tome IV, pág. 233, 1899. También E. Roche: *Essai sur la constitution et l'origine du systéme solaire*. Publicado por Gauthier-Villars, 1873. También Poincaré: *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*, 1911, Librairie Scientifique A Hermann et Fils, Paris.

con él se trata de resolver, consideremos la misma figura que trae el Profesor Ruiz en su estudio, corregida en el sentido de hacer perfectamente esférica la parte central, como lo acepta él tácitamente. En estas condiciones, la forma de la tierra, o en particular la de uno de sus meridianos PE se deduce mediante la hipótesis de que cualquiera de sus puntos A está en equilibrio, sometido a la acción atrayente de una masa M concentrada en el centro O de la tierra, y a la fuerza centrífuga F (igual al doble de lo normal según el Profesor Ruiz), debida a la rotación de toda la masa alrededor del eje Y. Esto equivale a suponer un cuerpo central M esférico, o cuyo achatamiento sea prácticamente despreciable, y una región B comprendida entre la parte esférica y la superficie exterior, cuya acción gravitatoria sea también despreciable; es decir, se suponen las mismas condiciones que se dan si se considera que M es un cuerpo celeste cualquiera y B una atmósfera muy tenue, cuya masa se puede estimar como muy pequeña con respecto a la del cuerpo central.

Si se trata la tesis anterior, el cálculo es tan sencillo como lo supone el Profesor Ruiz; mas si la región B interviene también en la atracción general, como es lo cierto si aceptamos sin restricción la ley de Newton, el cálculo presentará todas las complicaciones que le han dado a este problema tan singular atractivo para los hombres de ciencia atrás nombrados, y que en él se han ocupado sin resolverlo completamente. Empleando el análisis, y con relativa facilidad, podemos hacer ver la diferencia apuntada. Llamemos, en efecto, X, Y, Z, las proyecciones de la fuerza atractiva W sobre los tres ejes coordenados. Como un punto cualquiera material de masa unidad A debe estar en equilibrio dinámico bajo la acción de dicha fuerza y de la fuerza centrífuga F de proyecciones $2\omega^2 x$ y $2\omega^2 z$ [117] sobre los mismos ejes X, Y, Z, respectivamente, el principio del trabajo virtual nos permite escribir la siguiente ecuación:

$$(X + 2w^2 x)\delta x + Y\delta y + (Z + 2w^2 z)\delta z = 0 \tag{1}$$

Si llamamos V el potencial de las fuerzas de atracción W se pueden poner las siguientes igualdades, cuya significación es por demás conocida, dado que el sistema de fuerzas de atracción es conservativo:

$$X = \frac{\partial V}{\partial x}, \qquad Y = \frac{\partial V}{\partial y}, \qquad Z = \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Sustituyendo en (1):

$$dV + 2\omega^2(x\delta x + z\delta z) = 0$$

e integrando:

$$V + \omega^2(x^2 + z^2) = C, \tag{2}$$

en la que C es una constante igual a kM/b, si adoptamos los mismos símbolos del artículo que discutimos. Como se ve, hemos aceptado la misma expresión de

[117] Es decir, el doble de la fuerza centrífuga corriente.

la fuerza centrífuga utilizada por el Profesor Ruiz; es decir, una fuerza centrífuga doble de la usual. Si hubiésemos empleado la fuerza centrífuga verdadera, habríamos llegado a la expresión:

$$V + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + z^2) = C \tag{3}$$

la que, como se ve, sólo difiere de la anterior en el coeficiente del segundo término. En ambas expresiones V es el potencial de las fuerzas de atracción. Para el caso supuesto de la esfera se tiene:

$$V = \frac{kM}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \tag{4}$$

en que k es la constante de la gravitación universal y M la masa de la tierra. Este valor de V reemplazado en (2) nos da para la superficie de nivel la ecuación siguiente:

$$\frac{kM}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \omega^2(x^2 + z^2) = C\ . \tag{5}$$

Si hacemos en la expresión anterior z igual a cero y tenemos en cuenta que el radical es igual a la distancia de un punto cualquiera A al centro O, o sea ρ radio vector de un punto de la superficie de nivel, obtendremos la expresión de la curva meridiana, intersección de la superficie de nivel con el plano de los ejes YX. Es decir la misma expresión (1) establecida por el Profesor Ruiz en su escrito.

Mas si, por otra parte, suponemos que la masa encerrada por la superficie exterior participa en la atracción, tendremos una expresión del potencial V mucho más complicada que la (4), debido a que entonces sería preciso calcular y adoptar el potencial de una masa distinta a la esférica y que satisfaga la condición (2). Dicha masa estaría limitada por una superficie cuya ecuación podemos representar por:

$$\phi(x, y, z) = 0\ .$$

Como los desalojamientos virtuales del punto A a que se refiere el principio utilizado, sólo pueden tener lugar en la superficie anterior, ellos deberán cumplir la siguiente relación:

$$\frac{\partial\phi}{\partial x}\delta x + \frac{\partial\phi}{\partial y}\delta y + \frac{\partial\phi}{\partial z}\delta z = 0\ .$$

Y como estos mismos puntos A deben cumplir la relación (1), es necesario que se tenga:

$$\frac{X + 2w^2x}{\frac{\partial\phi}{\partial x}} = \frac{Y}{\frac{\partial\phi}{\partial y}} = \frac{Z + 2w^2z}{\frac{\partial\phi}{\partial z}}\ . \tag{6}$$

Sería preciso, por consiguiente, determinar la función ϕ de manera adecuada para que se cumplan las dos condiciones anteriores; pero, al mismo tiempo, las componentes X, Y, Z de la atracción W dependerán a su vez de la misma función, y por intermedio de una expresión bastante complicada, hasta el punto de que, como queda dicho, el problema no ha sido resuelto aún de una manera general.

Volviendo a la solución simple (5), y aun admitiendo que ella sea aceptable como solución de este problema, quedaría por demostrar la conveniencia de introducir en el planteo inicial una fuerza centrífuga inusitada. ¿Qué razones puede aducir el Profesor Ruiz, para introducir en sus cálculos el doble de la fuerza centrífuga que correspondería según la Mecánica clásica? Y al hacerlo ¿cómo puede hablar de que su teoría respeta las leyes de esa Mecánica, si comienza por establecer una expresión extravagante de la fuerza centrífuga, que nada tiene qué ver con dichas leyes? Se nos ha replicado que, precisamente, en tal expresión nueva reside en la originalidad de la tesis que él presenta, ya que no habiendo sido posible un acuerdo entre la teoría y la observación, queda abierto el campo a la hipótesis, así que él usando de un derecho inobjetable en tales casos el científico se ha aventurado a proponer una nueva hipótesis, la suya propia, con la cual ha logrado obtener los notables acuerdos que él reseña en su trabajo. Mas nosotros nos atreveríamos a contestar que este recurso de las nuevas hipótesis es el más expedito, y que de él echan mano sin tasa ni medida los arbitristas en ciencias, donde también los hay, como en todo. Pero el problema quedaría sin una solución en el fondo, porque ¿cómo conectar estas hipótesis con las teorías mecánicas antiguas o modernas? Bien estaría la nueva hipótesis si con ella encontráramos distintos y más seguros caminos hacia hechos nuevos, o conectáramos regiones de la Ciencia hasta hoy separadas. Esta sí sería la hipótesis fecunda; mas la hipótesis que sólo sirve de trampolín para saltar por sobre la dificultad, nada representa ni significa fuera de la cuestión por ella resuelta. Tememos que la hipótesis propuesta por el Profesor Ruiz sea de estas últimas. La segunda objeción que nosotros hacemos se refiere a la discusión matemática de la ecuación que representa las curvas meridianas. Ya hemos dicho cómo se deduce esta ecuación de la expresión (5) haciendo en ella $z = 0$. Así se obtiene:

$$\frac{kM}{\sqrt{x^2+y^2}} + w^2x^2 = C = \frac{kM}{b} \ . \tag{7}$$

El profesor Ruiz le da a esta expresión en su conferencia un alcance exagerado basándose en las seis soluciones que aparenta tener, las cuales serían otros tantos puntos de cruce de la curva o curvas representadas por la ecuación con el eje de las X. Pensó así que de dicha ecuación podrían obtenerse, al reemplazar en ella las constantes correspondientes, no sólo la curva meridiana relativa a la tierra, sino otras configuraciones de equilibrio propias de otros planetas, y en particular la del planeta Saturno con su curva meridiana relativa al cuerpo central, y dos curvas meridianas laterales que corresponderían a los anillos. En el escrito que analizamos se restringe este alcance dado a la ecuación, pero se insiste en el error de pensar que la expresión pueda presentar seis soluciones reales en x todas aceptables desde el punto de vista del problema planteado.

Para realzar el inconveniente apuntado vamos a discutir la ecuación (7) en coordenadas polares. Si hacemos, pues, $POA = \theta$, $OA = \rho$ se tendrá:

$$x = \rho \operatorname{sen} \theta, \qquad \sqrt{x^2 + y^2} = \rho \ .$$

La ecuación se puede escribir entonces:

$$\frac{kM}{\rho} + \omega^2 \rho^2 \operatorname{sen}^2 \theta = \frac{kM}{b} \ . \tag{8}$$

Esta nueva forma deja ver claramente que las soluciones extrañas serían los valores negativos del radio vector ρ cuya existencia es imposible desde el punto de vista físico, pues no es de suponer un potencial gravitatorio negativo: kM/ρ es el potencial gravitatorio o newtoniano. De la expresión anterior se deducen las fórmulas:

$$\operatorname{sen} \theta = \sqrt{\frac{kM(\rho - b)}{\omega^2 \rho^3 b}} \ , \tag{9}$$

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{\omega^2 \rho^3 b - kM(\rho - b)}{\omega^2 \rho^5 b}} \ . \tag{10}$$

Estas fórmulas dejan ver claramente que se debe tener en primer lugar:

$$\rho > b \ , \qquad \omega^2 \rho^3 b - kM\rho + kM > 0$$

Además, si en la ecuación (8) hacemos $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ se tendrá la ecuación de tercer grado:

$$\rho^3 - \frac{kM}{\omega^2 b}\rho + \frac{kM}{\omega^2} = 0 \ , \tag{11}$$

la que nos dará como raíces los valores de los radios vectores en los puntos donde la curva o curvas representadas por la ecuación cortan el eje de las X.

Hagamos:

$$-\frac{kM}{\omega^2 b} = p \ , \qquad \frac{kM}{\omega^2} = q \ . \tag{12}$$

La ecuación (11) se puede escribir sustituyendo los valores anteriores:

$$\rho^3 + p\rho + q = 0 \ . \tag{13}$$

Según el teorema de Descartes esta ecuación tendrá siempre una raíz negativa y sólo una. Ahora bien, como esta raíz es inaceptable, la realidad de las otras raíces está sujeta a la condición:

$$4p^3 + 27q^2 < 0 \ . \tag{14}$$

Pero se tiene según las igualdades (12):

$$4p^3 + 27q^2 = \left(\frac{kM}{\omega^2}\right)\left(27 - 4\frac{kM}{\omega^2 b^3}\right) .$$

Luego si hacemos $\dfrac{4kM}{\omega^2 b^3} = 27P$ la desigualdad (14) quedaría:

$$27\left(\frac{kM}{\omega^2}\right)^2 (1 - P) < 0 . \tag{15}$$

Para el caso de la tierra, si tenemos en cuenta que

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} , \qquad T = 86164 \qquad \text{y} \qquad \frac{kM}{b^2} = g_0 ,$$

aceleración de la gravedad en el polo, es fácil comprobar que $P > 1$. Luego la ecuación (13) pertenecería a la clase de las llamadas irreducibles, con una raíz negativa inadmisible, y dos soluciones reales positivas que pueden obtenerse por medio de las fórmulas conocidas del álgebra superior.

Para continuar la discusión de la expresión (8) en el caso supuesto de la tierra, o sea para P mayor que la unidad, formemos la expresión de la tangente del ángulo α que hace ON con la tangente geométrica a la curva en el punto A (figura 1). Se tiene:

$$\operatorname{tang}\alpha = \rho\frac{d\theta}{d\rho} = \frac{3kM(b - \frac{2}{3}\rho)}{2\sqrt{kM(\rho - b)[\omega^2 b\rho^3 - kM(\rho - b)]}} . \tag{16}$$

Si llamamos ρ_1 y ρ_2 las dos raíces positivas de la ecuación (11) o (13), y suponemos $\rho_2 > \rho_1$ según la teoría de las ecuaciones, se puede escribir inmediatamente el cuadro siguiente de resultados (figura 2):

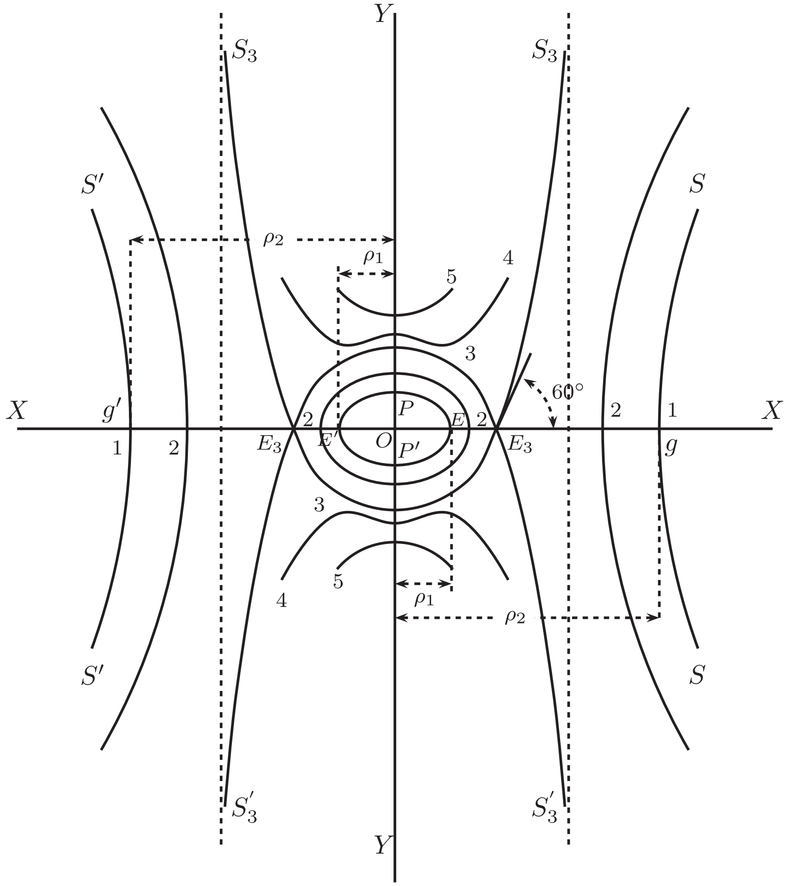


Figura 2

$o < \rho < b$ Inadmisible según las fórmulas (9)

$\rho = b$ Ecuación (11) > 0. Punto P de la curva. (OP').

$b < \rho < \rho_1$ Ecuación (11) > 0. Puntos en una de las cuatro ramas PE.

$\rho = \rho_1$ Ecuación (11) $= 0$. Punto E de la curva. ($0E'$).

$\rho_1 < \rho < \rho_2$ Ecuación (11) < 0. Inadmisible según (10). No hay curva.

$\rho = \rho_2$ Ecuación (11) $= 0$. Punto g o g'de las ramas infinitas gS.

$\rho_2 < \rho$ Ecuación (11) > 0. Puntos en estas mismas ramas infinitas.

Se desprende del cuadro anterior que para el caso de la tierra, por ejemplo, ρ estará comprendido solamente entre b y ρ_1 caso en que se obtendrá la curva cerrada $PEP'E'$, o entre ρ_2 y un valor cualquiera mayor que éste, caso en que se obtendrán las dos ramas infinitas gS. Para cualquier valor de ρ comprendido entre estos límites se tendrá un valor perfectamente determinado de θ deducido de una de las fórmulas (9) o (10). Recíprocamente, para cualquier valor del ángulo θ comprendido entre 0º y 360°, se puede deducir uno determinado de ρ por medio de la ecuación de tercer grado, que resultaría de la fórmula (8), cuyas características son idénticas a las de la ecuación (11), puesto que sus coeficientes p y q solamente quedarían divididos por un mismo número, lo cual no alteraría el sentido de la desigualdad (14).

Para el radio vector igual a la raíz superior ρ_2 el ángulo θ se hace nuevamente igual a $\dfrac{\pi}{2}$ y $\operatorname{tang}\alpha = \infty$, lo que indica que la tangente en g a la rama infinita es vertical; pero esta curva ya no es cerrada, pues su radio vector admite todos los valores posibles hasta el infinito. Se trata, por consiguiente, de una curva abierta, cuyas ramas se extienden simétricamente a un lado y otro del eje OX, pero cuya abscisa x tiene un valor límite para $\rho = \infty$ igual a $\sqrt{\dfrac{kM}{\omega^2 b}}$. Es decir, una asíntota que no está dibujada en la figura para las líneas gS. Por no ser aceptables las soluciones negativas del problema, hemos prescindido de señalar en la figura 2 estas líneas, pero se puede comprobar que ocuparían posiciones simétricas a cada curva gS con relación a su respectiva asíntota que es común.

Se puede asegurar que estas ramas gS presentan un punto de inflexión. Esto quiere decir que la curvatura de dichas ramas no estará siempre dirigida en el sentido indicado por la figura.

Si admitimos ahora que los coeficientes p y q puedan variar; es decir, si admitimos que la ecuación (11) pueda aplicarse a otras masas en rotación diferentes de la de la tierra, la constante P variará también, y sería preciso estudiar la modificación que sufrirían las curvas en consonancia con dicha variación. Se comprende que si P varía manteniéndose superior a la unidad, la disposición de las curvas sigue siendo la misma de la figura 2, aunque es de notar que para una disminución de P la curva central se dilata hasta 2, y las ramas infinitas se aproximan a 2 también.

Si suponemos que P llegue a ser igual a la unidad, la ecuación (11) o (13) presentará una raíz doble además de la negativa que es inaceptable. Sabido es también que en este caso las raíces son conmensurables, y en cuanto a la raíz doble tendrá por valor:

$$\rho_1 = \rho_2 = \frac{3}{2}\, b\ .$$

En este caso las curvas toman la posición marcada con 3 en el dibujo. Como se ve, la curva central se ha ampliado hasta unirse con las ramas laterales, las que se han aproximado hasta formar con la central una sola curva continua. En el punto de unión E_3 las tangentes son comunes y el ángulo α dado por la fórmula (16) es de 60º. Sobre las ramas E_3S_3 el radio vector puede continuar creciendo indefinidamente, como lo demuestran las fórmulas (9) y (10) aplicadas al caso. Las ramas infinitas E_3S_3 tienen una asíntota paralela al eje OY situada a la distancia $\dfrac{3}{2}b\sqrt{3}$ tomada a partir de O sobre el eje X, según se deduce de la fórmula (9).

Vale la pena observar que la condición $P = 1$ significa mecánicamente

$$\frac{kM}{\omega^2 b^3} = \frac{27}{4} = \frac{g\rho^2}{\omega^2 b^3} \ .$$

O sea: $g = 2\omega^2\rho$. Es decir, si se hubiera adoptado la verdadera fuerza centrífuga, la curva obtenida marcaría el límite a partir del cual comienza a predominar la fuerza centrífuga sobre la gravedad. Este límite ha sido llamado: *límite de Roche*[118]. En nuestro caso, dada la expresión singular admitida para dicha fuerza centrífuga, encontramos naturalmente que en este punto tal fuerza sería la mitad de la acción gravífica.

Podría suponerse, en fin, que $P < 1$, mas este caso ofrece poco interés, ya que las curvas correspondientes, señaladas en la figura con los números 4 y 5, no cortan el eje X. Las soluciones de la ecuación, desde el punto de vista de la coordenada x, serían imaginarias.

Se desprende de la discusión anterior que la expresión obtenida (7) no presenta para los casos de solución real, sino cuatro raíces aceptables desde el punto de vista de la intersección de la curva o curvas representadas por dicha expresión en el eje X. Así, pues, no hay la posibilidad señalada por el Profesor Ruiz, de seis raíces, y por tanto, no puede deducirse la existencia de curvas meridianas cerradas laterales, o dispuestas en forma tal que expliquen los famosos anillos del planeta Saturno.

Nuestra tercera objeción se refiere a las concordancias numéricas que presenta el Profesor Ruiz Wilches al final de su escrito, como comprobación de su teoría. No nos parece, en efecto, que la fórmula que él somete al cálculo tenga el alcance que él le atribuye, ni que los resultados numéricos sean tan convincentes como él lo piensa.

La expresión comprobada numéricamente por el Profesor Ruiz es la misma (11) de este escrito, más en lugar de resolverla directamente, una vez sustituidas las constantes correspondientes, despeja de ella el valor de b radio polar, y supone

[118] Véanse las obras citadas de Tisserand, Roche y Poincaré.

conocido el radio ecuatorial a el que toma igual numéricamente al del *elipsoide de Clarke* (1880). Así obtiene:

$$b = \frac{a}{1 + \dfrac{\omega^2 a^3}{kM}} \ . \tag{17}$$

Mas para resolver esta expresión numéricamente caben dos alternativas: o determinamos a kM a partir del dato experimental de g e el ecuador, o lo determinamos a partir del valor de g_0 obtenido para el polo por medio de la *fórmula de Helmert*. En el primer caso se tendrían para la expresión b

$$b = \frac{a}{1 + \dfrac{4\pi^2 a}{gT^2}} \tag{18}$$

y en el segundo:

$$b = \frac{a}{1 + \dfrac{4\pi^2 a^3}{g_0 T^2 b^2}} \ . \tag{19}$$

Se comprende que no es indiferente el empleo de cualquiera de las fórmulas anteriores para la determinación de b; porque la (18) corresponde a la hipótesis de radio ecuatorial a conocido, y valor de g elegido en concordancia por la igualdad: $kM = a^2 g$. Mientras que la (19) ha sido deducida suponiendo conocido el radio polar b, y el de g_0 de acuerdo por la igualdad correspondiente: $kM = g_0 b^2$. Además, como b sigue figurando en el denominador, en rigor habría que determinarlo por medio de una ecuación de segundo grado.

El resumen de nuestros cálculos con ambas fórmulas sería el siguiente:

Fórmula (18):

Valor de b en el elipsoide de Clarke:	6356515 metros
Valor de b en el elipsoide de la fórmula haciendo en ella $g = 9,848$ y $a = 6378249$ (Clarke):	6356358 metros
Diferencia:	157 metros

O sea, un resultado casi igual al del doctor Ruiz pero con la condición de corregir el g ecuatorial con una fuerza centrífuga doble de la ordinaria. Nótese que el valor introducido es superior al g polar, el cual tendría que ser modificado en consecuencia.

Fórmula (19):

Valor de a en el elipsoide de Clarke:	6378249 metros
Valor de a deducido de la fórmula (raíz de la ecuación (11))haciendo en ella $g_0 = 9,832$ y b igual al radio polar del elipsoide de Clarke: 6356515	6378596 metros
Diferencia:	347 metros

Se deduce de los cálculos anteriores que la expresión encontrada no representa de ninguna manera, con la exactitud que supone el Profesor Ruiz, el elipsoide de Clarke, ni ningún otro; porque si partimos del radio ecuatorial correspondiente, obtenemos un radio polar más corto; y si, recíprocamente, partimos del radio polar de Clarke, y del g_0 polar correspondiente, llegamos a un valor del radio ecuatorial exagerado, el cual no es otra cosa que la menor raíz positiva de la ecuación (11), la que hemos designado en la discusión anterior con el símbolo: ρ_1.

Para disminuir la mayor discrepancia que representa la fórmula (19), quedaría el recurso de darle más crédito al g ecuatorial antes empleado y modificar en consecuencia el g_0 polar, a fin de conservar constante el factor kM. Creemos que así ha procedido el doctor Ruiz, basado en el hecho de que nadie ha medido el g_0 polar directamente, y de que no sería lógico suponer dicho factor kM variable, ya que la masa de la tierra, por grande que ella sea, y difícil de medir, no es una magnitud elástica. Sin embargo, habría que prescindir de la fórmula de Helmert tan laboriosamente establecida.[119] Dejando de lado estas comprobaciones numéricas, y aun admitiendo que ellas pudieran ser mayores, creemos en fin que la expresión tan discutida tampoco tiene el alcance que se le atribuye en la 2ª de las conclusiones o razones justificadas de su cálculo dadas por el Profesor Ruiz. La expresión (7) u (8) no representa en efecto la forma del geoide, ni el profesor lo demuestra, puesto que sólo establece algunas concordancias con el elipsoide de Clarke o con el Hayford, pero él mismo lo sabe mejor que nadie, que ninguno de estos elipsoides es el geoide propiamente dicho, cuya superficie definida por modo empírico, es imposible representar por medio de una expresión matemática explícita. Y decimos explícita, porque, en rigor, la expresión (3) lo representaría; más, en la práctica, esta expresión no ha podido hacerse explícita.

La razón del remoto parentesco que se nota con los elipsoides de referencia, reside en el hecho de que la expresión (8) en cuestión, puede asimilarse a un elipsoide si despreciamos ciertas magnitudes relativamente pequeñas. En efecto:

[119] Véase Helmert (1843-1917). *Géodésie superieure*. Tome II. c.1880

ya hemos visto cómo en la curva central, ρ varía entre el radio polar b de 6356515 metros, y la raíz positiva menor ρ_1 o radio ecuatorial de 6378596 metros. Si llamamos d la diferencia variable entre el radio vector en un punto cualquiera de la curva y el radio polar, se tiene evidentemente: $\rho = b + d$. Ahora bien: la ecuación (8) se puede escribir (cambiando a θ por φ, ángulo con el eje OX):

$$\omega^2 \cos^2 \varphi = \frac{kM}{b} \frac{(\rho - b)}{\rho^3} = \frac{kM}{b^4} d \left(1 + \frac{d}{b}\right)^{-3} .$$

Pero si desarrollamos $\left(1 + \frac{d}{b}\right)^{-3}$ limitándonos a los términos de primer grado en $\frac{d}{b}$ se obtiene: $\left(1 - 3\frac{d}{b}\right)$, y por tanto:

$$\omega^2 \cos^2 \varphi = \frac{kM}{b^3} \left(\frac{d}{b} - 3\frac{d^2}{b^2}\right) .$$

Dentro del orden de aproximación que nos hemos impuesto despreciemos a $(d/b)^2$). Se tiene entonces:

$$\omega^2 \cos^2 \varphi = \frac{kM}{b^4} d .$$

De donde:

$$\frac{d}{b} = \frac{\omega^2 b^3}{kM} \cos^2 \varphi .$$

Reemplazando este valor en la igualdad establecida antes para ρ podemos escribir la siguiente ecuación aproximada del meridiano:

$$\rho = b \left(1 + \frac{\omega^2 b^3}{kM} \cos^2 \varphi\right) . \tag{20}$$

Es sabido, por otra parte, que la ecuación de la elipse se puede escribir también, si despreciamos las potencias superiores de la excentricidad e:

$$\rho = b \left(1 + \frac{e^2}{2} \cos^2 \varphi\right) , \tag{21}$$

en la que e es la excentricidad $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$. Luego la ecuación aproximada del meridiano obtenida se puede asimilar a una elipse cuya excentricidad será:

$$e = \left(\frac{2\omega^2 b^3}{kM}\right)^{I/2} = \sqrt{\frac{8\pi^2 b}{g_0 T^2}} . \tag{22}$$

Ahora bien, esta excentricidad es apropiadamente igual a la del elipsoide de Clarke. Para éste se obtiene en efecto,

$$e = 0,082438$$

y para el elipsoide deducido de la curva propuesta:

$$e = 0,082919 \ .$$

Esta es, pues, la razón del parentesco próximo o remoto que se nota entre ambas curvas.

Si hubiéramos dejado indeterminada la expresión o ley de la fuerza centrífuga, el mismo cálculo anterior nos habrá llevado a la siguiente ecuación:

$$\rho = b\left(1 + \frac{F}{2kM}b^2\cos\varphi\right) \ .$$

en que F es la fuerza centrífuga.

A partir de esta ecuación el problema sería entonces buscar una ley para F fuerza centrífuga, tal que se tenga:

$$\frac{Fb^2}{2kM} = \frac{e^2}{2}\cos\varphi \ ,$$

en que e es la excentricidad del elipsoide de Clarke o de cualquier otro.

La fuerza centrífuga ad hoc, debería ser:

$$F = e^2\frac{kM}{b^2}\cos\varphi \ .$$

Efectuando este cálculo en el cual hemos despreciado las potencias superiores de la relación $\dfrac{d}{b}$ y a esta misma cantidad enfrente de la unidad, se llega a la conclusión de que la fuerza centrífuga escogida por el Profesor Ruiz es demasiado fuerte. No debería haber tomado 2 como coeficiente de $\omega^2 x$ sino 1,9768 (siempre que la aceleración de la gravedad en el polo sea la de Helmert).

La afinidad de esta curva, no ya con el elipsoide de Clarke, por las razones vistas, sino con el llamado esferoide de Laplace deducido en su teoría de la forma de los planetas, explica el hallazgo de la relación

$$c = \frac{Fe}{k} \ ,$$

en la que Fe = fuerza centrífuga ecuatorial y g aceleración en el ecuador, y si se admite que a es igual a b próximamente. Escrita así tal relación traduce simplemente un conocido teorema demostrado por Tisserand en su *Mecánica Celeste*, Tomo II, pág. 90, el cual se enuncia así:

"El aplanamiento de la superficie de una masa fluida homogénea e incompresible, que ha alcanzado como forma de equilibrio la de un elipsoide de revolución de aplanamiento muy pequeño, es sensiblemente igual a los 5/4 de la relación entre la fuerza centrífuga ecuatorial y la pesantez correspondiente".

En el caso presente, dado que no se ha admitido la fuerza centrífuga corriente, se obtiene que el aplanamiento sería igual exactamente a dicha relación. La diferencia es desde luego relativamente pequeña, o sea, lo que va de 1 a 1,25.

Para terminar podemos resumir las objeciones anteriores de la manera siguiente:

1) No nos parece posible aplicar a la difícil cuestión de investigar la forma del globo terrestre, el mismo criterio o procedimiento aplicado por Laplace, Roche o Poincaré, a la determinación de las superficies de nivel en el equilibrio de una masa gaseosa, compuesta por una condensación central esférica, y una atmósfera muy tenue en su derredor, cuya acción gravífica pudiera despreciarse.

2) La expresión de la fuerza centrífuga empleada en el planteo de las ecuaciones, es inadmisible si se pretende, como lo afirma el Profesor Ruiz, resolver la cuestión sin salirse de la Mecánica clásica.

3) La discusión de la expresión matemática obtenida debe realizarse en el sentido de rechazar las soluciones extrañas al problema, y por tanto inadmisibles. Como lo hemos demostrado, las soluciones no son más de cuatro, dos a dos iguales en coordenadas rectangulares, y en los casos que tales soluciones existen o son reales. Los anillos de Saturno no resultan de esta discusión.

4) La expresión obtenida se reduce en primera aproximación a una elipse, que difiere poco del elipsoide de Clarke, debido a la introducción de dicha inusitada fuerza centrífuga. Sin embargo, las concordancias anotadas son exageradas, según nuestros cálculos si se adopta el g_0 polar. De otro modo habría que prescindir de la fórmula de Helmert. La similitud de la curva también con el esferoide de Laplace, deducido a partir de la fuerza centrífuga corriente, explica la expresión del aplanamiento encontrada, conforme a un teorema ya conocido de la Mecánica Celeste.

5) Finalmente, aunque las concordancias fueran aún más rigurosas, no sería el caso de asegurar que se ha encontrado la expresión matemática del geoide, o superficie matemática de la tierra, pues dicha superficie no es identificable con la de un elipsoide, ya que unas veces pasa por debajo y otras por encima de las superficies elipsoidales que se han elegido como referencia. La superficie del geoide resulta, pues, ligeramente ondulada respecto de aquellas superficies de referencia, y no parece posible por lo tanto, expresarla o representarla con una expresión matemática extrínseca. Pasamos por lo alto las dificultades que tendría en la práctica una comprobación de ésta o de cualquiera otra expresión matemática con el propio geoide.

La experiencia de Fizeau y la explicación de Garavito[120]

La óptica astronómica debe establecerse desligada de las teorías hipotéticas de la física, que no son sino teorías provisionales.

JULIO GARAVITO

(Óptica astronómica. Teoría de la refracción y de la aberración anual).

Los escritos de vulgarización científica tienen un inconveniente: nos convencen de que entendemos cuando nos estamos formando una idea bastante falsa de la teoría por vulgarizar. Y si esto mismo se puede decir tratándose de escritos sobre teorías físicas precisas y bien establecidas, con mayor razón cuando sea el caso de exponer así, al alcance de todos, teorías todavía en plena evolución, como las que tengan que ver con las modernas sobre la relatividad, que consideran el universo nada menos que tetradimensional. Habría que sugerir al lector la noción de un universo de cuatro dimensiones, prescindiendo de los principios geométricos más indispensables, como el número de dimensiones de un continuo, el grado de una ecuación entre las variables coordenadas, etc.

No obstante, el lector entenderá fácilmente que hay dos hechos experimentales cuya interpretación constituyó por algún tiempo lo que Garavito llamó "la paradoja de la óptica matemática"; que el desvanecimiento de esa paradoja por medio de las modernas teorías de Einstein, es uno de los títulos a la existencia de la famosa teoría de la relatividad, y finalmente, que Garavito publicó en 1916 un folleto con interesante título: «La paradoja de la óptica matemática. Teoría de la aberración astronómica y de la refracción simple de acuerdo con la mecánica clásica». Subrayamos, porque la teoría de la relatividad al explicar dicha paradoja prescinde no sólo de la mecánica clásica sino de muchas nociones que parecían ya definitivamente adquiridas.

[120]Publicado en la revista Santafé y Bogotá, 1923 Año I, No.5, pp. 324-332.

Moviéndose la tierra respecto del sol con una velocidad de 30 kilómetros por segundo, se creía que los instrumentos de óptica utilizados revelarían la existencia de un verdadero huracán de éter. Las célebres experiencias de Michelson y Morley (1887), de Trouton y Noble (1903), etc., a pesar de ser todo lo suficientemente precisas, dieron un resultado negativo respecto de los fenómenos que se anunciaban como consecuencia, de dicho movimiento. Los fenómenos ópticos y electromagnéticos se producían, pues, como sí la tierra estuviese inmóvil.

Este es el primero de los dos hechos experimentales atrás indicados, conforme al cual sería necesario concluir que el éter es arrastrado totalmente por la materia en movimiento. Garavito acepta sin vacilación la consecuencia anterior. "Admitimos a priori, dice, el arrastre total del éter sin estar al corriente de la experiencia de Michelson, porque sabíamos que el aire es dieléctrico y la existencia del dieléctrico no se puede imaginar sino con el arrastre total dej éter"[121].

La segunda experiencia es la de Fizeau (1851), que comprobaba la teoría de Fresnel, quien deducía el fenómeno de la aberración, por la aplicación de la teoría mecánica de la luz, que el éter era arrastrado sólo parcialmente por la materia en movimiento.

Según la experiencia de Michelson había que creer en el arrastre total. Según la experiencia de Fizeau y de acuerdo con la teoría de Fresnel, el arrastre era parcial. Tal es la contradicción que llama Garavito la paradoja de la óptica.

Ahora bien, ocurre inmediatamente preguntar: ¿Es verdad que Garavito explicó tal contradicción sin recurrir a hipótesis extrañas y manteniéndose dentro de los límites de la mecánica clásica? Y si esto es así, ¿no es de inmensa trascendencia para el mundo científico la divulgación de las teorías estas mismas teorías cuando, olvidados los humildes folletos en donde corren publicadas, sea labor de eruditos cobrar para Colombia el honor de haber sido descubiertas antes que nadie por uno de sus hijos?

Desgraciadamente nuestros conocimientos son insuficientes para prever el fallo que hable de los trabajos de Garavito, y si podemos presentir la importancia que tendría una teoría concluyente al respecto, no podríamos, lo mismo, alcanzar a distinguir las conexiones que pudiera tener este o aquel modo de ver la realidad en la trama tupidísima de la ciencia actual. Es cierto que la física reciente ha sido violentamente impugnada, pero también lo es que la verdad no aparece súbitamente sino por modo gradual, pues los nuevos puntos de vista necesarios para un paisaje más general del universo pueden parecer extraños al principio, porque demandan a nuestro entendimiento un proceso lento de acomodación.

[121] Julio Garavito A., La paradoja de la óptica matemática. Imprenta Nacional, Bogotá, 1916.

La experiencia de Fizeau es la verificación experimental del siguiente problema: Se sabe que la luz se propaga en el agua con una cierta velocidad igual, según el principio de la relatividad, ya sea que el agua esté en reposo o ya en movimiento respecto de otros cuerpos. Si hacemos mover rápidamente este líquido en el interior de un tubo, y enviamos un rayo luminoso en la dirección de la corriente y por el seno mismo del líquido, ¿qué velocidad tendrá dicho rayo luminoso respecto de las paredes del tubo?

Un estudiante de primer año de mecánica elemental que estuviera presenciando el experimento le hubiera advertido a Fizeau: si la luz desciende la corriente, se propaga en relación conmigo, que estoy inmóvil junto a las paredes del tubo, con una velocidad igual a la suma de la velocidad de la luz respecto del agua más la del agua respecto del tubo; e igual a la diferencia entre éstas mismas velocidades, si el rayo luminoso asciende la corriente.

Las fórmulas matemáticas nos evitan muchas palabras. En lugar de escribir como se acaba de decir: La velocidad del rayo luminoso respecto del tubo es igual a la velocidad respecto del agua más la velocidad del agua respecto de las paredes del tubo. Se pondría, llamando V la velocidad de la luz con relación al tubo $V = a + v$, en que a es la velocidad en el agua, y v la velocidad del agua.

La explicación es, como se ve, muy sencilla, pero, una vez verificada la experiencia, nuestro estudiante se encontraría perplejo al ver que a la igualdad arriba expresada habría que disminuir tina cierta cantidad $\frac{V}{n^2}$, en que representa el índice de refracción del líquido; debiéndose escribir para encontrar la velocidad del agua con relación a las paredes del tubo, no ya $V = a + v$, sino

$$V = a + v - \frac{V}{n^2}.$$

Y todavía de modo general, cuando la luz se propaga al través de un cuerpo transparente en movimiento, la velocidad de la luz no es de ninguna manera la que se obtendría componiendo, conforme a la antigua cinemática, la velocidad de las ondas respecto del cuerpo y la velocidad del cuerpo con relación al observador, sino una velocidad algo menor.

Fizeau, según Fresnel, explicaría, no obstante, que lo sucedido se debía atribuir a que el medio en que se propaga la luz era arrastrado parcialmente, siendo precisamente v/n2 el deslizamiento producido sobre el arrastre total. No hay por consiguiente arrastre total de las ondas, sino un arrastre parcial. ¿Por qué motivo había que deslizarse el éter en la cantidad $\frac{v}{n^2}$? Y más adelante agrega: "Hemos logrado recientemente demostrar de manera rigurosa que tal experiencia, al interpretarla con la teoría mecánica de la refracción de la luz en el caso de dos medios diáfanos en movimiento relativo, no confirma la hipótesis de Fresnel respecto del arrastre parcial del éter por la materia, sino todo lo contrario".

Garavito reduce, como se acaba de leer, el hecho observado en la experiencia de Fizeau al fenómeno de la aberración descubierto en 1727 por Bradley, y el cual se explica, muy simplemente, sin necesidad de hipótesis respecto de la naturaleza de la luz por la composición cinemática de las velocidades. Recordemos en pocas palabras en qué consiste este fenómeno.

Si dirigimos un anteojo hacia un astro cualquiera, observamos la imagen de éste en el plano focal del anteojo; no obstante, como la velocidad de la luz no es infinita y como la tierra se mueve con relación al astro, la imagen observada y el astro mismo no están en la dirección del eje óptico del instrumento: el ángulo entre la posición real del astro y su imagen en el anteojo es precisamente lo que se llama la aberración astronómica. Así, pues, refiriéndonos a la experiencia de Fizeau, el rayo luminoso antes de penetrar en el agua en movimiento, incide afectado de la aberración bradleriana; es decir, según la dirección de la velocidad relativa, con lo cual no varía el índice de refracción[122], pero la dirección del rayo refractado se encuentra desviada respecto de la dirección que tendría si el agua estuviese en reposo, precisamente en la cantidad $\frac{v}{n^2}$ que Fresnel atribuía al deslizamiento parcial del éter.

Era necesario, por consiguiente, prescindir del principio de la relatividad. La velocidad de la luz no es la misma si el agua está en movimiento que si está en reposo. La velocidad de la luz debería ser corregida de aberración antes de ser sumada a la velocidad del líquido; es decir, el razonamiento de nuestro estudiante seguiría siendo el mismo, sólo que la velocidad de la luz respecto del agua no sería a, sino esta misma cantidad corregida de aberración, lo que nos daría a-$\frac{V}{n^2}$, con lo cual continuaría siendo exacta la antigua regla para la composición de las velocidades.

Total es, pues, el arrastre según Garavito, en el caso de la experiencia de Fizeau, y total, también, como se ha dicho, en la experiencia de Michelson. Quedaba así disuelta la paradoja de la óptica.

Hasta aquí la explicación del matemático colombiano. Si un relativista hubiera estado observando la misma experiencia, sus indicaciones habrían sido bien distintas.

Supongamos que el líquido en movimiento sea accesible a un ser capaz de medir la velocidad de la luz, accesible a un físico, que designaremos con el nombre de observador interior. Para ese ser, que supondremos participará del movimiento del agua, ésta estará en reposo. Podrá, pues, estudiar experimentalmente la velocidad de propagación de la luz, tomando como punto inicial de referencia cualquiera del líquido, fijo para él, no hay que olvidarlo; por ejemplo, un punto que coincida con el eje del tubo.

---

[122]Ibidem.

Situado en el punto elegido, lanzaría un rayo luminoso, anotando en su reloj el instante de partida. En seguida, con este mismo reloj, anotaría igualmente el instante de la llegada de dicho rayo a otro punto cualquiera tomado como el anterior según el mismo eje del tubo, en la misma dirección del movimiento y fijo para él. Mediría luego la distancia los dos puntos distancia que designaremos con la x, y dividiendo esta distancia con la diferencia t entre los instantes de tiempo anotados, obtendría el recorrido de la luz en la unidad de tiempo, o sea, la velocidad a de propagación en el seno del líquido. Se tendría, pues,

$$a = xt.$$

Veamos ahora como mediría un observador exterior al tubo la velocidad de este mismo rayo luminoso.

Supongamos que la posición ocupada por el observador interior en el momento de la partida del rayo luminoso marcada sobre las paredes del tubo por el observador exterior, quien, con habilidad prodigiosa, pondría al mismo tiempo su reloj con el del observador interior. Inmediatamente después marcaría también en las paredes del tubo la posición del segundo punto de referencia, en el momento de la llegada del rayo luminoso, registrando igualmente el instante correspondiente en su reloj; y digamos de paso que, siendo relativista convencido, no se admiraría al observar que su reloj adelantaba sobre el del observador interior, a pesar de haber sido puestos rigurosamente de acuerdo. Mediría en seguida la distancia sobre el tubo, entre las dos marcas, distancia que llamará x, y dividiendo por t encontraría, como en el caso anterior, la velocidad v de la luz con respecto a las paredes del tubo, así: $V = \frac{x}{t}$. El observador interior obtuvo $\frac{x'}{t'} = a$. El observador exterior obtuvo $\frac{x}{t} = V$.

Pero entre la distancia x' medida por el observador interior y la distancia x medida por el observador exterior sobre las paredes del tubo, así como entre los tiempos t' y t, se puede establecer una relación. Y aquí es donde existe la discrepancia entre los relativistas y los partidarios de la mecánica clásica.

El mismo estudiante de mecánica elemental sostendría, ante todo, que el tiempo es el mismo para ambos observadores; es decir, $t' = t$. No hay por qué varíe el tiempo de un sistema a otro en movimiento relativo, diría. Además, sabiendo que el observador interior recorre v metros en la unidad de tiempo, en los t segundos de tiempo registrados por el observador exterior recorrerá vt metros; por tanto, si de la distancia x, medida sobre el tubo por este mismo observador se deducen los vt metros, obtenemos la distancia x' medida por el observador interior. Lo dicho se reduce a escribir

$$t' = t; \; x' = x - vt.$$

Los observadores relativistas dirían, en cambio, que todo sucede como si las distancias sufrieran una contracción en el sentido del movimiento; así la distancia x marcada en el tubo es algo menor que la verdadera, siendo, por consiguiente, la diferencia $x - vt$ menor que la verdadera también. Habría que escribir, pues, no ya

$$x' = x - vt \qquad \text{sino} \qquad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad \text{(I)}$$

en que c es la velocidad de la luz. Respecto del tiempo, advertiría que en manera alguna es constante. Recuérdese que el reloj del observador exterior adelantaba sobre el del observador interior. Aquí también habría que poner, para decir verdad, en lugar de

$$t' = t \qquad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad \text{(II)}$$

Ahora bien, si en lugar de x y t' en la igualdad $x/t = a$, reemplazamos los valores indicados (I) y (II), obtendremos la nueva ley de composición de las velocidades, que no sería como se había indicado

$$V = a + v \qquad \text{sino} \qquad V = \frac{a + v}{1 - v\frac{V^2}{c^2}}$$

o sea, aproximadamente

$$V = a + v - \frac{v}{n^2}$$

teniendo en cuenta que $n = \frac{c}{a}$ es decir, el resultado comprobado por la experiencia de Fizeau.

El conjunto de razonamientos aplicado por nuestro estudiante forma lo que se llama en matemáticas un grupo. Es el grupo de Galileo.

El conjunto de razonamientos aplicados por los observadores relativistas constituye el grupo de Lorentz. Es de advertir que este grupo se reduce al primero para una velocidad infinita de la luz. Pero, como se ve, el grupo de Lorentz causa la modificación profunda de nuestros conceptos más arraigados sobre el tiempo y el espacio. Cada medida es hecha, respecto del sistema de referencia elegido, con un tiempo y un espacio propios del sistema, y no es posible pasar, por lo tanto, de las medidas hechas en un sistema a las mismas medidas hechas desde otro, sin tener en cuenta el carácter relativo al sistema, de estos conceptos de espacio y tiempo.

Por otra parte, la explicación por la nueva cinemática salva el principio de la relatividad. En efecto, la velocidad de la luz será siempre la misma, cualquiera que sea el observador elegido.

Hemos tratado de transcribir una después de otra la explicación de Garavito y la que se obtiene por las teorías recientes de la relatividad. Sería interesante un estudio hondamente comparativo. ¿Salva la explicación del matemático colombiano el principio de la relatividad? Parece ser esta toda la diferencia con la segunda explicación, y en caso de que así sea ¿vale la pena la demolición de toda la astronomía y la mecánica para guardar tal principio? Todo parece significar que el hombre tendrá que renunciar algún día al deseo de penetrar la esencia del fenómeno. Las concepciones más diversas aparecen, cuando son desmenuzadas por un análisis riguroso, como equivalentes desde el punto de vista de la descripción del hecho. Así que entre varias teorías sólo nos puede guiar, al elegir entre todas, un criterio de comodidad y, sobre todo, de síntesis; es decir, que, entre dos teorías igualmente viables, será digna de preferente atención aquella que ofrezca a la inteligencia un aspecto más general del universo.

ESCRITOS DE INGENIERÍA

Nota preliminar

Se reúnen en esta sección escritos seleccionados del profesor Carrizosa referentes al tema que ocupó la mayor parte de su actividad: la enseñanza y la investigación de la Mecánica Aplicada y de la Resistencia de Materiales. Don Julio gustaba recordar a sus alumnos que la Ingeniería es un gran curso de Física. Las leyes físicas aplicadas a resolver los problemas del hombre y de su entorno. En sus cincuenta años de dedicación al profesorado en la Universidad Nacional, la Pontificia Universidad Javeriana y la Universidad de Santo Tomás, dictó las cátedras relacionadas con la Mecánica, capítulo inicial y básico del estudio de la Física.

A mediados del siglo pasado la carrera de ingeniería se cursaba en seis años. En la Universidad Nacional en el primer año se repasaban las enseñanzas básicas del bachillerato que se utilizarían en la carrera de la ingeniería y se adquiría la técnica del dibujo lineal, una forma de expresión de su profesión. Se repasaba la Física, especialmente la Mecánica y las matemáticas elementales. En el segundo y tercer año se completaban los conocimientos matemáticos con la trigonometría plana y esférica, la geometría descriptiva y el cálculo diferencial e integral. Se obtenían así las bases suficientes del lenguaje matemático para un curso de física general y luego comenzaba el gran curso de física aplicada de que hablaba don Julio: La Mecánica, la Resistencia de Materiales, que en su segundo año se dedicaba al estudio de la mecánica de las estructuras hiperestáticas, la Hidráulica, la Termodinámica y la Electrotecnia. Todo un curso de Física aplicada que se complementaba con Astronomía y Geodesia, Estadística y contabilidad de costos y Economía Política. No existían entonces otras carreras de la ingeniería diferentes a la civil Las ingenierías mecánica y eléctrica, y la carrera de Administración, se iniciaron en las Universidades unos diez años después. Y de las facultades de ingeniería civil de Bogotá, Medellín y Popayán salían los ingenieros civiles que dirigían todas las obras públicas, construían los edificios y gerenciaban las principales empresas del país.

Don Julio dictaba entonces el curso de Mecánica Aplicada que había reemplazado el de Mecánica Racional. Las diferencias entre los dos cursos las aclara magistralmente en una larga carta que, siendo Rector de la Universidad Nacional en 1943, dirigió al Decano de la Facultad de Ingeniería de la que merece transcribirse algunos párrafos: “Entiendo que se ha pensado en variar nuevamente el nombre de este curso restableciendo su antigua denominación de Mecánica Racional en lugar de Mecánica Aplicada. Aunque un cambio de nombre no significa gran cosa, creo que en este caso vale la pena considerarlo, porque hay quizás una idea equivocada sobre la naturaleza del curso que hoy se dicta en relación con la antigua asignatura que se desea restablecer. Mecánica Racional, es pues, todo estudio teórico de la Mecánica sin que el nombre racional signifique el estudio profundizado de estas cuestiones. Por consiguiente todo estudio que se emprenda en la Facultad comprende a una parte que es la Mecánica Teórica o Racional, y otra parte que es la Mecánica Aplicada. Es pues un error designar este curso que consta de ambas partes con el nombre que se le debe asignar a una de ellas. De aquí que el nombre actual es también defectuoso aunque es menos que el anterior, ya que este último no sugerirá el que la Facultad se limite a una enseñanza teórica de materia tan importante. Una segunda razón para la actividad que se manifiesta por científicos e ingenieros por la Mecánica Aplicada, reside en el hecho de que los principios de la Mecánica que aprendemos en nuestros textos son aplicados a la materia en globo, la cual en esta forma se muestra simplificada con respecto a sus propiedades.- Por ejemplo: Hay un grande y magnífico desarrollo de la dinámica de los cuerpos rígidos, pero es un hecho que la mayor parte de los hechos de importancia práctica comprenden cuerpos que no pueden considerarse como rígidos.- Similarmente la Mecánica Clásica se refiere a cuerpos que no son rígidos, sino elásticos, pero los considera perfectamente elásticos, obedientes a la ley de Hook, y es un hecho que esto no es sino una idealización también de la materia considerada en su conjunto, puesto que muy frecuentemente tenemos que ver con objetos que son deformables o cuyas características físicas cambian durante el proceso que se estudia. Como resultado de estas dificultades se presenta en la Mecánica Aplicada la necesidad de emplear ramas de las matemáticas que no tienen aplicación en la Mecánica Racional, donde las ecuaciones diferenciales son suficientes para describir el pasado y el futuro de un sistema. Así es que en el campo de la Mecánica Aplicada, algunos problemas pueden resolverse por medio de ecuaciones diferenciales, otros por ecuaciones de diferencias, y otros por el cálculo de variaciones, otros por métodos estadísticos y una gran variedad de problemas, solo puede manejarse empleando ecuaciones integrales que toman en consideración no solo las condiciones iniciales, sino la historia de los procesos. Se ve por las palabras anteriores como es de errónea la creencia de que el solo estudio de la Mecánica Racional capacita al ingeniero para moverse en la compleja maraña de las aplicaciones.”

En el campo de la Mecánica el profesor Carrizosa publicó en 1954, como contribución a una mesa redonda universitaria, el estudio ”Vida vicisitudinaria de los conceptos de Masa y Fuerza en el desarrollo de la Mecánica[123]" y, en 1946, en la revista *Ingeniería y Arquitectura* tres artículos sobre la fuerza centrífuga para aclarar este concepto en el desarrollo de una polémica sobre algunas publicaciones de eminentes colegas.

Con el nombre de "Resistencia de Materiales" agruparon los tratadistas franceses el estudio, a nivel de ingeniería, de los problemas de estabilidad de las construcciones, es decir, la determinación de las fuerzas o cargas y de los esfuerzos y deformaciones que se producen en las estructuras y de la resistencia de los diferentes materiales a esas tensiones y deformaciones. El primer tomo de su texto para la enseñanza de esta materia en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional lo publicó el profesor Carrizosa en 1935. Como puede verse en la Introducción de esta obra, que hemos incluido, la exposición buscaba apartase de los métodos semiempíricos y tratar de "mostrar claramente el fundamento de las fórmulas deducidas, poniendo de relieve las hipótesis más o menos exactas que le sirven de apoyo y sus vinculaciones con las teorías generales de las cuales podrían derivarse o comprobarse en ciertos casos particulares." Dividido el texto en tres partes: la Primera trata sobre los principios fundamentales, la Segunda Parte sobre la aplicación de estos principios a las vigas prismáticas y la Tercera Parte de la aplicación de la teoría a la resolución de los principales problemas que contempla el ingeniero en la práctica. El texto está complementado con un capítulo de ejercicios, cuya resolución, dice don Julio, "aclarará la teoría y educará el criterio del estudiante para la apreciación de la exactitud obtenida, la elección de coeficientes, etc. Naturalmente el profesor debe dirigir al alumno en la resolución de estos problemas a fin de transmitirle su experiencia y buen juicio; porque en la Resistencia de Materiales, como en todas las aplicaciones de la técnica, según lo advierte Föppl[124] (1854-1924), se trata más a menudo de apreciar justamente que de calcular".

El tomo II lo publicó don Julio en 1940. Está dedicado al estudio de los sistemas hiperestáticos y, en sus últimos capítulos, a exponer algunas teorías básicas complementarias de lo expuesto en el tomo I. La Primera Parte trata de las vigas empotradas y continuas y de los arcos; la Segunda expone los métodos generales para investigar los esfuerzos en estructuras hiperestáticas y la Tercera sobre algunos métodos especiales aplicables a estos mismos sistemas. La Cuarta parte expone algunas teorías complementarias entre las cuales trata de la fotoelasticimetría y del empuje de tierras en los muros de sostenimiento.

En la imposibilidad práctica de reproducir los dos tomos de lo que constituyó su obra principal, de los cuales el tomo I tiene 241 páginas y el tomo II 424 páginas, se incluyen en este volumen algunos artículos que sobre estos mismos

[123] Reproducido en este libro

[124] Se refiere a August Föppl, profesor alemán experto en Mecánita Técnica y Estadística Gráfica

asuntos publicó el profesor Carrizosa en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias* y en la revista *Ingeniería y Arquitectura*. Son estos: "Una opinión sobre la enseñanza de la Resistencia de materiales", "El proceso de la rotura en los materiales de construcción", "El empleo del método de Cross en los entramados de varios pisos sometidos a fuerzas laterales"[125]; "Método de los ángulos de deformación en la resolución de estructuras indeterminadas" y, "Deducción de las fórmulas de Kriso y Baes para el cálculo de las Vigas Vierendeel por medio de las relaciones de deformación de Bresse".

En el artículo sobre la enseñanza de la resistencia de materiales explica y defiende su tesis sobre la enseñanza de esta materia: mantenerla desde el punto de vista de la metodología expositiva firmemente vinculada a los fundamentos de la teoría elástica y no llevar la simplificación de la exposición hasta el grado de darle al estudiante una sensación de sencillez y precisión que no tiene en la realidad la materia estudiada.

Sobre el proceso de la rotura en los materiales de construcción publicó un estudio en 1967 en la revista de la Academia. Se analizan en este las definiciones de la rotura a nivel molecular, las diversas hipótesis sobre las causas de la rotura y los varios criterios para la elección de los coeficientes de trabajo.

En 1944 publicó, en la revista *Ingeniería y Arquitectura*, un artículo sobre la aplicación del método de Cross a entramados con fuerzas laterales. El método de Cross, o método de la distribución de los momentos, desarrollado por el ingeniero Hardy Cross en la Universidad de Harvard, y publicado en 1932, fue el método utilizado por todos los ingenieros estructurales para el cálculo de estructuras, con la regla de cálculo, hasta que el desarrollo de los computadores permitió la aplicación práctica de otros métodos. Ya don Julio lo había expuesto en el tomo II de su "Resistencia de materiales" en donde dice, al tratar de los métodos aproximados para el cálculo de estructuras hiperestáticas: "Hay también otros métodos, casi en su totalidad derivados de un procedimiento ideado por Hardy Cross (1885 - 1959) los cuales permiten efectuar los cálculos por aproximaciones sucesivas. No puede decirse que tales métodos sean simplemente aproximados, pues al efectuar los cálculos por aproximaciones sucesivas se puede alcanzar el grado de exactitud que sea necesario. En el método de Cross en particular, no se deprecia ningún factor de importancia, ni se introduce tampoco ninguna hipótesis restrictiva de la exactitud en el planteo de las ecuaciones.

El estudio, también publicado en la revista de la Academia en 1945, sobre la deducción de las fórmulas para el cálculo de las vigas Vierendeel (1852 - 1940), se refiere a armaduras sin diagonales en los recuadros estudiadas por el profesor Vierendeel de la Universidad de Lovaina, que se estaban utilizando para puentes y cubiertas de importancia. Escribe el profesor Carrizosa: "Las

[125]Ingeniería y Arquitectura 1944, Vol 57, No 18.

ecuaciones elásticas de la viga Vierendeel que conducen al cálculo más sencillo de esta clase de estructuras, fueron estudiadas por Kriso para ciertos casos particulares. Estas mismas ecuaciones fueron generalizadas más tarde por el ingeniero belga Louis Baes, quien las consigna en sus estudios sin dar detalles sobre la manera de deducirlas. Kriso dedujo estas ecuaciones aplicando el método de Mohr. Nosotros las hemos deducido a partir de las relaciones de Bresse, empleando un método que nos parece interesante dar a conocer, ya que el mismo procedimiento pudiera aplicarse a cualquier estructura de esta clase.".

Complemento que consideraba indispensable para su cátedra era el trabajo en el Laboratorio de Ensayo de Materiales. Fundó y dirigió los laboratorios de las tres universidades en que dictó cátedra. Sobre este tema se han incluido sus artículos: "Los laboratorios de ensayo de materiales" y "La fotoelasticimetría en el Laboratorio de Ensayo de Materiales de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional".

En 1942 se inauguraron los Laboratorios de ensayo de Materiales en un nuevo edificio contiguo a la Facultad de Ingeniería en la Ciudad Universitaria. Con este motivo el profesor Carrizosa pronunció un discurso en el que recordó la historia de los laboratorios desde la adquisición de las primeras máquinas de ensayo en 1928 y explicó la importancia que tenían los métodos experimentales para el cálculo de estructuras, decía don Julio: "Con los trabajos de estos físicos, (en el siglo XVIII), se puede decir que comienza para el hasta entonces arte de construir, la etapa verdaderamente científica, cuyo brillante desarrollo tiene lugar desde los comienzos del siglo XIX, mediante el establecimiento de la teoría matemática de la elasticidad, fundada en los admirables trabajos de Hooke, Navier, Lamé y Saint-Venant. Como resultado de estos trabajos quedó establecida la Resistencia de Materiales sobre una base enteramente matemática. Así pues, la resolución de la mayor parte de los problemas de esta ciencia se redujo a la integración de un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, operación ésta las más de la veces por desgracia impracticable. Hay que reconocer no obstante hoy, que las investigaciones científicas mencionadas al establecer sobre bases demasiado teóricas una ciencia como la resistencia de materiales, llegaron a limitar notablemente los trabajos de experimentación, porque el estudio de esta ciencia llegó a ser por sobre todo un estudio matemático, el cual mediante los métodos de la estática gráfica, permitía la resolución de la mayor parte de los problemas sobre la base de las generalizaciones dichas que se fundan principalmente en la ley elástica de Hooke. Sin embargo, nuevos hechas han obligado a recurrir a la experimentación, y esta vez en forma definitiva y creciente, a pesar de los adelantos del análisis. Consideraremos entre estos hechos los dos más importantes: En primer lugar, el empleo cada día mayor de materiales de construcción artificiales, en especial el concreto reforzado con hierro. Este material específicamente heterogéneo vino a romper con todas las hipótesis fundamentales de la teoría clásica principalmente las de isotropía y homogeneidad. Otro hecho que habría que anotar en segundo lugar deriva precisamente de las nuevas propiedades del concreto reforzado. Consiste en la posibilidad de formar estructuras monolíticas. Ahora bien, la técnica del cálculo de estructuras enterizas, según las tres dimensiones, no está muy adelantado, y en todo caso es singularmente complicado y difícil, de aquí que sea preferible, en la mayoría de los casos, recurrir a la experiencia probando modelos más o menos reducidos de la estructura en cuestión."

Los laboratorios tenían un Departamento para el ensayo de materiales, un Departamento para el ensayo de suelos y pavimentos y un Departamento para el ensayo de estructuras. El artículo sobre "La fotoelasticimetría en el Laboratorio de Ensayo de materiales de nuestra Facultad de Matemáticas e Ingeniería" publicada en 1938 en la Revista de la Academia Colombiana de Ciencias, expone las bases teóricas del método fotoelástico para el estudio de estructuras y describe los equipos para su utilización en el Laboratorio y su aplicación a la estructura de las graderías del Estadio Municipal del Campín en Bogotá. Este método se basa en la propiedad de birrefringencia que tienen algunos materiales transparentes cuando se someten a esfuerzos. Construido un modelo geométrico de la estructura con este material es posible observar la distribución de los esfuerzos que será similar a las de la estructura en estudio. El método comenzó a desarrollarse en la Universidad de Londres con los trabajos del profesor Coker, quien desarrolló un banco fotoelástico para su aplicación del cual se había dotado el Laboratorio de la entonces Facultad de Ingeniería y Arquitectura. El artículo de don Julio, que fue publicado cuando apenas comenzaba a utilizarse este sistema, lo incorporó al segundo tomo de su texto de Resistencia de Materiales. El método ha seguido desarrollándose y utilizándose en combinación con el de elementos finitos para el análisis de estructuras complejas ya que permite visualizar la distribución de los esfuerzos en zonas críticas.

Esta presentación de los trabajos sobre ingeniería incluidos en las Obras Selectas, pretende comunicar al estudioso de estos temas una idea clara de la importancia de la obra del profesor Julio Carrizosa y de su labor en la formación de varias generaciones de ingenieros civiles en el país.

Ernesto Carrizosa Umaña

La fotoelasticimetría en el laboratorio de ensayo de materiales de nuestra Facultad de Matemáticas e Ingeniería[126]

Por haberse establecido no hace mucho en la Facultad de Ingeniería, el laboratorio para ensayos de estructuras por medio del fotoelasticímetro, hemos creído que sería útil a los ingenieros una explicación sintética de los principios físicos en que se basa este aparato, y de la técnica de su manejo.

Las bases físicas de la fotoelasticimetría

1) *Relaciones fundamentales en la física de los cuerpos elásticos.– Posibilidad de resolver el problema elástico plano prescindiendo de los coeficientes elásticos.–* Todo problema relativo a la investigación de las tensiones moleculares y a la deformación correlativa que sufre un cuerpo sometido a la acción de un sistema determinado de fuerzas exteriores se reduce principalmente a la integración del siguiente sistema de tres ecuaciones diferenciales con derivadas parciales de segundo orden[127]:

$$\begin{aligned}(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial x}+\mu\nabla^2 u+X=0\ ,\\ (\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial y}+\mu\nabla^2 u+Y=0\ ,\\ (\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial z}+\mu\nabla^2 u+Z=0\ ,\end{aligned}\tag{1}$$

en que λ y μ son los coeficientes de elasticidad de Lamé; $\theta=\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}+\dfrac{\partial w}{\partial z}$ la dilatación cúbica; u, v, w, las proyecciones según los tres ejes coordenados del vector desalojamiento; y X, Y, Z, la proyección según los mismos ejes de la resultante de las fuerzas exteriores que se ejercen en la masa del cuerpo. Estas últimas proyecciones están referidas a la unidad de volumen del cuerpo.

Para abreviar hemos empleado el operador ∇^2 conocido en Cálculo vectorial con el nombre de Laplaciano, el cual indica que se debe tomar la suma de las

[126] Este trabajo apareció en dos entregas en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, **2** (1938), No.6, págs. 301–310 ;No.7, págs. 438–445.

[127] J., Carrizosa, V., (1948). *Resistencia de materiales.* Bogotá Editorial Minerva, pág. 42.

derivadas parciales de segundo orden de las funciones desconocidas u, v, w, con relación a las variables x, y, z; es decir:

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \ .$$

Recordemos además, que estas funciones u, v, w, están ligadas con los esfuerzos normales y tangenciales n_x, n_y, n_z, t_{xy}, t_{yz}, t_{zx}, que se ejercen al través de las caras de una paralelepípedo elemental, por las siguientes relaciones[128]:

$$\begin{aligned} n_x &= \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \ , & t_{xy} &= \mu\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right] \ , \\ n_y &= \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \ , & t_{zx} &= \mu\left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right] \ , \\ n_z &= \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} \ , & t_{yz} &= \mu\left[\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right] \ . \end{aligned} \tag{2}$$

Las ecuaciones (1) establecidas para un sistema elástico de tres dimensiones, se simplifican notablemente si las aplicamos a un medio elástico de dos dimensiones. En efecto: en este último caso las tensiones son todas paralelas a un plano el cual se puede tomar como plano de los ejes x e y. Tal cosa sucede, por ejemplo, en una lámina o placa delgada sometida a la acción de fuerzas aplicadas en su contorno, y las cuales se puedan considerar como uniformemente repartidas en todo el espesor de la placa; o en el caso de un sólido comprendido por dos secciones muy próximas, en una estructura de gran longitud sometida a cargas exteriores que obran perpendicularmente a las dimensiones longitudinales, y están uniformemente repartidas a lo largo de estas dimensiones.

Es obvio que en los casos anteriores, las componentes u y v del desalojamiento elástico son funciones solamente de x e y; por lo tanto, las tensiones o esfuerzos unitarios n_z, t_{xz}, t_{yz} que obran según la normal a la sección en que están las fuerzas, son nulas, tanto con respecto a las caras laterales extremas del sólido como en toda cara intermedia. Se sigue de aquí que de los esfuerzos normales y tangenciales anteriormente nombrados, sólo subsisten los tres siguientes: n_x, n_y, t_{xy}.

Hay que concluir también, como consecuencia de lo anterior, que el vector desalojamiento w es nulo o constante, lo que trae como consecuencia que

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \ .$$

[128] J., Carrizosa, V., (1948). *Resistencia de materiales.* Bogotá Editorial Minerva, pág. 43.

En estas condiciones, si despreciamos la acción que obra sobre la masa del cuerpo, que es las más de las veces muy pequeña, el sistema (1) se reduce al siguiente:

$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial x}+\mu\nabla^2 u=0\ ,$$
$$(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial y}+\mu\nabla^2 v=0\ .$$

Sumando miembro a miembro estas ecuaciones, después de derivar la primera con relación a x y la segunda con relación a y se obtiene:

$$(\lambda+\mu)\left[\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right]+\mu\left[\frac{\partial}{\partial x}\nabla^2 u+\frac{\partial}{\partial y}\nabla^2 v\right]=0\ ,$$

ecuación que se reduce a la siguiente:

$$(\lambda+2\mu)\nabla^2\theta=0\ ;\qquad \text{de donde } \nabla^2\theta=0.$$

Por otra parte, si sumamos miembro a miembro el primer grupo del sistema (2), obtendremos la siguiente igualdad:

$$n_x+n_y+n_z=(3\lambda+2\mu)\theta.$$

Ahora bien, por ser en dicho sistema $\dfrac{\partial w}{\partial z}=0$ se tiene:

$$n_z=\lambda\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right]=\lambda\theta$$

y, por consiguiente, la suma de los esfuerzos normales anteriormente obtenida se reduce a:

$$n_y+n_x=2(\lambda+\mu)\theta.$$

Luego si tomamos el Laplaciano de ambos miembros en la relación anterior, se debe tener:

$$\nabla^2(n_x+n_y)=2(\lambda+\mu)\nabla^2\theta=0. \tag{3}$$

Si consideramos ahora el equilibrio de un paralelepípedo elemental que tenga dos de sus caras normales a las dimensiones longitudinales de la estructura, de tal modo que una de ellas coincida con el plano escogido como plano de las x y, la distribución de las fuerzas en estas caras será la indicada en la figura 1. Si establecemos con las fuerzas que se señalan en la figura las tres ecuaciones de equilibrio, o sea las dos proyecciones sobre los ejes, y la ecuación de momentos, se obtiene el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\frac{\partial n_x}{\partial x}+\frac{\partial t_{yx}}{\partial y}=0\ ,$$
$$\frac{\partial n_y}{\partial y}+\frac{\partial t_{xy}}{\partial x}=0\ ,\qquad t_{xy}=t_{yx}\ . \tag{4}$$

A estas dos ecuaciones podemos agregar la ecuación (3) anteriormente establecida, y así obtenemos un sistema de tres ecuaciones entre las tres funciones desconocidas: n_x, n_y, t_{xy}.

Como se ve, estas tres ecuaciones, que nos permiten obtener los tres esfuerzos unitarios anteriores, determinantes del estado elástico en un punto, son independientes del coeficiente de elasticidad. Esto quiere decir que en la mayoría de los casos que se presentan en la práctica, en que una estructura puede considerarse como un sistema elástico plano, la repartición de las tensiones interiores es prácticamente independiente de los coeficientes de elasticidad; es decir, es independiente del material en que se proyecta construir dicha estructura. Se sigue de aquí que los resultados obtenidos en modelos de idéntica forma, pero de material diferente son aplicables a la estructura verdadera.

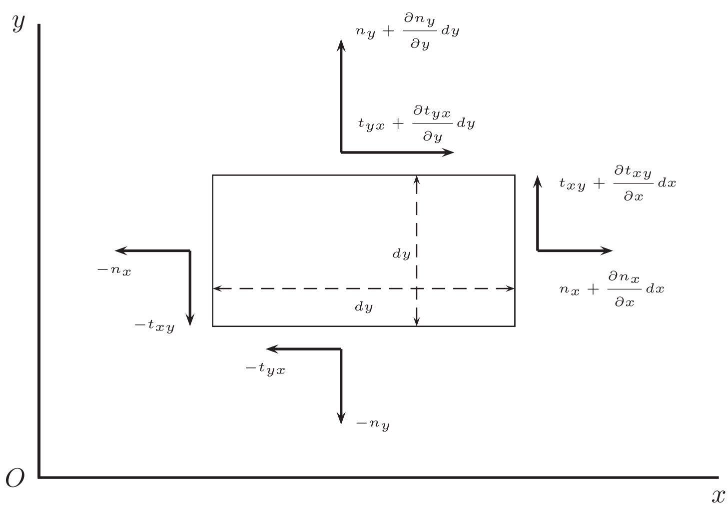


Figura 1.

2) *Nociones sobre la teoría elástica de la propagación de la luz.*– Nos basta recordar aquí que la explicación de los fenómenos luminosos se ha intentado basándose en tres hipótesis principales: la hipótesis de la emisión a la que está vinculado el nombre de Newton; la hipótesis ondulatoria desarrollada principalmente por físicos como Descartes, Huyghens, Young, y, sobre todo, por Fresnel; y la hipótesis electromagnética, que se debe a las experiencias de Faraday y a las teorías de Maxwell, confirmadas por Hertz en sus experiencias.

Recordemos también brevemente que la teoría de la emisión supone que los cuerpos luminosos lanzan corpúsculos finísimos que se mueven según las leyes de la mecánica clásica, y al tropezar con el ojo producen la sensación luminosa, mientras que su trayectoria determina el fenómeno familiar del rayo luminoso; que, en cambio, la teoría ondulatoria supone que la propagación del fenómeno luminoso se debe a una perturbación de cierto medio –hoy al parecer desechado– llamado éter luminoso, el cual vibra bajo el influjo del fenómeno, y transmite estas vibraciones en forma de ondas, como las que se forman en el agua alrededor de la piedra que cae. Recordemos asimismo, que la teoría electromagnética afirma que dichas ondas luminosas no son sino ondas electromagnéticas; es decir, que la luz es un fenómeno de carácter electromagnético, en el cual habrá que considerar, por lo tanto, perturbaciones eléctricas y magnéticas, que se ejercen perpendicularmente entre sí, y también a la trayectoria del rayo luminoso.

Estas tres hipótesis se han perfeccionado en el orden en que las hemos enunciado, y han ido cediendo el campo sucesivamente a la siguiente, pero sin que se pueda decir que ninguna de ellas haya sido desechada hoy para la explicación de los fenómenos luminosos, los cuales se complican cada vez más. Al contrario: la hipótesis de la emisión que llegó a parecer ya inútil y sólo merecedora de algunas líneas en la introducción histórica de los tratados sobre la física de la luz, explica hoy día mejor que otras ciertos fenómenos electroluminosos, como los efectos Compton y Raman, y el efecto fotoeléctrico, fenómenos estos que no se explican con las concepciones ondulatorias, y a los cuales se intenta hoy aplicar la teoría de los fotones de Einstein, que viene a ser la vieja teoría corpuscular de Newton rediviva. Y aún más: esta teoría corpuscular ha penetrado ya hasta el linde que parecía tan apartado de ella, la teoría ondulatoria, y de esta invasión ha surgido un nuevo concepto que pudiéramos llamar híbrido, el cual participa tanto de la idea de onda como de la de corpúsculo, y cuyo instrumento de cálculo es la mecánica ondulatoria relativizada. Esta nueva hipótesis que pretende realizar la síntesis tan buscada siempre entre la materia y la luz, ha recibido una consagración académica en el premio Nobel concedido a uno de sus principales creadores, Louis de Broglie (1892-1987).

Para el fin que nos proponemos en este escrito, que es dar a conocer una aplicación a la ingeniería del fenómeno de la polarización y birrefringencia accidental, nos basta considerar la luz como un fenómeno elástico, explicable por medio de la teoría ondulatoria. Ignoraremos, por consiguiente, la otras teorías, como la electromagnética, que aunque explican también los fenómenos de índole vectorial, no nos facilitarían en el mismo grado la tarea de divulgación que intentamos. En beneficio de la claridad adoptaremos, pues, un lenguaje hoy anticuado en la física moderna.

Según la teoría ondulatoria, si consideramos una serie de moléculas A_0B_0 en un medio sutilísimo llamado éter, bajo la influencia de una perturbación de carácter luminoso, dichas moléculas entrarán en movimiento oscilatorio alrededor de su posición de equilibrio inicial A_0B_0, figura 2. Una molécula cualquiera tal como M oscilará desde M hasta M', y en este caso la molécula se aleja una cantidad MM' de su posición de reposo M.

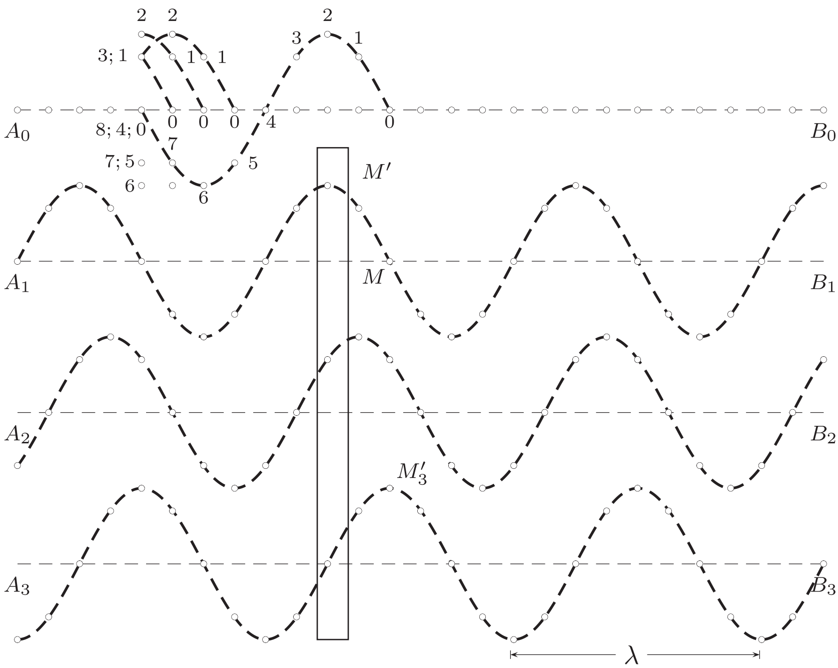


Figura 2.

Esta magnitud MM' que podemos llamar a se designa como la amplitud del movimiento vibratorio, el cual se supone perpendicular a la dirección de propagación AB. Si consideramos que este movimiento pendular u oscilatorio de las moléculas, se propaga, a partir del extremo A hacia la derecha, con una velocidad determinada, es fácil comprobar que cuando la molécula K por ejemplo, ha realizado una oscilación completa; es decir, cuando ha recorrido el camino $0-1-2-3-4-5-6-7-8$ las posiciones de las demás moléculas que le siguen inmediatamente determinarán la onda $8-7-6-5-4-3-2-1-0$ señalada en la figura. Porque cuando K pasa de 0 a la posición 1, la onda sólo será $1-0$ cuando pasa a la posición 2 la molécula siguiente pasará al punto 1 y la onda será $2-1-0$, cuando K pasa al punto 3, la siguiente ocupará la posición 2 y la otra el punto 1, luego esta nueva onda será $3-2-1-0$, y así sucesivamente; por lo tanto, después de cierto número de oscilaciones de dicha molécula K, el movimiento ondulatorio se habrá generalizado a lo largo de la dirección A_0B_0 y al cabo de un tiempo t_1 las moléculas estarán, como lo indica la figura, según la recta A_1B_1 si consideramos otras dos posiciones sucesivas A_2B_2 y A_3B_3 observamos que la onda progresa hacia la derecha de modo que un vértice M' por ejemplo, en el tiempo t_3 estará en M'_3. La distancia entre dos vértices de una onda, o entre dos depresiones, se llama longitud de onda. La mayor separación MM' de una molécula cualquiera en su oscilación, se llama amplitud a.

El tiempo que emplea una molécula en efectuar la oscilación completa, o sea desde M' hasta el punto opuesto, y desde aquí nuevamente hasta M' se llama período T. La frecuencia es el número de oscilaciones por segundo, o sea, $\frac{1}{T} = n$.

Además, en tanto que la molécula M, por ejemplo, pasa de la posición M' a la opuesta para volver a su posición primitiva M, el vértice de la onda se habrá trasladado en una longitud de onda λ; luego la velocidad de transmisión será $\frac{\lambda}{T} = v = \lambda n$.

Esta velocidad de transmisión sabemos que depende solamente de las características del medio, y que se mantiene constante para todos los colores; por consiguiente, si conocemos la frecuencia para cada color, podemos encontrar su longitud de onda. De todos es sabido que estas longitudes de onda oscilan entre $0,423$ y $0,620$ de micrón para los colores comprendidos entre el violeta y el rojo.

Hay que notar en el proceso descrito anteriormente que cada molécula se mueve sucesivamente; es decir, cada molécula al ser perturbada o desalojada de su posición de equilibrio, transmite su movimiento a la vecina, y ésta al recibir el impulso actúa sobre la siguiente, y así sucesivamente. Es preciso considerar, pues, en este fenómeno una acción próxima, y no una acción a distancia; o, por lo menos, la acción a distancia está reducida a la muy pequeña que pueda existir de una molécula a la siguiente. De aquí que las ecuaciones que pretendan describir este fenómeno deben tener necesariamente la forma de ecuaciones diferenciales.

También importa observar que la imagen que hemos dado del movimiento ondulatorio sería menos imperfecta si suponemos que la molécula M, en lugar de oscilar solamente en el plano del dibujo, lo hace en direcciones distintas a partir de su posición de equilibrio; mejor dicho: la molécula no sigue una dirección privilegiada, como se deduce del dibujo anterior, sino que oscila en el plano perpendicular a su dirección de propagación, y en todos sentidos. Todavía habría que realizar un mayor esfuerzo con la imaginación para suponer que las ondas se transmiten en todos sentidos alrededor del punto luminoso, formando especies de esferas concéntricas que podrían definirse como el lugar geométrico de los puntos que se hallan en un mismo instante, en idéntico estado vibratorio.

Es relativamente fácil encontrar la expresión matemática que nos dispensaría de todas estas imágenes, a la postre tan imperfectas. Nos basta para ello partir del mismo sistema (1) que resume la teoría matemática de la elasticidad, complementándolo con la fuerza de inercia, la que, según el principio D'Alembert, deberá equilibrar a cada instante las demás fuerzas que obran sobre el elemento y que se tuvieron en cuenta al establecer la ecuación. Siendo entonces w la masa de la unidad de volumen, la fuerza de inercia por unidad de volumen será:

$$-w\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\ , \quad -w\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\ , \quad -w\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}.$$

Agregando las proyecciones de esta fuerza al sistema (1), tendremos las ecuaciones que definen la ley según la cual se transmite una deformación elástica en el interior de un medio elástico. Esta ley es:

$$\begin{aligned}
(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial x} + \mu\nabla^2 u &= w\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\ , \\
(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial y} + \mu\nabla^2 v &= w\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\ , \\
(\lambda+\mu)\frac{\partial\theta}{\partial z} + \mu\nabla^2 w &= w\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\ .
\end{aligned} \tag{5}$$

Hemos prescindido de las proyecciones X, Y, Z del peso por unidad de volumen del elemento, porque en comparación de la fuerza de inercia, tal peso es insignificante, y su influencia nula con relación al movimiento ondulatorio, puesto que se trata de una fuerza constante que obra siempre en las mismas condiciones.

Siendo la propagación de la luz una perturbación de índole elástica –conforme a la teoría ondulatoria– obedecerá como cualquier otro fenómeno de esta especie a las ecuaciones anteriores del movimiento. Es, pues, curioso anotar el hecho de que unas mismas ecuaciones nos permitan describir dos fenómenos al parecer tan diferentes: la propagación del movimiento elástico en el interior de un cuerpo sólido, y la propagación de la luz en el interior de otro medio hipotético llamado éter en el cual estamos sumergidos. Ambos fenómenos se propagan en forma de ondas.

Tratándose de ondas planas se pueden simplificar las ecuaciones anteriores del movimiento, análogamente a como se simplificaron las ecuaciones (1) al suponer un medio elástico plano. En efecto, en el caso de ondas planas, los desalojamientos u y v no dependen sido de z y de t; por consiguiente:

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \qquad \nabla^2 v = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \qquad \nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \qquad \theta = \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Luego las ecuaciones (5) del movimiento se reducen a:

$$\mu\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = w\frac{\partial u}{\partial t^2}\ , \qquad \mu\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = w\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\ , \qquad (\lambda+\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = w\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\ .$$

Estas ecuaciones son las mismas de las cuerdas vibrantes.

Supongamos ahora que la onda se propaga en el sentido del eje de las Z, pero que las vibraciones son transversales; es decir, se verifican en el sentido del eje de las X solamente, según la perpendicular a la dirección de la propagación. En tal caso se tiene evidentemente:

$$v = 0 \ , \qquad w = 0 \ , \qquad u \neq 0$$

y por lo tanto $\theta = 0$; luego el plano de onda es paralelo al plano de las XY, y el sistema (6) se reduce a:

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = w \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Esta ecuación tiene por integral general [129]:

$$u = f\left[z + t\sqrt{\frac{\mu}{w}}\right] + f'\left[z - t\sqrt{\frac{\mu}{w}}\right]$$

en que f y f' son funciones arbitrarias.

Las ondas transversales gozan de la propiedad de producirse sin traer consigo una variación en el volumen de la materia. Además, el que las ondas sean transversales es la consecuencia obligada del fenómeno de polarización de la luz, el cual introduce una asimetría en el rayo luminoso inexplicable al suponer la vibración longitudinal.

Para representar una de estas ondas particulares podemos poner para u el valor siguiente, que está de acuerdo con los resultados de la física experimental:

$$u = a \operatorname{sen} 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right] \tag{7}$$

y además:

$$v = 0 \ , \qquad u = 0 \ .$$

Estos valores deberán satisfacer el sistema de ecuaciones del movimiento. En el valor anterior de u, a es la amplitud de ondulación, λ es la longitud de onda, y T es el período. Si suponemos que z ha sufrido un incremento Δz en el tiempo Δt puede muy bien suceder que u no cambie de valor. Para ello bastará que se tenga:

$$\frac{\Delta z}{\lambda} - \frac{\Delta t}{T} = 0 \ .$$

Se dice en este caso que la onda se ha desalojado una longitud Δz en el tiempo Δt puesto que todas las fases del fenómeno se reproducen en el mismo orden, pero a una distancia ∇z del lugar precedente. Este fenómeno sugiere, como ya lo hemos hecho notar, la noción de velocidad de transmisión de la onda, sin que

[129] *Théorie Mathématique de la Lumière II: Nouvelles Éutudes sur la Diffraction.–Théorie de la Dispersion de Helmholtz. Lecoes Professées Pendant le Premier Semestre 1891-1892: par H. Poincaré. Rédigées par M. Lamotte et D. Hurmuzescu.* (1892). Place of publication not identified: publisher not identified, pág. 7.

esta palabra signifique transporte de algo, sino velocidad con que se propaga un determinado estado vibratorio. Esta velocidad será, pues,

$$C = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \ ,$$

como se había encontrado anteriormente.

Hechas las anteriores observaciones vamos ahora a verificar si el sistema (7) de valores satisface las ecuaciones (5).

Siendo $\theta = 0$ dicho sistema (5) se reduce al siguiente:

$$\begin{aligned} \nabla^2 u &= \frac{\omega}{\mu}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \ , \\ \nabla^2 v &= \frac{\omega}{\mu}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \ , \\ \nabla^2 w &= \frac{\omega}{\mu}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \ . \end{aligned} \tag{8}$$

Estas son las ecuaciones que sirven de base a la física de la luz en general, no sólo en la antigua teoría de Fresnel, sino también en la teoría electromagnética de la luz, la cual aunque partiendo de hipótesis absolutamente diferentes, llega a las mismas ecuaciones fundamentales.

Se observa inmediatamente que los valores (7) satisfacen a la segunda y a la tercera ecuación del sistema (8). Basta, por consiguiente, que nos detengamos en la verificación de la primera ecuación. Se tiene:

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -a\left[\frac{2\pi}{\lambda}\right]^2 \operatorname{sen} 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right]$$

y también:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -a\left[\frac{2\pi}{T}\right]^2 \operatorname{sen} 2\pi\left[\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right] \ .$$

Reemplazando estos valores en la primera ecuación nombrada se tiene:

$$\left[\frac{2\pi}{\lambda}\right]^2 = \frac{\omega}{\mu}\left[\frac{2\pi}{T}\right]^2 \ ,$$

que es la condición para que dicha ecuación se satisfaga.

Por ser la velocidad $C = \dfrac{\lambda}{T}$, de la relación anterior se deduce: $C = \sqrt{\dfrac{\mu}{\omega}}$ que es la velocidad de propagación de las ondas transversales.

Conforme a lo anterior, la expresión del desalojamiento u, en las condiciones iniciales, o sea para $z = 0$, estará dado por la ecuación:

$$u = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \tag{9}$$

y a la distancia z por la misma expresión vista anteriormente (7), la que puede escribirse:

$$u = a \operatorname{sen} 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right] = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}\left[t - \frac{z}{C}\right]$$

en que C es la velocidad de propagación.

Dado el fin que perseguimos, para complementar las nociones anteriores sólo nos falta hablar de la intensidad luminosa.

Desde un punto de vista experimental, la intensidad luminosa se aprecia por intermedio de tres fenómenos diferentes: los efectos fisiológicos que ella produce; sus efectos químicos en la fotografía; y sus efectos caloríficos. De todos estos fenómenos el que permite una evaluación más exacta de la intensidad es el efecto químico fotográfico. Fundándose en este efecto se ha convenido en decir que dos vibraciones luminosas tienen la misma intensidad, cuando, en un mismo tiempo, producen idéntica acción sobre una placa fotográfica.

Desde un punto de vista teórico se ha considerado la intensidad como proporcional a la fuerza viva media, o energía cinética del éter. Esta fuerza viva, para un elemento de volumen dv es igual a:

$$\omega dv \frac{C^2}{2}$$

en que C es la velocidad del movimiento y ω la masa específica.

En el caso de un movimiento periódico cuyo desalojamiento está dado por la expresión (9), la velocidad estará dada por:

$$\frac{du}{dt} = a\frac{2\pi}{T}\cos 2\pi\frac{t}{T}$$

y, por lo tanto, la intensidad luminosa será proporcional al valor medio de la expresión:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{du}{dt}\right]^2 .$$

Es decir, proporcional a:

$$\frac{1}{2}\int_0^T \frac{a^2}{2}\frac{4\pi^2}{T^2}\cos^2 2\pi\frac{t}{T}dt = \frac{a^2}{2}\frac{4\pi^2}{T^2} .$$

Luego la intensidad luminosa es proporcional al cuadrado de la amplitud a.

3) *Fenómenos de polarización y birrefringencia.*– Acabamos de decir cómo se produce –en la hipótesis elástica– el fenómeno de la transmisión luminosa: del mismo modo que si se tratara de una vibración transversal en un plano perpendicular a la dirección de la propagación. Recordemos ahora como un rayo que vibra en todos sentidos puede polarizarse, es decir, puede sujetarse a vibrar únicamente en un sentido determinado.

Este fenómeno físico tan conocido es el fundamento de la Fotoelasticimetría, y puede obtenerse principalmente de dos maneras: por reflexión y por doble refracción. Aunque algunos aparatos utilizan la reflexión por medio de espejos, en los más recientes se ha preferido emplear para este objeto el prisma de Nicol, el cual se basa en la birrefringencia producida por un cristal de espato de Islandia (carbonato de cal cristalizado).

Cuando el cristal de espato está completo tiene la forma de un romboedro, AG, figura 3, el cual puede considerarse como el sólido obtenido al comprimir un cubo en el sentido de su diagonal AG, en forma tal que se deformen los ángulos de las aristas, pero se mantengan las dimensiones de éstas. Según este supuesto, los ángulos de las aristas que concurren en A y en G aumentarán su valor hasta $101^{\text{o}}\ 55'$, en tanto que los ángulos de las aristas que concurren en los demás vértices disminuirán de valor.

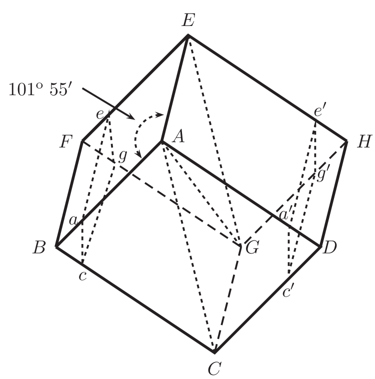


Figura 3.

El eje AG es el eje óptico del cristal. Si se talla una cara perpendicular a esta diagonal, y se hace incidir en ella normalmente un rayo luminoso, tal rayo no se bifurcará al refractarse, porque es paralelo al eje óptico del cristal.

Se llama sección principal todo plano determinado por una normal a cualquiera de las caras, naturales o artificiales del cristal, y por la paralela al eje óptico. Por ejemplo, las secciones $ACGE$, $acge$, $a'e'g'e'$. Si representamos en la figura 4-(a) la sección $ACGE$, el eje óptico formará los ángulos señalados, y será al mismo tiempo la diagonal del rombo. Mas si esta sección se considera en un cristal alargado, figura 4-(b), la diagonal AG ya no coincidirá con dicho eje, el cual seguirá teniendo la misma dirección anterior. Igual cosa sucederá en el caso de un cristal más corto que el regular, figura 4-(c).

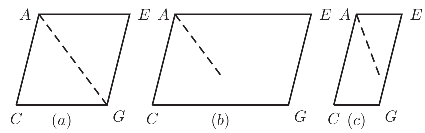


Figura 4.

Si se hace girar el rayo incidente SI, alrededor de la normal a la cara, se observa que el rayo refractado ordinario IO, se mantendrá siempre en el plano de incidencia formando un ángulo constante; en cambio, el rayo extraordinario IE no sigue ninguna de las leyes anteriores, sino girará alrededor de la normal describiendo la superficie de un cono cualquiera de ángulo γ_e variable con relación a la normal IN.

Estudiando más de cerca el fenómeno anterior, se pueden establecer los siguientes hechos, cuya comprobación pertenece a la rutina de los laboratorios de física general:

a) El rayo ordinario tiene un índice superior al rayo extraordinario en los cristales llamados negativos, como el espato;
b) El rayo ordinario sigue siempre las dos leyes conocidas de refracción;
c) Ambos rayos están polarizados; es decir, sus vibraciones tienen lugar en un determinado plano y estos planos son perpendiculares entre sí;
d) Cuando el plano de incidencia SIN, coincide con una sección principal del cristal, el rayo extraordinario está en el mismo plano del ordinario, o sea en el plano de incidencia, cualquiera que sea el ángulo de incidencia; pero su índice de refracción varía con la incidencia entre 1,65, valor correspondiente al rayo ordinario, y 1,48, que, es el valor mínimo que puede tener;
e) Si el rayo de luz penetra según el eje óptico, los dos rayos refractados coinciden y presentan el mismo índice de refracción 1,65;
f) En cambio, si el rayo penetra perpendicularmente al eje óptico, ambos rayos obedecen a las dos leyes de Descartes, el ordinario con un índice 1,65, y el extraordinario con el índice mínimo 1,48.

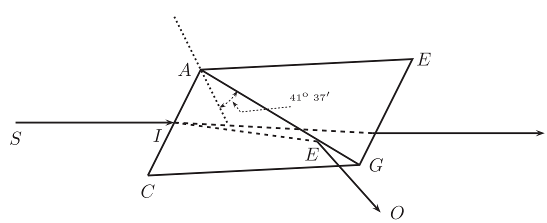


Figura 5.

Mediante una disposición muy ingeniosa ideada por Nicol, es posible aislar el rayo extraordinario del ordinario. Para esto se corta el romboedro por un plano perpendicular a la sección principal $ACGE$, que contiene al eje, y se pegan luego ambas partes por medio de bálsamo del Canadá. La traza según la cual dicho plano corta la sección principal debe formar un ángulo de $41^{o}\,37'$ con el eje, figura 5. Hecho lo anterior, si se hace incidir un rayo de luz SI paralelamente a las aristas laterales del Nicol, el rayo ordinario incidirá a su vez sobre el bálsamo del Canadá, según un ángulo de incidencia superior a la incidencia límite, de manera que será reflejado totalmente sobre las paredes del Nicol, las cuales estarán convenientemente ennegrecidas.

Cuanto al segundo rayo IE, éste emergerá paralelamente a CG, polarizado en el plano de la sección principal. Si el rayo extraordinario emergente es pasado de nuevo por otro Nicol orientado del mismo modo, la luz pasará sin alteración alguna; pero si el segundo Nicol se orienta de manera que su sección principal sea normal a la del primero, la luz se extinguirá. En esta experiencia, el primer Nicol se llama *polarizador*, y el segundo *analizador*.

Los fenómenos anteriores son sencillamente la consecuencia del movimiento vibratorio luminoso en un medio anisótropo. Es sabido, en efecto, que en estos medios existen en general tres direcciones privilegiadas llamadas ejes de elasticidad, según las cuales cualquier desplazamiento da lugar a una reacción elástica del mismo sentido. De aquí se deduce que en un plano cualquiera existen dos direcciones perpendiculares que gozan de la propiedad señalada. Por consiguiente, si hacemos incidir sobre una superficie S, figura 6, una onda polarizada en el plano M, la vibración OV no podrá propasarse dentro del medio S sin sufrir alteración, debido a que la tensión elástica originada no está dirigida según el desplazamiento. Pero la vibración OV se puede substituir por sus componentes según OY y OX, que son las direcciones de los ejes de elasticidad sobre la cara S. Estas direcciones, que son perpendiculares entre sí, definen los planos de propagación de las vibraciones dentro del medio cristalino S; por consiguiente, la vibración OV se resuelve dentro del medio S en dos: OX y OY, que se propagarán con velocidades diferentes, proporcionales a los módulos de elasticidad correspondientes.

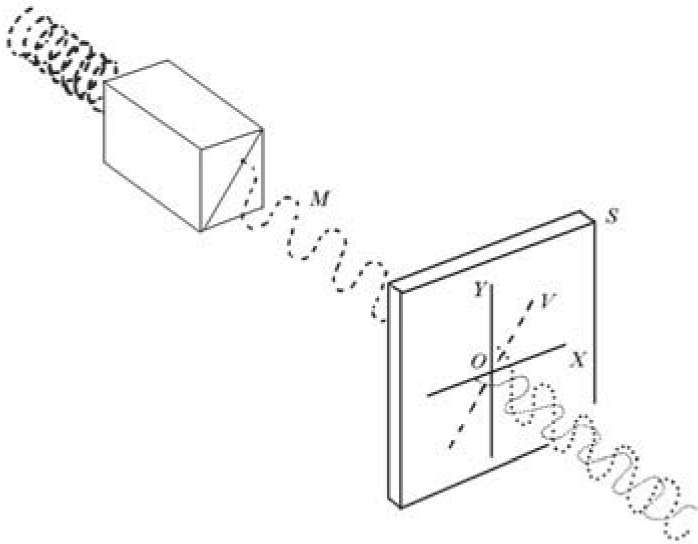


Figura 6

La teoría anterior explica completamente lo sucedido en el caso del espato de Islandia, y en general en todos los cristales que presentan direcciones dotadas de propiedades particulares.

4) *Polarización cromática.*– Supongamos que se tengan los Nicoles cruzados de manera que un rayo de luz blanca encuentre cerrado el camino. Si en este estado interponemos entre el polarizador y el analizador una lámina delgada transparente de un material unieje, tallada según un plano paralelo a dicho eje, la luz que emerge del polarizador incidirá en ella normalmente vibrando en el plano de la sección principal del Nicol, cuya traza en el plano de la lámina podemos suponer que sea OP, figura 7. Llamemos OX, OY los ejes de elasticidad de la lámina, y sea:

$$a_p = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \tag{10}$$

el desalojamiento o elongación de la partícula vibrante en el plano de polarización OP al cabo del tiempo t.

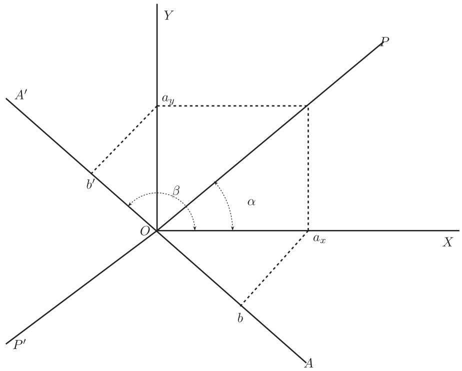


Figura 7.

Según la teoría elástica no pasarán al través de la lámina sino las componentes a_x, a_y dirigidas según los ejes de elasticidad de la lámina. El desalojamiento o elongación de estas vibraciones se obtendrá proyectando simplemente la elongación a_p sobre éstos ejes. Así se obtiene:

$$a_x = a \cos\alpha \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \ , \tag{11}$$

$$a_y = a \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \ . \tag{12}$$

Si llamamos ahora c' la velocidad de propagación de la luz en el sentido del plano OX, y c'' la velocidad según el plano OY; por ser estas velocidades distintas, dada la anisotropía supuesta en el material de la lámina, al salir de ella la elongación de cada rayo será:

$$a_x = a \cos\alpha \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} \left[t - \frac{e}{c'} \right] \ , \tag{13}$$

$$a_y = a \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} \left[t - \frac{e}{c''} \right] \ , \tag{14}$$

en que $\dfrac{e}{c'}$ es el tiempo que tarda la luz en atravesar la lámina según el plano OX, y $\dfrac{e}{c''}$ el tiempo según OY. Estas relaciones quieren decir que el movimiento vibratorio de la luz emergente de la lámina, es el mismo que tenía la luz incidente en el tiempo $\dfrac{t-e}{c'}$ $\dfrac{t-e}{c''}$ debido al tiempo empleado por la luz en atravesar la lámina. Resulta de aquí que las vibraciones presentarán a la salida de la lámina una diferencia de fase:

$$\frac{e}{Tc''} - \frac{e}{Tc'} = \frac{e}{T} \left[\frac{1}{c''} - \frac{1}{c'} \right]$$

o sea, multiplicando y dividiendo por la velocidad c de la luz en el aire:

$$\frac{e}{Tc}\left[\frac{c}{c''} - \frac{c}{c'}\right] = \frac{e}{Tc}(n'' - n') \tag{15}$$

en que n'', n' son los índices de refracción correspondientes a cada rayo.

Ahora bien: si en las fórmulas (13) y (14) tomamos como origen del tiempo

$$t' = t - \frac{e}{c'} \ ,$$

se tiene:

$$t = t' + \frac{e}{c'} \ ;$$

luego:

$$t - \frac{e}{c''} = t' - e\left[\frac{1}{c''} - \frac{1}{c'}\right] \ .$$

Hagamos:

$$\frac{e}{c''} - \frac{e}{c'} = \varphi.$$

Según lo anterior, las relaciones (13) y (14) se pueden escribir de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} a_x &= a\cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{T}t' \\ a_y &= a\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,2\pi\left[\frac{t'}{T} - \varphi\right] \end{aligned} \tag{16}$$

con lo cual queda en ellas explícita la diferencia de fase. Si, como se ha supuesto, las ondas anteriores inciden ahora en el analizador, cuya sección principal OA supondremos perpendicular a la del polarizador OP, sólo pasarán al través de aquél las vibraciones proyectadas según esta dirección, o sea:

$$\begin{aligned} b &= a_x\cos(\pi - \beta) = a_x\cos\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] = a\cos\alpha\cos\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right]\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{T}t' \\ b &= a\cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{T}t' = -a\cos\alpha\cos\beta\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{T}t' \\ b' &= -a_y\cos\left[\beta - \frac{\pi}{2}\right] = -a_y\cos\alpha = -a\,\mathrm{sen}\,\alpha\cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{T}\left[\frac{t'}{T} - \varphi\right] \\ b' &= -a\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\beta\,\mathrm{sen}\,2\pi\left[\frac{t'}{T} - \varphi\right]. \end{aligned}$$

Las vibraciones anteriores, por estar dirigidas en el mismo plano, se pueden componer aplicándoles la regla de Fresnel, según la cual las amplitudes se consideran como vectores, los que se trazan a partir de un origen 0, de manera que formen ángulos iguales a la fase respectiva con relación a un eje OB trazado a partir de este origen O, figura 8.

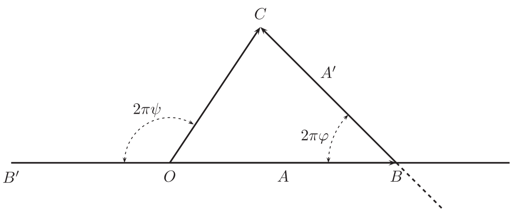


Figura 8.

La resultante R es, pues, el tercer lado del triángulo OCB, el cual tendrá por expresión:

$$R^2 = A^2 + A'^2 - 2AA' \cos 2\pi\varphi$$

o sea:

$$R^2 = a^2(\cos^2\alpha \operatorname{sen}^2\beta + \operatorname{sen}^2\alpha \operatorname{sen}^2\beta) - 2a^2 \cos\alpha \operatorname{sen}\beta \cos\beta \cos 2\pi\varphi.$$

Y también:

$$R^2 = a^2(\cos^2(\beta - \alpha) - \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} 2\beta \operatorname{sen}^2 \pi\varphi) \tag{17}$$

Esta última expresión será la amplitud de la resultante de los dos movimientos vibratorios antes indicados, expresión que puede simplificarse si suponemos que los Nicoles: polarizador y analizador, están cruzados perpendicularmente, es decir, si hacemos $\beta - \alpha = \dfrac{\pi}{2}$ según este supuesto, la expresión de R se reduce a:

$$R = a \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} \pi\varphi\ , \tag{18}$$

puesto que $\beta = \alpha + \dfrac{\pi}{2}$.

En cuanto a la fase, ésta será el ángulo $B'OC$, que hemos llamado $2\pi\psi$. Para obtener su valor observemos que en el triángulo OBC se puede poner:

$$\operatorname{tg}(\pi - 2\pi\psi) = \frac{A' \operatorname{sen} 2\pi\varphi}{A - A' \cos 2\pi\varphi}\ ,$$

y reemplazando los valores del segundo miembro por las expresiones vistas, se tiene:

$$\operatorname{tg}(\pi - 2\pi\psi) = \frac{\operatorname{sen} 2\pi\varphi}{\cot\alpha \cot\beta - \cos 2\pi\ .\varphi}$$

Teniendo también en cuenta que los Nicoles están cruzados en ángulo recto, lo que permite poner: $\cot\alpha = -\operatorname{tg}\beta$ se tiene para la expresión anterior:

$$\operatorname{tg}(\pi - 2\pi\psi) = -\operatorname{tg}\pi\varphi.$$

Y por lo tanto se deduce:

$$\pi - 2\pi\psi = \pi - \pi\varphi\ ,$$

de donde:

$$\psi = \frac{\varphi}{2}\ .$$

Luego la elongación en función del tiempo de la vibración resultante que emerge del analizador será:

$$a_n = R \operatorname{sen} 2\pi \left[\frac{t'}{T} - \frac{\varphi}{2} \right] ,$$

o sea:

$$a_n = a \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} \pi\varphi \operatorname{sen} 2\pi \left[\frac{t'}{T} - \frac{\varphi}{2} \right] .$$

La parte que corresponde a la amplitud en la expresión anterior es:

$$a \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} \pi\varphi$$

Este valor de la amplitud nos permite dar una explicación sencilla de los siguientes fenómenos que se presentan con el paso de la luz polarizada al través de la lámina interpuesta entre polarizador y analizador. Estos fenómenos dependen de la inclinación relativa de los ejes de dicha lámina interpuesta, y las secciones del polarizador y analizador. Si suponemos, por ejemplo, que estos ejes OX OY coinciden con las secciones OA y OP del analizador y polarizador, respectivamente, se tendrá que $\alpha = \frac{\pi}{2}$ y, por lo tanto, $\operatorname{sen} 2\alpha = 0$, lo que quiere decir que la elongación es nula y, en consecuencia, la luz seguirá extinguida.

En cambio, si suponemos que $\operatorname{sen} 2\alpha \neq 0$ la amplitud del movimiento vibratorio dependerá del término $\operatorname{sen} \pi\varphi$ en que

$$\varphi = \frac{1}{T} \left[\frac{e}{c''} - \frac{e}{c'} \right] = \frac{e}{cT} \left[\frac{c}{c''} - \frac{c}{c'} \right] = \frac{e}{\lambda}(n'' - n') = \frac{ek}{\lambda} ,$$

siendo λ la longitud de onda. Esto quiere decir que la amplitud del movimiento vibratorio dependerá, para un espesor dado de la lámina, de un término variable con λ o sea con la clase de vibración recibida. Habrá, pues, para cada espesor, extinción para ciertos colores, y aumento de brillo para otros. Este aumento de brillo dependerá de la inclinación α, y puesto que $\operatorname{sen} 2\alpha$ es máximo para $\alpha = 45^{\circ}$, para esta inclinación la intensidad será máxima.

Si en lugar de considerar los Nicoles cruzados en ángulo recto, los suponemos paralelos; es decir, con sus secciones principales paralelas, la amplitud R correspondiente se obtendrá haciendo $\alpha = \beta$, en la expresión (17) anteriormente establecida, con lo cual se obtiene:

$$R^2 = a^2(1 - \operatorname{sen}^2 2\,\alpha \operatorname{sen}^2 \pi\varphi) .$$

Siendo la intensidad proporcional al cuadrado de la amplitud, si suponemos que los ejes de la lámina interpuesta coinciden con la sección principal del Nicol, se tendrá $\alpha = 0$ y por lo tanto $R^2 = a^2$ lo que quiere decir que la luz seguirá pasando sin alteración. En cambio, si suponemos que α tenga otro valor cualquiera, la intensidad luminosa será la resultante de la superposición de una vibración blanca y de una cromática igual a la que se obtiene con los Nicoles cruzados. Por consiguiente, el efecto resultante será en definitiva la aparición de un color complementario del que se observó cuando los Nicoles estaban cruzados, y para el mismo valor de α. También en este caso la máxima iluminación tendrá lugar cuando el ángulo de inclinación del eje de la lámina es de 45°. Este fenómeno de coloración de la luz blanca en las condiciones señaladas, o polarización cromática, fue estudiado desde 1811 por Francois Arago (1786 - 1853).

5) *Doble refracción accidental o fenómeno de Brewster.*– El fundamento del método fotoelástico es el fenómeno de la doble refracción accidental descubierto primero por David Brewster (1781 - 1868) en 1816. El fenómeno consiste en que no solamente los cuerpos transparentes anisótropos presentan los caracteres de birrefringencia que acabamos de explicar, sino que cuando una pieza de cristal ordinario cualquiera se somete a esfuerzos y se examina con luz polarizada, se observan en la luz que pasa al través de ella, los mismos efectos cromáticos descritos en el párrafo anterior.

Existen hoy varios productos que permiten comprobar este fenómeno muy fácilmente, entre ellos la nitrocelulosa, substancia que presenta al ser sometida a esfuerzos una gran reacción óptica, y que, además, es fácil de cortar, lo cual permite darle a su contorno la forma necesaria.

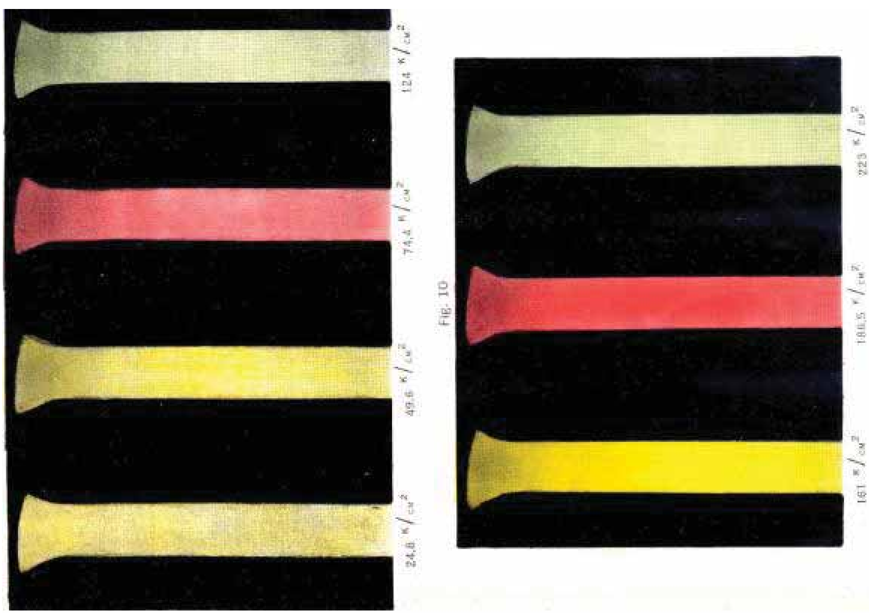


Figura 9

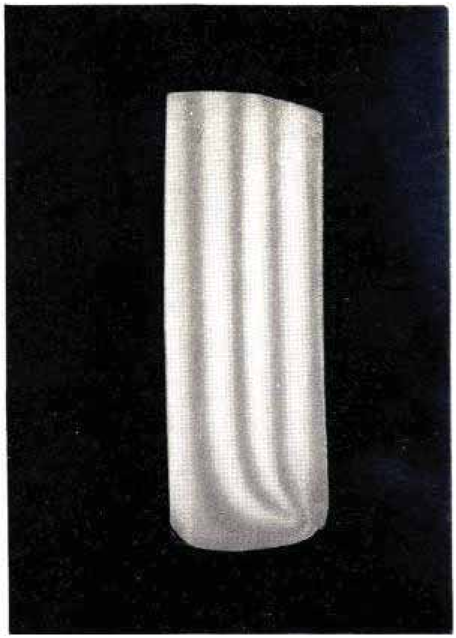


Figura 10

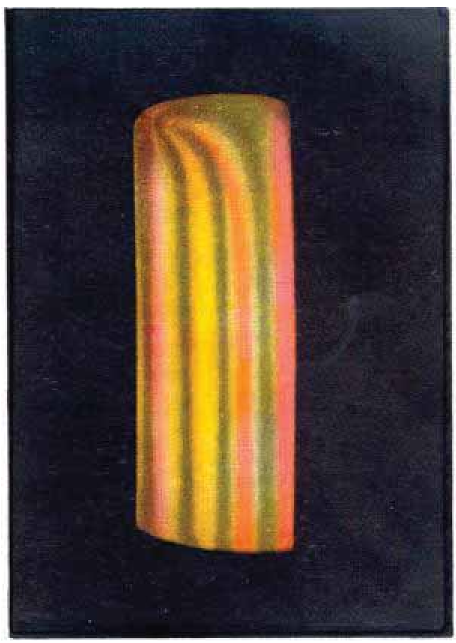


Figura 11

Si entre dos Nicoles cruzados interponemos una lámina de esta substancia, la luz seguirá extinguida, pero tan pronto como apliquemos algún esfuerzo en sus extremos, la luz reaparecerá presentando cierta coloración cuyo tinte e intensidad variarán a medida que aumenta el esfuerzo aplicado. Se deduce de aquí la posibilidad de establecer una equivalencia entre el color observado y el esfuerzo a que está sometida la pieza. En efecto, aplicando esfuerzos de tracción a los extremos de un prisma de nitrocelulosa, hemos podido formar el siguiente cuadro de la figura 9.

La explicación del fenómeno anterior es la misma dada anteriormente para la polarización cromática: o sea que las dos vibraciones emergentes del analizador presentan una diferencia de fase:

$$\varphi = \frac{e}{\lambda}(n'' - n') = \frac{1}{T}\left[\frac{e}{c''} - \frac{e}{c'}\right] \ .$$

Ahora bien: experimentalmente se ha establecido que la diferencia entre la velocidad c'' y c' del rayo luminoso es proporcional a la diferencia entre las tensiones principales; por consiguiente, teniendo en cuenta que la diferencia entre las velocidades de la luz extremadamente pequeña, podemos poner:

$$\frac{1}{T}\left[\frac{e}{c''} - \frac{e}{c'}\right] = \frac{e}{T}\left[\frac{c' - c''}{c''c'}\right] = \frac{e}{T}\left[\frac{c' - c''}{c''}\right] = \frac{P}{\lambda}(n_x - n_y) \ ,$$

en que P depende del espesor de la lámina y de las propiedades físicas de la materia de que se compone. Wertheim encontró, según comunicación hecha en 1854, la ley que relaciona esta diferencia entre las tensiones o esfuerzos principales, el espesor e de la lámina y el coeficiente K de elasticidad óptica del material de que se compone. Según la ley de Wertheim la diferencia lineal de fase está dada por la expresión:

$$e\frac{n_x - n_y}{K} \ ; \tag{19}$$

luego la diferencia angular, o el valor de $2\varphi\pi$ será

$$2\pi\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}e\frac{n_x - n_y}{K} \ ;$$

luego:

$$\pi\varphi = \frac{\pi(n_x - n_y)}{\lambda K}e \ .$$

Obtenida la relación anterior repasemos los fenómenos de polarización cromática vistos anteriormente, los cuales van a tener ahora una significación práctica. En efecto: si nos valemos de la expresión (18) de la amplitud, obtenida para el caso de Nicoles cruzados:

$$R = a \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} \pi\varphi$$

podemos, suponer aquí también que α por ejemplo, sea nulo. Esto sucederá siempre que los ejes principales de esfuerzos, que ahora vienen a reemplazar los ejes XY de elasticidad de la lámina, coinciden con la sección del polarizador.

En este caso $\operatorname{sen} 2\alpha = 0$ y, por lo tanto, la luz se extingue. Pero también se extinguirá la luz cada vez que se verifique la igualdad $n_x = n_v$ ó $n_x = n_y = 0$ y también cada vez que φ sea igual a un número entero. Según esto, las regiones obscuras que se observen en la proyección, se deberán a una de las siguientes causas:

1º. A que en ese punto los esfuerzos principales son nulos o iguales entre sí. Esto se conoce porque cualquiera que sea la inclinación de los Nicoles, y por consiguiente el ángulo α, dicha región se mantiene en la obscuridad.

2º. A que en ese punto los esfuerzos principales siguen la dirección de las secciones del polarizador y analizador cruzados. Esta causa se distingue de las demás por la circunstancia de que dichas líneas o regiones de sombra se desalojan sobre la figura cuando se varía el ángulo α, o sea la inclinación de los Nicoles con respecto a los ejes principales en dicho punto.

3º. Si se opera con luz monocromática, cada vez que se cumple la relación: $\operatorname{sen} \pi\varphi = \operatorname{sen} n\pi = 0$ la luz se extingue. Por consiguiente, en este caso cada zona obscura indicará que se ha cumplido la igualdad anterior, figura 10. En cambio, el color presentará su máximo de intensidad cuando se verifique la relación:

$$\operatorname{sen}\left[n\pi + \frac{\pi}{2}\right] = 1 \ .$$

Cuando se opera con luz blanca la luz sólo se extinguirá para ciertos colores. Como consecuencia de esto, la luz emergente del polarizador aparecerá coloreada, figura 11, de manera diferente para cada valor del esfuerzo interior desarrollado en la materia transparente. Por otra. parte, en el caso en que se tenga:

$$\operatorname{sen} \pi\varphi = \operatorname{sen}\left[n\pi + \frac{\pi}{2}\right] = 1$$

el color correspondiente adquirirá la máxima intensidad, y las demás ondas, intensidades decrecientes, luego la luz blanca emergente presentará a la salida del analizador el tinte correspondiente a la onda predominante. Se sigue de aquí que para cada diferencia entre los esfuerzos principales habrá una coloración especial cuando se opera con luz blanca.

6) *Leyes fundamentales.*– Los fenómenos descritos en los números anteriores conducen a establecer directamente las siguientes leyes en que se basa el método fotoelástico:

1º Si se trata de un sistema elástico compuesto por piezas prismáticas o por piezas de forma cualquiera, pero dispuestas de tal manera que constituyan con las fuerzas aplicadas un sistema elástico plano, las tensiones interiores son prácticamente independientes de los coeficientes de elasticidad. Sólo habrá que exceptuar los casos en que las fuerzas exteriores aplicadas al contorno de la estructura dependan de dichos coeficientes.

2º Si un rayo luminoso, después de pasar por el polarizador, incide normalmente sobre una placa transparente sometida a esfuerzos, sufre al atravesar la substancia de la pieza una doble refracción, debido a la anisotropía accidental producida por el esfuerzo. Los planos de polarización del rayo ordinario y del extraordinario, son los mismos planos isostáticos de Lamé en el punto que se considere.

3º La diferencia de marcha que presentan ambos rayos emergentes de la lámina, es proporcional al espesor de la lámina y a la diferencia algebraica entre los dos esfuerzos principales a que está sometida la materia transparente de dicha lámina, en el punto considerado.

7) *Empleo de luz polarizada rectilínea.—Curvas isoclinas e isostáticas.*— Hemos dicho que las curvas isoclinas son las bandas negras u obscuras que surcan la superficie de la pieza cuando se hace girar el sistema polarizador y analizador alrededor del rayo luminoso. Como se ha dicho, estas bandas obscuras señalan el lugar de los puntos al través de los cuales las direcciones principales de los esfuerzos guardan una misma inclinación.

Basándose en la anterior propiedad es fácil trazar las *líneas isostáticas* correspondientes. Para esto se considera que entre cada medio espacio a uno y otro lado de cada isoclina, la inclinación de la isostática es constante. Así, pues, las líneas punteadas de la figura 12 encierran espacios de igual inclinación; por consiguiente, para trazar una de estas isostáticas se comienza por trazar una recta mn a partir del punto A elegido, de modo que forme un ángulo de 10º con la vertical. A partir de su extremo n se trazará una nueva recta no con una inclinación de 20º; y así sucesivamente; en el espacio que corresponde a cada isoclina la inclinación de la recta será la misma de la isoclina. De esta manera se obtiene una línea poligonal $mnop$, la cual será aproximadamente la línea isostática que se busca.

De análoga manera se trazarán las líneas isostáticas normales a las anteriores, como la $m'n'o'p'$. Un lado cualquiera de esta línea, como el lado $n'o'$ debe ser normal a la línea no de la región correspondiente a la isoclina de 20º, y así sucesivamente para los otros segmentos.

Es necesario distinguir entre las líneas isoclinas variables y las líneas obscuras que no varían con la inclinación del sistema polarizador analizador. Estas últimas marcan, según se ha dicho, el lugar de los puntos al través de los cuales los esfuerzos principales son nulos o iguales entre sí, caso en el cual cualquier dirección al través de estos puntos puede considerarse como principal. En las fotografías de la Plancha I se observa que la zona obscura señalada con la letra A es invariable, mientras que las demás líneas corresponden a isoclinas variables con la inclinación del polarizador.

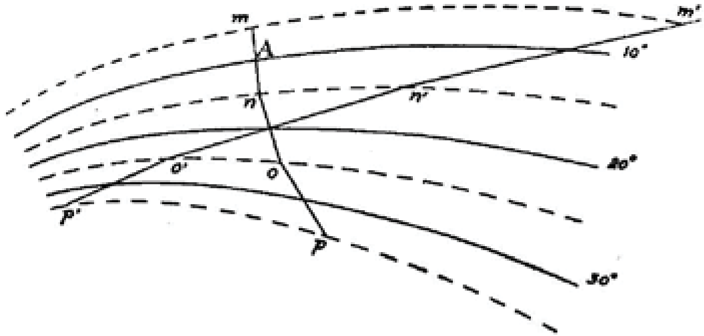


Figura 12

Se presenta también el caso de que dichas regiones obscuras invariables toman la forma de puntos o manchas aisladas que se llaman *puntos singulares.* Cuando estos puntos singulares corresponden a regiones donde los esfuerzos son nulos, se llaman *puntos neutros.*

Como en un punto singular los esfuerzos principales son iguales, es sabido que en tal caso la elipse de esfuerzos se convierte en un círculo, y por lo tanto cualquier dirección pertenece a una isoclina. Se distinguen dos especies de punto singulares: 1º Si al hacer girar el sistema polarizador analizador las tangentes a las isostáticas giran en el mismo sentido de las isoclinas, se tendrá un *punto singular de primera especie, según Friedel* (1)[130]. En un punto de estos (figura 13) las isostáticas se asemejan a las trayectorias de un móvil atraído por el punto singular A. Hay que observar que mientras una isoclina cualquiera AI describe un ángulo de 360º la tangente a la isostática más inmediata de A sólo podrá describir uno de 180º, pues no es posible que esta misma isostática cruce, porque en tal caso en el punto de cruce quedaría indeterminada la dirección de las tensiones principales, y, en consecuencia se tendría muy cerca de A otro punto singular, contra lo que se ha supuesto.

2º El segundo caso es cuando al girar el sistema polarizador analizador en un sentido, las tangentes giran en sentido contrario. En este caso las isostáticas correspondientes se presentarán orientadas en un sentido diferente. Como se ve en la figura 13, dichas isostáticas semejarán la trayectoria de un móvil rechazado por el punto A. Se comprende, además, que habrá algunas direcciones según las cuales las isoclinas coinciden en dirección con las tangentes correspondientes; por consiguiente serán como asíntotas de la trayectoria del móvil ficticio rechazado por el punto A. El conjunto de las isoclinas e isostáticas tendrá la apariencia de la figura y el punto se llama *singular de segunda especie.*

[130] Véase A.Mesnager (1862 - 1933). *Cours de Resistence des Materiaux*, 1911.

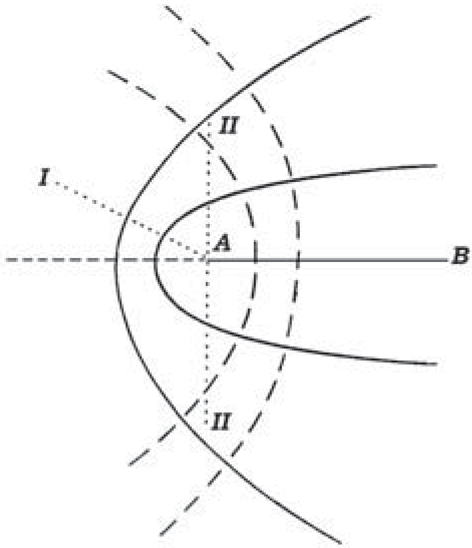


Figura 13

En general los puntos singulares de primera especie o atractivos se localizan en los ángulos entrantes que presentan los perfiles de la estructura, y los puntos singulares de segunda especie o repulsivos en los ángulos salientes.

Volviendo ahora al punto singular de primera especie, observemos que la isostática más próxima de A (figura 13), en el límite constituye una línea doble que será tangente en A a la isoclina que define su dirección; porque si se tiene en cuenta que toda isoclina que cruza una isostática define la dirección de ésta, o sea la de su tangente, la isoclina $II - II$, tangente en A a la isostática doble AB puede considerarse como el límite de las posiciones de la isoclina que pasa por un punto muy cercano de A sobre la isostática. Por lo tanto, en el límite, coincidirá con la tangente a la isostática, y, en consecuencia define ella misma la dirección de esta última línea.

Un punto singular no puede ser parte de primera especie y parte de segunda, porque si al girar el plano de polarización las isoclinas cambian de dirección a partir de una dirección determinada, tendrían éstas que pasar por las posiciones anteriores, y entonces toda la región sería singular, como sucede en el caso de un cuerpo sometido a tensiones de compresión uniforme en todo sentido. Además de esto, si una isostática pasa al través de dos puntos singulares consecutivos, tales puntos tienen que ser de especies diferentes; porque si fueran de la misma especie, al girar el polarizador en determinado sentido, las isoclinas que pasan por estos puntos girarían en el mismo sentido ambas, lo cual daría lugar a que dos isoclinas del mismo sentido se cruzaran entre los puntos indicados, y en consecuencia, en este lugar debería existir otro punto singular, contra lo supuesto anteriormente.

Se pueden encontrar también curvas formadas de puntos singulares, por ejemplo, el eje neutro en una viga prismática sometida a un momento constante o el contorno de un cilindro comprimido por fuerzas directamente opuestas.

En el contorno de los cuerpos se presenta el fenómeno de puntos singulares con respecto a los cuales no todas las direcciones son principales. Esto sucede principalmente en los puntos de aplicación de las fuerzas, donde suelen presentarse isoclinas en forma de bucle, en cuyo punto de cruce se presenta la singularidad anotada. Sucede también que a partir de un punto singular salen dos isoclinas aisladas formando entre sí un ángulo recto y confundidas con las isostáticas. En este caso, habrá una familia de isostáticas formando círculos concéntricos al punto, y radios que parten del punto singular.

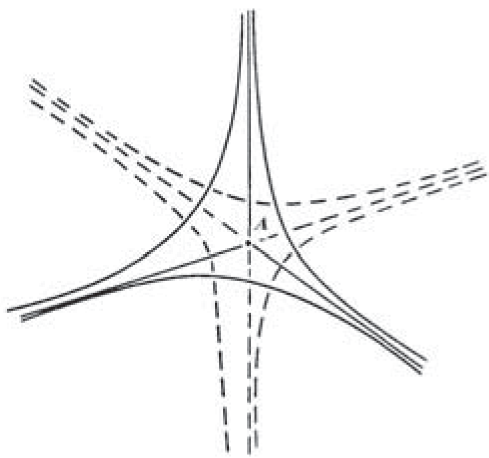


Figura 14

8) *Empleo de la luz polarizada circular y elíptica. Curvas isocromas.*—Las curvas isostáticas anteriormente estudiadas nos pueden dar una indicación segura acerca de la dirección de los esfuerzos principales en cada punto, mas es preciso determinar la magnitud de estos esfuerzos.

Hemos visto anteriormente que además de las curvas isoclinas aparecen en la pantalla otra serie de curvas, Plancha II, que no varían con los planos de polarización, y que presentan coloraciones diversas cuando se emplea la luz blanca, en proporción a la diferencia de las tensiones que se ejercen a lo largo de ellas (ley de Wertheim). Indicamos también en la primera parte de este estudio la serie de colores que pueden obtenerse según los esfuerzos que obran o la diferencia entre estos esfuerzos. La zona obscura que se presenta constantemente en el eje neutro de una pieza prismática sometida a flexión constante, Plancha II, pertenece naturalmente a este grupo de líneas, pues puede ser considerada como la isocroma proveniente de una diferencia de tensiones principales nulas.

El procedimiento más simple para determinar la magnitud de los esfuerzos, consiste en aplicar un esfuerzo conocido a una pieza transparente del mismo material del modelo, y anotar la coloración obtenida, para compararla luego con la que presenta el modelo que se estudia. Así se puede formar una escala de colores que servirá para cualquier otro ensayo con el mismo material, y nos dará la diferencia entre las tensiones principales. Sólo en aquellos puntos del modelo donde uno de los esfuerzos principales es nulo, se obtendrá directamente el esfuerzo principal. Esto sucede generalmente en los bordes de las estructuras, donde afortunadamente el único esfuerzo existente es el máximo. Para los demás puntos se obtendrá únicamente la diferencia entre los esfuerzos principales; por consiguiente, será preciso obtener por un procedimiento distinto la suma de estos esfuerzos a fin de poder deducir cada uno de ellos.

No obstante, la sencillez del método anterior, se presentan dificultades de orden práctico que obligan a complementarlo. En primer lugar, surge la dificultad de que las líneas isoclinas o bandas obscuras dificultan la observación de las isocromas. Mas si se tiene en cuenta que las isoclinas barren toda la superficie del modelo cuando los planos de polarización se hacen girar alrededor del rayo luminoso, mientras que las isocromas permanecen invariables, se comprende que podrían hacerse desaparecer del campo visual aquellas bandas, con imprimirles a los planos de polarización una velocidad conveniente alrededor del rayo luminoso. No obstante, este método trae consigo dificultades grandes de orden práctico; por tal motivo se ha preferido imprimirles esa velocidad de rotación al plano de polarización de la luz, y no al aparato. Esto se consigue empleando la luz polarizada circular o elíptica, en lugar de la luz polarizada en un plano.

Hemos visto, en efecto, que la luz que pasa por el polarizador tiene localizadas sus vibraciones en la sección principal de éste, y la elongación de tales vibraciones estará dada en cada instante por la siguiente expresión:

$$u = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t$$

Si consideramos dos de estas vibraciones localizadas en planos rectangulares, y que tengan el mismo período, pero en lo general una diferencia de fase determinada, la resultante del movimiento de la partícula será en general una elipse. Así, por ejemplo, si la elongación sobre el eje de las X y de las Y, está dada por las ecuaciones siguientes, respectivamente:

$$x = a \operatorname{sen} 2\pi \left[\frac{t}{T} - \varphi\right] \qquad y = a \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T};$$

eliminando a t entre estas dos expresiones se tiene la ecuación de la trayectoria descrita por el punto vibrante, la que estará representada por la expresión:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - 2\frac{xy}{a^2} \cos 2\pi\varphi = \operatorname{sen}^2 \pi\varphi. \qquad (20)$$

La representación geométrica de esta ecuación depende del valor que se le asigne a $2\pi\varphi$. Podemos hacer a este respecto las siguientes hipótesis:

Primera: $2\pi\varphi = 0$

En este supuesto, la ecuación anterior se reduce a la siguiente: $(x - y)^2 = 0$ es decir: $x = y$, que es la ecuación de una línea recta.

Se puede representar este movimiento por medio de la rotación de dos vectores U y V (figura 15), cuya longitud sea igual a la máxima elongación a de las vibraciones x e y, y los cuales están sujetos a girar alrededor del punto O, origen de coordenadas, en el sentido de la flecha. La proyección de U sobre el eje X y de V sobre el eje Y, serán a cada instante las coordenadas del punto vibrante.

Llamaremos diferencia de fase a la diferencia entre los ángulos β y α que forman U y V, respectivamente, con los ejes Y X en el sentido indicado en la figura. Si, como lo hemos supuesto, esta diferencia es nula, o sea $2\pi\varphi = o$ quiere decir que $x = y$. Se deduce de esto que las proyecciones de los índices U y V, serán a cada momento las coordenadas de un punto M de la diagonal BD (figura 15–a), que es la línea recta a que se reduce la ecuación (20). Es entendido que los vectores girarán manteniendo invariable el ángulo que forman entre sí, el cual, en el caso contemplado es de $\frac{\pi}{2}$.

La segunda hipótesis es:

$$\frac{\pi}{2} > 2\pi\varphi > 0.$$

Según el supuesto anterior, la ecuación (20) representa una elipse que será recorrida por el punto vibrante en el sentido señalado por la flecha. En este caso los dos vectores cuya rotación reproduce el movimiento (figura 15–b) forman entre sí un ángulo superior a $\frac{\pi}{2}$ pero inferior a π. Además, el ángulo α que mide a cada instante la fase del movimiento, difiere de β en un ángulo constante inferior a $\frac{\pi}{2}$ el cual hemos llamado diferencia de fase [131].

[131] Téngase en cuenta en este caso que la diferencia de fase será la suma de estos dos ángulos.

La tercera hipótesis es: $2\pi\varphi = \dfrac{\pi}{2}$.

Al reemplazar el valor anterior en la ecuación (20) se tiene:

$$x^2 + y^2 = a^2$$

que es la ecuación de un círculo.

Los vectores que representan ahora el movimiento están en línea recta, por la razón de que β es igual a $\alpha - \dfrac{\pi}{2}$ (figura 15–c). Las proyecciones de los índices son evidentemente las de un punto M de la circunferencia descrita por la partícula vibrante en el sentido indicado.

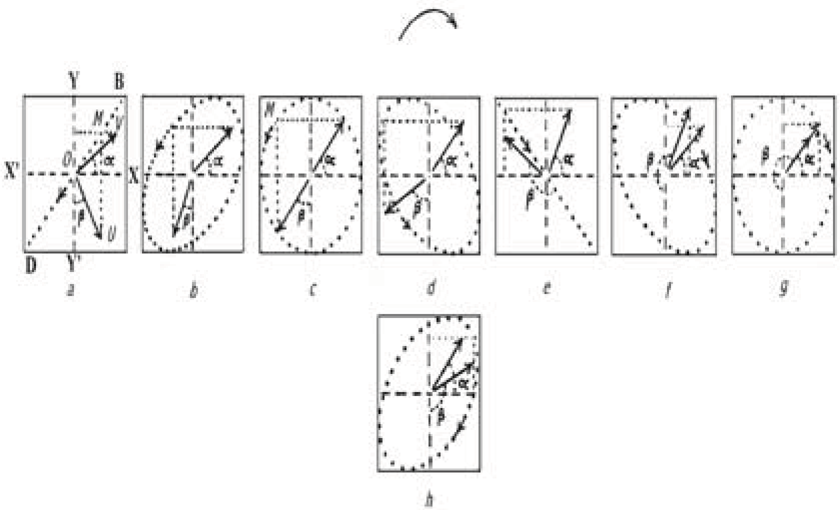


Figura 15

En cuarto lugar se puede poner: $\dfrac{\pi}{2} < 2\pi\varphi < \pi$. La ecuación (20) nos dará también una elipse inclinada hacia la izquierda y recorrida hacia la izquierda. La disposición de los vectores es en este caso la que se ve en la figura 15–d.

Las hipótesis 5^{a}, 6^{a}, 7^{a}, y 8^{a} están representadas en las figuras e, f, g, h.

Como se ve, a partir de esta última hipótesis se vuelven a reproducir los casos ya vistos.

Se comprende, después de lo anterior, que si hacemos incidir la luz polarizada emergente del polarizador sobre una lámina de micra cuyos ejes estén inclinados a 45° con los del polarizador, y cuyo espesor cumpla la condición:

$$e(n'' - n') = \frac{1}{4}\lambda_a$$

en que λ_a expresa la longitud de onda correspondiente a la luz amarilla, por ejemplo. La luz emergente se propagará según los planos de los ejes principales y acusará, como lo hemos visto, una diferencia de fase igual a

$$\varphi = \frac{e}{\lambda}(n'' - n') = \frac{1}{4}\frac{\lambda_a}{\lambda}$$

Si se trata de luz incidente monocromática amarilla, en que $\lambda_a = o^{\mu}, 5$ se tendrá:

$$\varphi = \frac{e}{\lambda}(n'' - n') = \frac{1}{4}$$

Es decir, el rayo emergente de la lámina estará polarizado circularmente. No obstante, si en lugar de considerar la luz amarilla, operamos con luz roja, en que $\lambda = o^{\mu}, 6$ se obtiene:

$$\varphi = \frac{1}{4}\frac{o,5}{o,6} = \frac{1}{4}o,83,$$

o sea muy próximamente igual a 1/4; luego si se opera con luz blanca se obtendrá una luz polarizada circularmente también blanca, aunque algo impura por la mayor proporción que tendrá de ciertos colores.

La luz polarizada circularmente, obtenida por el método anterior, es la que se hace incidir luego sobre la pieza que se ensaya. Estudiemos, pues, qué fenómenos se presentan cuando esta luz atraviesa el modelo transparente, que presenta un estado de birrefringencia accidental, por razón del esfuerzo a que está sometido.

Al incidir la luz sobre el modelo se descompone según dos direcciones en cada punto, que son las de los ejes principales de esfuerzos. Cualquiera que sea la dirección de estos ejes principales de esfuerzos, la luz se seguirá propagando según vibraciones localizadas en los planos correspondientes a estos ejes, y tales vibraciones acusarán una diferencia de marcha que dependerá de la diferencia entre los esfuerzos principales únicamente. Como se comprende, ya no hay lugar a que aparezcan isoclinas, porque cualquiera que sea la dirección de los ejes principales, siempre emergerá luz, debido a que la vibración no está localizada solamente en un plano, sino describe un círculo, de manera que la luz emergente del modelo presentará los diferentes casos de polarización elíptica estudiados anteriormente, según el retardo impuesto por los esfuerzos a que se someta la pieza en cada punto. Así, pues, según el retardo en octavos de onda, se tienen los siguientes casos de polarización, que se explican sencillamente a partir de la misma representación vectorial utilizada anteriormente.

En efecto, la figura 16 representa el trayecto del rayo luminoso, y explica las modificaciones que sufre en este trayecto. Además, hemos tratado de mostrar el detalle de dichas modificaciones, utilizando la representación vectorial antes explicada. Según esta última figura, la luz emerge del polarizador vibrando en el plano de polarización. P-P, e incide sobre la lámina L de 1/4 de onda, la cual, según hemos visto, transforma la vibración plana en vibración circular, como se ve en la figura. La luz emergente de la lámina L, es la que penetra en el material transparente del modelo ensayado M, donde se producirán diversos casos de polarización según la magnitud de la diferencia entre los esfuerzos principales. Así, por ejemplo, si el retardo es nulo, o si es igual a un número entero de longitudes de onda, como se ve en los dos casos extremos señalados en M, la luz emergente de la pieza seguirá polarizada circularmente en el mismo sentido de la luz incidente. Esto se comprueba, por otra parte, en el valor que tiene la diferencia de fase $2\pi\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ como se indica bajo la figura correspondiente. Es sabio, por otra parte, que tal cosa sucederá cuando las tensiones principales son iguales, o cuando son nulas.

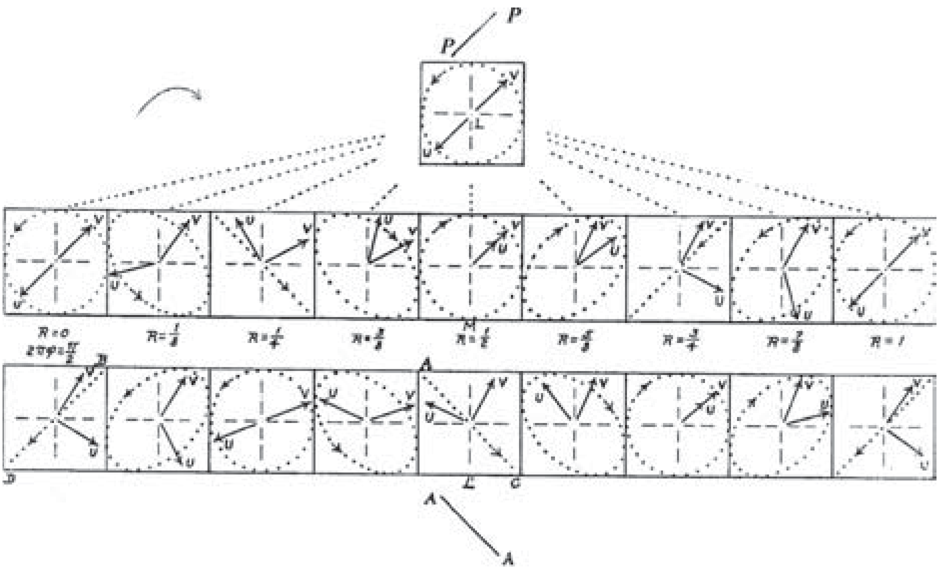


Figura 16

Si el retardo es de un número impar de medias longitudes de onda, $R = \dfrac{1}{2}$ como se ve en la figura, y la luz aparecerá polarizada circularmente, pero en sentido contrario al de la luz incidente. Para fracciones intermedias de longitud de onda, la luz emergerá polarizada en forma elíptica o plana, como está indicado.

Después de pasar por la pieza que se ensaya, la luz incide en la otra lámina 1/4 de onda L' cuyo eje forma un ángulo de 90° con el eje de la lámina anterior L y después incide en el analizador A. El resultado obtenido al atravesar la lámina

L' está indicado en la figura, en frente de cada uno de los casos que puede presentar el modelo M, según se acaba de explicar. Como se ve al examinar la representación vectorial, el efecto de dicha lámina L' consiste en disminuir 1/4 de onda la diferencia de fas que traía el rayo luminoso. Por consiguiente, si el rayo emergente del modelo está polarizado circularmente, en el mismo sentido de la luz inicial, el ángulo π de los vectores disminuirá a $\frac{\pi}{2}$ por efecto de la lámina L', lo que quiere decir que el rayo emergente de dicha lámina L' estará polarizado según el plano diagonal BD. Ahora bien: como este plano diagonal es perpendicular al plano $A - A$ del analizador, en el caso apuntado no pasará la luz por el analizador. Luego la luz se extinguirá cuando el retardo impuesto por las fuerzas que solicitan el modelo sean de un número entero de longitudes de onda, o cuando los esfuerzos interiores sean nulos.

En cambio, si la luz circular emergente del modelo es de sentido contrario al que tenía el rayo inicial, el efecto de la segunda lámina L' consistirá en reducir la polarización al plano diagonal $A\ C$, paralelo al plano $A\ A$ del analizador, y entonces, la luz pasará íntegramente; es decir, la luz emergente del analizador presentará el máximo de iluminación.

Entre los dos fenómenos límites anteriores, la intensidad luminosa y la amplitud de la vibración varían según la ley del seno. Por consiguiente, si se emplea luz roja, la pantalla mostrará regiones de sombra donde los esfuerzos principales son nulos o iguales entre sí, y diferentes grados en el color rojo a medida que varíe la diferencia entre los esfuerzos principales, de modo que corresponderá el rojo más intenso para la mayor diferencia.

Igual cosa sucederá para cualquier otro color, pero cada color sufrirá retardo diferente para cada diferencia de esfuerzos. La consecuencia de esto es que el conjunto de las bandas de un color no aparecen sobrepuestas a las correspondientes a otro color, sino que aparecen corridas o desplazadas, lo cual, cuando se opera con varios colores, da por resultado que aparezcan una serie de colores, en lugar de una banda obscura o brillante. A medida que se acentúa la diferencia entre los esfuerzos, los colores aislados se separan cada vez más, y, por lo tanto, se obscurecen. La serie que se presenta, en el caso de que se emplee la celulosa como substancia transparente se puede describir como sigue: negro, amarillo de paja, anaranjado, rojo, azul verdoso, nuevamente amarillo de paja más brillante, anaranjado, rojo, verde, etc., estos últimos colores más brillantes.

Por el procedimiento descrito anteriormente se obtendrá una serie de líneas de diferentes colores cuando se opera con luz blanca (Plancha II). las bandas de un solo color son las líneas isocromáticas que acusan el lugar de los puntos donde la diferencia entre los esfuerzos principales es una misma. La intensidad del color es proporcional, como lo hemos visto, a esta diferencia. Dando, pues, como posible que se pueda apreciar con suficiente exactitud el tinte del color, sólo obtendríamos la diferencia entre los esfuerzos principales, según se dijo atrás. También se dijo allí mismo, que en ciertos puntos de la estructura, casualmente los más fatigados, el color indica la magnitud del esfuerzo allí existente, debido a que uno de los esfuerzos principales es nulo en esos lugares. Esto sucede en los bordes libres de las piezas ensayadas, donde, en consecuencia, la coloración que presenta es directamente proporcional al esfuerzo.

9) *Métodos para la evaluación de los esfuerzos principales.*—Corregida la dificultad anotada antes, debida a la presencia de las bandas obscuras, o isoclinas, se presenta otra nueva dificultad práctica para la evaluación de la diferencia entre las tensiones, que radica en que es muy difícil, por no decir imposible, apreciar la intensidad del color, aunque éste se presente en toda su pureza, desembarazado de las isoclinas. Esta dificultad ha conducido a buscar otros métodos menos inexactos que la apreciación pura y simple del color, entre los cuales citaremos el método de reducción a cero, o de compensación.

Consiste este procedimiento esencialmente en oponer al efecto que se estudia, otro de sentido contrario, capaz de anularlo ópticamente, y, por otra parte, fácilmente mesurable.

Se necesita, por consiguiente, un dispositivo que permita anular a voluntad la diferencia de fase causante del color en cada punto. Esto se consigue principalmente de dos maneras: una *natural*, o enteramente óptica, que consiste en utilizar un prisma compensador de cuarzo, llamado compensador de Babinet, cuyo espesor se puede hacer variar a voluntad; y otra artificial, que se funda en el simple hecho de oponer al punto estudiado, otra pieza de material idéntico al que se ensaya, y sobre la cual se pueda producir un efecto contrario, aplicándole un esfuerzo simple, que neutralice ópticamente el de la pieza ensayada, y que se pueda medir. Este último método de compensación se llama *artificial*, y es el que se utiliza en el laboratorio de la Facultad de Ingeniería.

El compensador consiste, esencialmente, en un marco, Plancha III-A, en el cual se puede montar una barrita del mismo material del modelo, es decir, de celulosa, por ejemplo, que tendrá también igual espesor que el modelo, y que se someterá a un esfuerzo de tracción mesurable por medio de un pequeño dinamómetro D. El marco está dotado de un mecanismo que permite colocar la pieza en cualquier posición, y medir el ángulo correspondiente de la barra. Este compensador se coloca entre dos condensadores a fin de que la imagen de la pieza compensadora se vea en la pantalla sobrepuesta al modelo ensayado, en el punto que se ha elegido, Plancha I-P.

Para aplicar el método, se comenzará por elegir una curva isocroma que presente algún punto favorable para el estudio, como, por ejemplo, el sitio donde encuentre un borde de la lámina. Sea A este punto (figura 17), y consideremos que sobre el espacio *abcd*, en el borde de la pieza no hay ningún esfuerzo tangencial. En este caso tampoco habrá esfuerzo alguno en el plano $abc'd'$, perpendicular al anterior (Véase “Revue d’optique”, La Photo-élasticimétrie, par M. G. Delanghe). Se deduce de aquí que las superficies señaladas son los elementos isostáticos relativos al punto A, y que sobre uno de ellos, el $abcd$, no hay esfuerzo alguno, mientras que sobre el otro —la superficie $abc'd'$—, existe un esfuerzo p que es el que se trata de medir. Hemos visto antes que la luz, al atravesar la pieza por este punto A, se dividirá en dos vibraciones, según los planos isostáticos anteriores, y que tales vibraciones emergerán con una diferencia de fase φ que es proporcional al producto del espesor de la lámina, por la diferencia entre las tensiones, o sea el mismo valor p. Si se coloca, por consiguiente, la pieza compensadora de manera que su eje sea perpendicular al plano $abcd$ del borde de la lámina ensayada, sucederá que la tensión aplicada a la lámina será perpendicular a la tracción principal que sufre la superficie $abc'd'$. En esta posición los planos de polarización de la pieza compensadora formarán un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ con los de la pieza ensayada, y la luz que emerge de esta última, con una diferencia de fase dada, al salir del compensador no presentará diferencia ninguna de fase si se le aplica a éste un esfuerzo p idéntico al esfuerzo que sufre la pieza en el punto A. Esto quiere decir que la luz se extinguirá en la pantalla para el punto A, al pasar por el analizador.

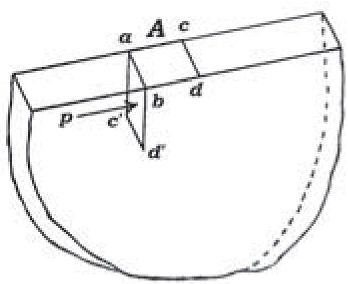


Figura 17

Si en lugar de un esfuerzo de tracción obrara en el punto A un esfuerzo de compresión, el compensador se deberá colocar paralelamente a dicho esfuerzo, o sea tangencialmente al borde de la pieza, pues en este caso el plano de polarización del rayo extraordinario gira en un ángulo $\frac{\pi}{2}$ cuando la tensión se cambia en compresión.

Se comprende que el método anterior puede aplicarse en cualquier punto de la pieza; pero en tal caso será preciso conocer de antemano la dirección de las isostáticas en dicho punto, a fin de orientar el eje del compensador según la dirección del esfuerzo principal menor. No obstante, si se emplea la pieza compensadora descrita anteriormente, no es preciso conocer anticipadamente las direcciones de las isostáticas en el punto, sino basta darle a la pieza una tensión cuyo color sea semejante al de la luz en ese sitio, y luego superponer el compensador haciéndolo girar hasta que se extinga la luz. Obtenida la extinción de la luz en estas condiciones, el esfuerzo aplicado al calibrador nos dará el valor de la diferencia:

$$n_x - n_y \ .$$

Sólo nos resta, para conocer los esfuerzos, encontrar por algún otro medio la suma de los mismos esfuerzos. Esto se consigue, en el aparato de que dispone la Facultad, empleando un procedimiento mecánico, basado en la medida de la deformación transversal correlativa del esfuerzo que sufre la pieza en el punto estudiado. La experiencia demuestra, en efecto, que los esfuerzos directos de tracción y compresión producen una deformación según su propia dirección, y una deformación de sentido contrario, según todas las direcciones normales a la del esfuerzo directo. Es sabio que dentro de los límites elásticos, la relación entre la deformación transversal y la longitudinal es constante para un material terminado, y se designa por la notación $1/m$, llamada relación de Poisson (1)[132].

Se estudia también en Resistencia de Materiales (2) que entre las deformaciones unitarias, tomadas paralelamente a tres ejes coordenados, y los esfuerzos principales correspondientes, se tienen las siguientes relaciones:

$$a_x = \frac{n_x}{E} - \frac{1}{mE}(n_y + n_z)$$

$$a_y = \frac{n_y}{E} - \frac{1}{mE}(n_x + n_z)$$

$$a_z = \frac{n_z}{E} - \frac{1}{mE}(n_x + n_y)$$

en las cuales, $1/m$ es la relación de Poisson, y E el módulo de elasticidad longitudinal.

Si en las relaciones anteriores hacemos n_z igual a cero; es decir, suponemos que exista un estado elástico plano, la deformación transversal a_z se puede escribir, haciendo $n_z = o$ en la última de las relaciones anteriores, y multiplicando por el espesor inicial e de la lámina:

$$\Delta e = e a_z = -\frac{e}{mE}(n_x + n_y) \ .$$

Basta, por consiguiente, medir la variación de espesor Δe y conocer los valores $1/m$ y E, para deducir muy sencillamente la suma algebraica de los esfuerzos.

[132] Carrizosa, V. J. (1948). *Resistencia de materiales*. Bogotá Editorial Minerva, pág. 54.

Si se emplea, por ejemplo, la nitrocelulosa, según E. G. Coker (*The Stress-Strain Properties of Nitro-Cellulose and the Law of Its Optical Behaviour*)[133], se puede aceptar para esta substancia $m = 2{,}5$ y $E = 300000$ libras por pulgada cuadrada, si se utilizan láminas de 0,2 de pulgada de espesor. Despejando de la expresión anterior, el valor del incremento de espesor, y reemplazando en la nueva fórmula los valores anteriores, se tiene:

$$\Delta e = \frac{2}{7500000}(n_x + n_y) \ .$$

Ahora bien: si aspiramos a poder medir incrementos hasta de 5 lbs. por pulgada cuadrada, reemplazando en la fórmula anterior la suma de los esfuerzos por esta última cifra, obtendremos la variación mínima de espesor que será necesario medir a fin de llegar a esta aproximación. Esta variación de espesor será:

$$\Delta e = \frac{1}{75000} \ .$$

O sea, algo más de una millonésima de pulgada. El aparato empleado para medir esta variación tan pequeña de espesor es el extensómetro del Prof. Coker. Consiste este aparato en un hierro A en forma de U (figura 18), el cual mantiene de un lado una espiga provista de tornillo micrométrico que permite efectuar medidas hasta de 1/40000 de pulgada; y del otro lado otra espiga D móvil, que modifica por intermedio de una palanca amplificadora E, la orientación de un espejo F, el cual recibe un haz luminoso de una lamparilla H, y lo refleja sobre un tambor G situado a distancia conveniente.

La pieza B que se desea ensayar, va colocada entre las dos espigas, de manera que cualquier variación de su espesor, se traduce en un desalojamiento de la espiga D, y, por consiguiente, de la imagen luminosa obtenida sobre el tambor. La amplificación es de tal magnitud, que basta un desalojamiento de una millonésima de pulgada en la espiga D para que dicha imagen sufra un desalojamiento de 1/50 de pulgada, el cual es apreciable sobre la superficie del cilindro G (V. también Plancha III).

El cilindro G facilita notablemente el trabajo cuando se trata de verificar un número crecido de lecturas. Basta enrollar sobre su superficie lateral un pliego de papel cuadriculado, en el cual las líneas verticales se hace que correspondan a los puntos elegidos sobre una línea determinada del modelo, a una distancia de 1/10 a 1/20 de pulgada entre sí, por ejemplo. Una vez colocado el aparato con las puntas de las espigas sobre uno de los puntos de la línea anterior, que puede ser el primero de la línea del modelo, se anota la señal luminosa correspondiente sobre una de las verticales del papel, la que se hace coincidir al efecto, imprimiéndole al tambor un movimiento de rotación. Esta operación se repite para cada punto,

[133] E.G. Coker *The Stress-Strain Properties of Nitro-Cellulose and the Law of Its Optical Behaviour*, 1921. Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A

hasta obtener la serie de posiciones ABC (figura 19). Como se ve, resultará de la unión de estos puntos, seguramente una línea irregular debido a los defectos de espesor inevitables en la plancha de material empleado, dado el límite de apreciación de las medidas. Si después de obtener la línea anterior, se aplica la presión, y se pasa el instrumento de nuevo por la misma línea, se obtendrá una nueva curva, diferente de la anterior, la cual presentará, con relación a cada uno de los puntos de aquella, un desalojamiento AA', directamente dependiente de la variación de espesor, y proporcional a la suma $n_x + n_y$ de las tensiones principales en dicho punto, según se ha dicho.

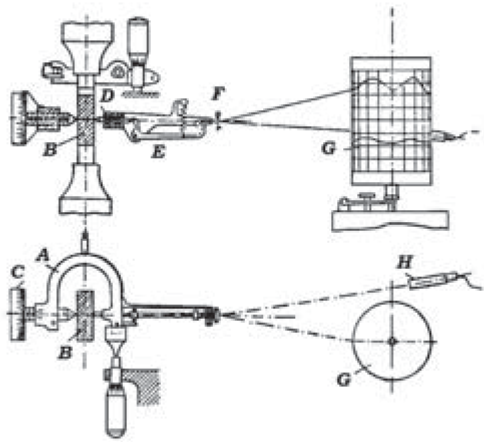


Figura 18

Para no tener que utilizar el módulo de Poisson, ni el módulo de elasticidad longitudinal del material se pueden comparar los desalojamientos anteriores con los que se obtengan en una barra testigo, hecha del mismo material del modelo, y que se someterá a esfuerzos de tracción conocidos por medio de un aparato, consistente, Plancha III, en un tornillo que, al ser accionado por una rueda K aplicará un esfuerzo de tracción en C a la barra allí colocada. Los esfuerzos de tracción son medidos por un dinamómetro L. Además, el aparato permite la aplicación cómoda del extensómetro, como se puede apreciar en la figura. Con las medidas hechas por este medio se puede dibujar en el mismo papel cuadriculado una escala T (figura 19), la cual nos permitirá encontrar la equivalencia en kilos o libras de la deformación registrada por el aparato directamente en el modelo.

En la misma Plancha III se ve la mesa donde se efectúan las medidas anteriores, por medio del cilindro G y el foco de luz H. A la derecha se distinguen los dos bancos empleados para ensayos fotoelásticos en nuestro laboratorio.

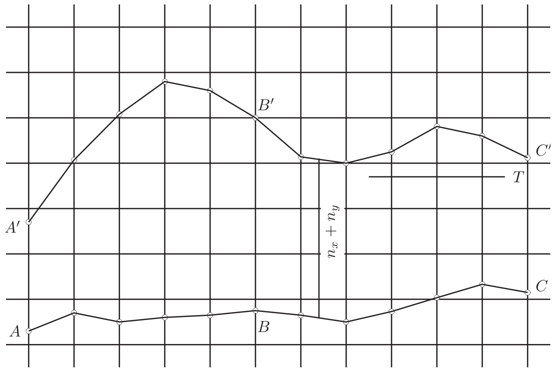


Figura 19

Por medio de la exposición anterior ha sido nuestro deseo dar una idea clara y resumida sobre el fundamento científico y la práctica de las medidas fotoelásticas con los aparatos empleados entre nosotros. Quien desee profundizar en esta interesante aplicación de la física de la luz puede consultar la ya extensa bibliografía que existe al respecto. Para el breve resumen anterior, hemos tenido a la vista las siguientes publicaciones:

1. General Electric Review. Photo-elasticity for engineers. By E. G. Coker.
2. Cours de Resistance des Matériaux, par A. Mesnager. (En esta obra se encuentra una extensa relación bibliográfica sobre el particular).
3. Engineering News Record, Aug. 11-1938. Photoelastic analysis Broadened by E. K. Timby.
4. Schweizerische Bauzeitung. 22 de mayo de 1937.
5. Die neuen Einrichtungen des Photoelastischen Laboratoriums and der Eidg. Techn. Hochschule und an der Eidg. Material profungsanstalt von F. Tank, R. V. Baund und E. Schiltknecht.
6. La Théorie de l'Elasticité bidimentionnelle par Maurice Bricas. (En esta obra se encuentra una completa relación bibliográfica).
7. La investigación de las tensiones elásticas mediante la luz polarizada, por Raul Buich.
8. Journal of the Royal Society of Arts. Septiembre 9, 16 y 23 de 1927.
9. Photo-elastic measurements of the Stress distribution in tension members used in the testing of materials, by Professor Coker.
10. Reports on the action of cuttin tools, by Professor E. G. Coker. Proceedings of the meeting of the Institutions of Mechanical engineers. Londres, 1925.
11. Festigkeitslehre Mittles Spannungsoptik, von Ludwig Föppl-Heinz Neuber.
12. Revue d'Optique théorique et instrumentale. Junio a agosto de 1928.

PLANCHA I

(Figuras 1,2 y 3-Fotografías referentes a una estructura del Estadium Municipal. Figura 4-Modelo de arco sometido a cargas verticales).

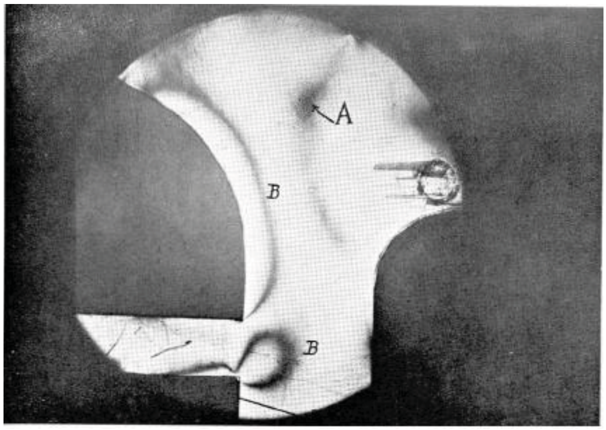


Figura 1

Parte superior de las columnas centrales. Fotografía con luz polarizada elíptica blanca. Las líneas obscuras **B** son regiones isocromas que salen obscuras en la fotografía.

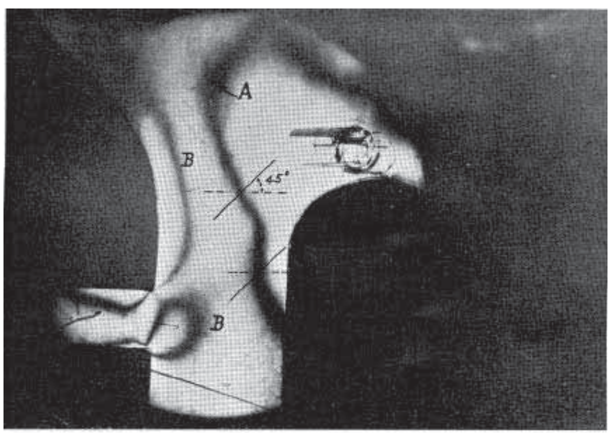


Figura 2

La misma fotografía anterior pero con luz polarizada plana. Las líneas obscuras que no figuran en la fotografía anterior son las isoclinas a 45°.

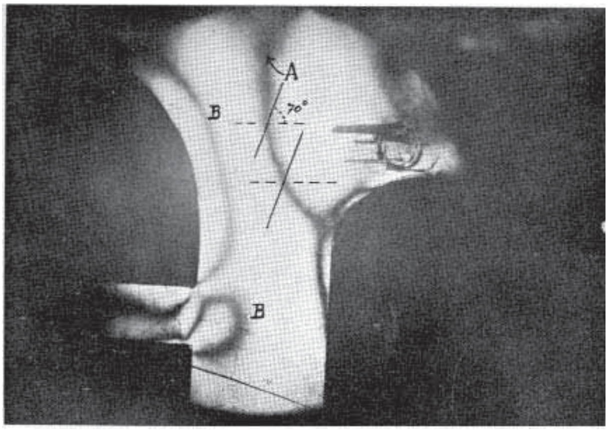


Figura 3

La misma fotografía, pero con los Nicoles inclinados a 70°.

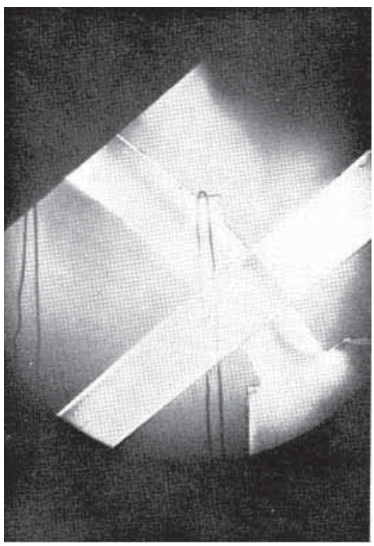


Figura 4

La barra transversal pertenece al compensador. La región de sombra que aparece en el compensador sobre el arco, indica que el esfuerzo de tracción aplicado al compensador produce exactamente la extinción de la luz en esa región.

PLANCHA II

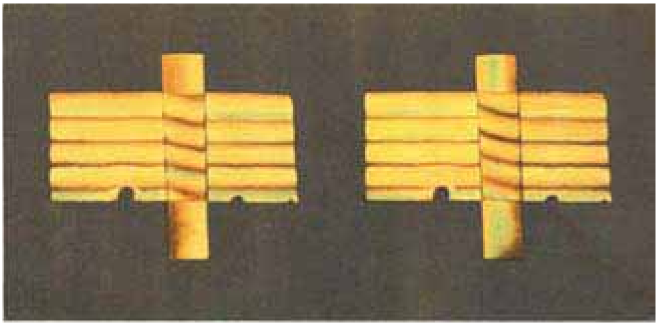


Figura 5

A izquierda se ve la parte de una viga prismática recta sometida a un momento de flexión constante. Obsérvese que las líneas isocromas son horizontales como lo indica la teoría. La barra vertical pertenece al compensador y está sometida a una tracción de 35 kilos. Como se ve, la compensación se verifica en la banda rosa inferior antes del verde claro. La línea obscura del centro corresponde al eje neutro. A derecha se ve la misma viga prismática sometida un momento constante; pero el compensador está a 51 kilos. Se ve que la compensación se verifica más abajo que en el caso anterior, hacia el verde claro.

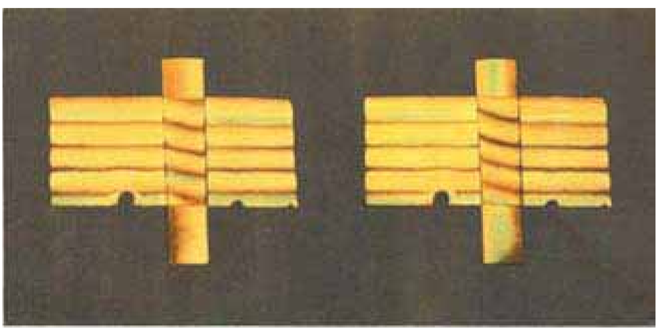


Figura 6

A izquierda, el mismo trozo de viga prismática fotografiada en su punto de apoyo. Se puede ver claramente la perturbación producida por los puntos de apoyo, donde le color rojo intenso atestigua el esfuerzo secante elevado que está sufriendo el material en este sitio. A la derecha se ven algunas gradas del estadio del Campín (Municipio de Bogotá) sometidas a la acción de una carga concentrada relativamente elevada. Se pudo estudiar de esta manera la repartición de los esfuerzos en la unión de la grada con la viga principal del marco.

PLANCHA III

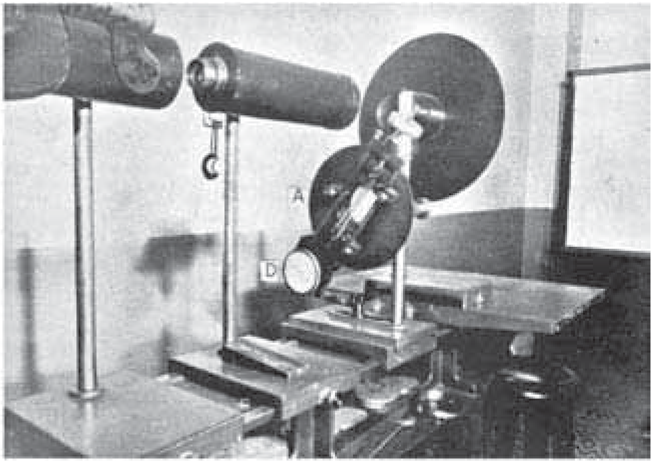


Figura 7

Vista del calibrador empleado en el banco fotoelástico del Profesor Coker, con que está dotado el Laboratorio de Fotoelasticimetría de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de Bogotá.

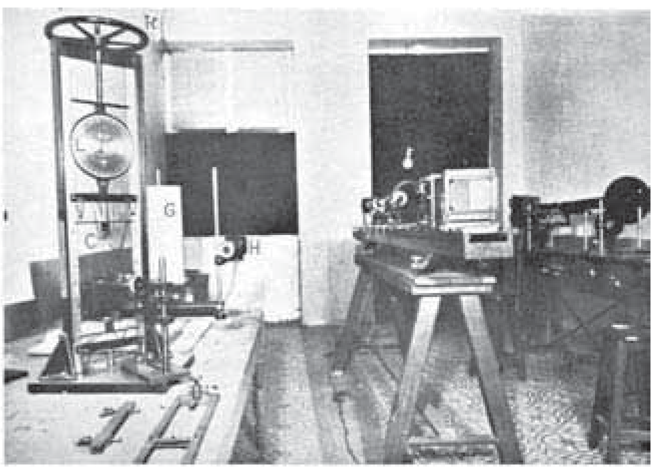


Figura 8

Aspecto del Laboratorio de Fotoelasticimetría de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería. A la derecha los dos bancos fotoelásticos empleados en el Laboratorio.

Introducción a la primera edición del libro *Resistencia de Materiales*

La solicitud el Consejo Directivo de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería para que se imprimieran estas conferencias, fue atendida por el Ministro de Educación, señor doctor Luis López de Mesa movido a ello por el deseo de prestar este apoyo a los profesores de la Universidad que deseen dar al público sus cursos, con el fin de proporcionar una ayuda a los estudiantes, o de dar a conocer las actividades científicas de nuestros institutos superiores. Por mala suerte, tan laudable propósito del Gobierno comenzó por estas modestas conferencias, que sólo tienen un interés didáctico, ya que en ellas nada hay que pueda considerarse como aporte original que señale nuevos rumbos en esta parte de la física aplicable a la ingeniería. No obstante, por humilde que sea el comienzo, no deja de ser loable la intención del Gobierno, y nosotros esperamos que si se persevera en ella, será posible continuar la impresión de otros trabajos de verdadera trascendencia científica, que den lustre a nuestra Universidad, y justifiquen plenamente, entonces sí, este apoyo que hoy se nos ofrece con sobrada indulgencia.

En el plan seguido nos hemos sujetado a los conocimientos sobre matemáticas que se adquieren en nuestra Facultad al cabo de su cuarto año de estudios, y en concordancia con estos conocimientos, hemos procurado exponer la materia de acuerdo con las teorías generales de la física, como la teoría matemática de la elasticidad, En esto nos hemos separado de los tratadistas que buscan exclusivamente métodos de exposición semiempíricos y artificiosos, basados en consideraciones geométricas o cinemáticas que, a cambio de una discutible sencillez, sacrifican la formación del criterio de los alumnos, dándoles una idea falsa sobre la exactitud de los resultados obtenidos, o sobre el campo de aplicación de la ciencia que estudian.

Para evitar los inconvenientes apuntados, hemos tratado de mostrar claramente el fundamento de las fórmulas deducidas, poniendo de relieve las hipótesis más o menos exactas que les sirven de apoyo, y sus vinculaciones con las teorías generales, de las cuales podrían derivarse o comprobarse en ciertos casos particulares.

Mas no queremos significar con lo anterior que hayamos prescindido en absoluto de aquellos métodos semiempíricos, pues para esto hubiéramos tenido que apoyarnos únicamente en la teoría matemática de la elasticidad, lo cual nos habría llevado a consideraciones demasiado extensas, y de difícil aplicación en la práctica. No obstante, al emplear aquellos métodos, hemos procurado conectarlos con las teorías fundamentales, sin disimular lo restringido de sus bases. Tal cosa hemos hecho, por ejemplo, con la teoría de la viga prismática, y con las fórmulas de Bresse.

En el segundo tomo de estas conferencias pensamos reunir todo el contenido correspondiente del segundo año de este estudio, donde figurarán, tan ampliamente como lo permite el tiempo y los programas de la Facultad, las teorías sobre los sistemas estáticamente indeterminados, y los teoremas y principios de la resistencia que han sistematizado esta ciencia, y que procuran importantes medios de investigación y de trabajo a los ingenieros.

Siendo estas conferencias, más que otra cosa, un derrotero de trabajo, indicamos a continuación las obras más importantes sobre esta ciencia que nos han servido de consulta, para que los interesados las estudien directamente.

Advertimos, en fin, que para no multiplicar las citas, hemos preferido mencionar con el nombre de cada obra los puntos que hemos consultado y seguido, o aquellos otros que merecerían ser profundizados en un estudio ulterior del tema. Estas obras son:

- P. Appell.– Mécanique rationnelle. 3º *Tomo.* Deformation d'un milieu continu.
- Léon Lecornu.– Cours de Mécanique professé à l'École Polytechnique. *Tomo I.* Frottement d'une corde sur un cylindre. *Tomo II.* Élasticité. *Tomo III.* Résistance de matériaux.
- D. José Marva y Mayer.– Mecánica aplicada a las construcciones. *Capítulo V.* Piezas apoyadas en varios puntos.
- Arthur Morley.– Resistencia de materiales. *Capítulo I.* Esfuerzo y deformación elásticos. *Capítulo III.* Resistencia y esfuerzos repetidos.
- Gaston Pigeaud.– Résistance des matériaux et élasticité. Cours professé a l'École des Ponts et Chaussées. *Capítulo XIX.* Théorie général de l'élasticité.
- Fuller and Johnston.– Applied Mechanics. *Vol. II.* Strength of materials. *Capítulo I.* Physical properties of materials. *Capítulo II.* Analysis of stress and strain. *Capítulo IV.* Stresses in beams.
- Miguel Letelier.– Estabilidad de las construcciones. Curso profesado en la Universidad Católica de Chile.

- André Tenot.– Cours de résistance des matériaux. *Capítulo I.* Les trois problèmes type fondamentaux de la résistance des matériaux. Consúltense también los capítulos siguientes sobre las aplicaciones a la tracción, compresión y cizallamiento.
- A. Mesnager.– Cours des résistance des matériaux. Professé au Conservatoire Nationale des Arts et Métiers. Élasticité. Equilibre intérieure des corps solides.
- D. Manuel Velasco de Pando.– Elasticidad y resistencia.
- Auguste Foeppl. Résistance des matériaux et éléments de la théorie mathématique de l'élasticité.
- A. Nachtergal, G. Moulart et J. Rowart.– Cours développé de résistance de matériaux et stabilité des constructions.
- M. D. Mathieu.– Cours de résistance des matériaux et de stabilité des constructions. École Spéciale des Travaux Publiques.
- Charles M. Spoffort.– The Theory of Strucutures.
- Ernest Aragon.– Résistance des matériaux appliquée aux constructions.
- Huette.– Manual del ingeniero. *Tomo I.*
- Enciclopedias Espasa y Británica.– Artículos sobre la resistencia de materiales.
- Foerster. Estática de las construcciones.
- Henkel.– Estática gráfica.
- M. F. H. Perrin.– Cours de statique graphique et résistance des matériaux.
- Bertrand de Fontviolant.– Résistance des matériaux. *Hemos seguido a este autor en varios capítulos: en los principios generales, en la teoría de la viga prismática, en el establecimiento de las ecuaciones de Bresse.*

Resistencia de materiales
Tercera edición

Introducción

Después de diez años de enseñanza de la materia, a partir de la primera edición de estas conferencias, nos atrevemos a publicar de nuevo este libro, por insinuación de nuestros alumnos, acogida benévolamente por las autoridades de la Universidad.

Manera de resisitir de los diferentes materiales[134]

79. Definición de rotura.– Aunque a primera vista parece sencillo descubrir y precisar las causas que producen la rotura en los cuerpos sometidos a un género de esfuerzo determinado, a poco que se profundice esta cuestión, aparecen dificultades que todavía no han sido resueltas satisfactoriamente.

Sobra hacer hincapié respecto de la importancia que tendría para la ciencia una completa dilucidación de este fenómeno. No solamente si se considera la ciencia del ingeniero constructor, quien debe dictar las normas para que una obra resista y perdure, sino si se mira a la ciencia en general, que está interesada en todo proceso que depende, como éste de la rotura, de la íntima constitución molecular de la materia.

La primera dificultad se presenta cuando tratamos de precisar el concepto mismo de rotura. Se discute aún sobre si la solicitación llamada de rotura ha de ser la que produce una separación en pedazos del material, o la que provoque el desalojamiento plástico del mismo. Sin embargo, cualquiera de estos extremos es igualmente vago. Son muchos los estados que acusarían una disgregación de la materia, y muchos los estados de plasticidad, y no hay que olvidar que una

[134] Esta es el capítulo XII del libro *Resistencia de materiales* resultado del curso dictado en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia, entre 1940 y 1946. También apareció publicado en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, **13** (49) (1967), pág. 115, bajo el título *El proceso de la rotura en los materiales de la construcción*.

definición científica debe consistir en la expresión unívoca y cuantitativa del fenómeno, la que sólo se obtiene mediante una expresión analítica del mismo. De aquí que R. M. L'Hermite (*Les méthodes modernes d'étude physique et mécanique des corps solides*) haya tratado de caracterizar la rotura analíticamente por el potencial interno del cuerpo, conforme al teorema de Lagrange, o sea, que la rotura del equilibrio elástico se produce cuando dicho potencial es máximo. La interpretación física de este principio en general conduce al establecimiento de una expresión del potencial en la cual habrá que tener en cuenta no sólo el trabajo total de las fuerzas exteriores, sino la parte de este trabajo empleada en transformaciones plásticas irreversibles y el equivalente energético del calor absorbido. (Véase también Markus Reiner and Alfred Freudenthal: *A dynamical theory of strength.* Proceedings of the Fifth International Congress for applied Mechanics). Mediante estas consideraciones puede decirse que "**la rotura se produce cuando el incremento de la energía disipada en las transformaciones plásticas y térmicas es igual al incremento de la energía exterior**".

Puede decirse, naturalmente, que la rotura se produce cuando las tensiones interiores concomitantes de la solicitación de fuerzas respectiva, ha logrado vencer la cohesión de la materia. Sería preciso, según este modo de ver el problema, estudiar la naturaleza de estas fuerzas intermoleculares e interatómicas de cohesión, y definir las condiciones en que ellas pudieran ser superadas o anuladas. Esto nos llevaría al análisis de las hipótesis sobre las diversas formas de agrupación atómica en los cuerpos cristalinos, vítreos y policristalinos, a fin de deducir las acciones recíprocas moleculares de carácter mecánico llamadas enlaces, que se traducen en el fenómeno de cohesión, el cual debe poder explicar todas las demás propiedades de la materia sólida, como la tenacidad, plasticidad, fragilidad, etc., que son otras tantas cualidades mecánicas de la materia considerada desde un punto de vista macroscópico.

Sin embargo, a pesar de que el derrotero señalado es el que se presenta como más lógico al espíritu, es poco lo que se ha progresado en el conocimiento de estas fuerzas de cohesión. Desde Laplace, y como consecuencia obligada de la ley de Newton, se extendió al campo atómico la acción gravífica, a pesar de que el mismo Newton y sus continuadores consideraron que estas fuerzas eran de naturaleza distinta[135].

Laplace supuso por consiguiente que dos moléculas ejercen entre sí una atracción proporcional a sus masas, y que esta atracción depende de la distancia que las separa, conforme a una ley no conocida, es decir: $mm'f(r)$ en que m, m',

[135]Todhunter, I., & Pearson, K. (1639). *A history of the theory of elasticity and of the strength of materials: From Galilei to Lord Kelvin : Galilei to Saint-Venant*, pág. 93.

son las masas de las moléculas, r su distancia, y $f(r)$ una función desconocida de esta distancia[136].

Poisson partió también como Laplace de la acción mutua molecular, para deducir una expresión de la tensión en los cuerpos elásticos, y así mismo, Cauchy, dándose además una determinada estructura molecular, dedujo las llamadas relaciones de Cauchy que él creyó era una consecuencia obligada de esta hipótesis, aunque más tarde se demostró lo contrario[137].

Trabajos recientes[138] parecen llevar a la conclusión de que, si no por el momento, en un futuro próximo, será posible establecer una conexión entre las magnitudes que determinan la conducta de un material bajo la deformación elástica, y las respectivas fuerzas de cohesión o enlaces atómicos y moleculares. Según estos puntos de vista no parece posible considerar las fuerzas de cohesión sino como la resultante de fuerzas atractivas y repulsivas. De otra manera sería imposible explicar la resistencia que presentan los cuerpos a ser dilatados y también comprimidos. Por otra parte, tampoco puede prescindirse en la consideración de estas acciones recíprocas, de la variación de la temperatura.

Esquemáticamente puede representarse la variación de la fuerza interatómica según el diagrama siguiente, figura 123.

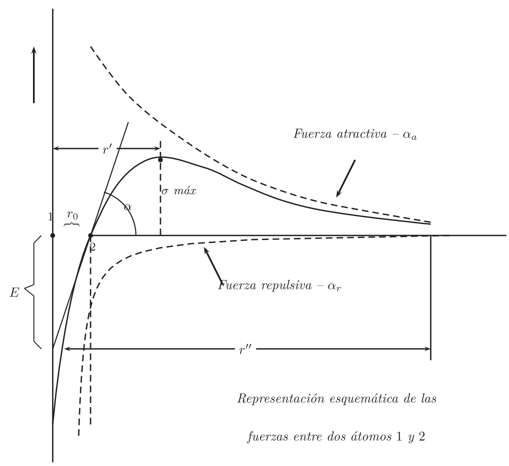


Figura 123

[136]Poincaré, H. (2006). *Capillarite*. Paris: Éditions Jacques Gabay.

[137]Cauchy, A. (1827) *Exercices de mathématiques, tm 2.* De Bure frères, pág. 42. - Véase Love, A. E. H. (1893). *A treatise on the mathematical theory of elasticity*: 2. Cambridge: Univ. Pr., pág. 616.

[138]Véase Houwink, R., Burgers, W. G., & Teves-Acly, H. E. (1937). *Elasticity, Plasticity and Structure of Matter ... with a chapter on the plasticity of crystals by Dr. W.G. Burgers. [Translated by H.E. Teves-Acly.].* University Press: Cambridge., pág. 22.

Puede distinguirse en el diagrama la variación de la fuerza atractiva que, según A.F. Joffe: *The Physics of crystals*, obedece a la ley:

$$\sigma_a = \frac{mA}{r^{m+1}}$$

Así mismo, la fuerza repulsiva está expresada por la fórmula:

$$\sigma_R = -\frac{nB}{r^{n+1}}$$

en que n, m, A y B son constantes. Evidentemente la fuerza resultante representada en la parte rayada del diagrama tendrá por expresión:

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_R = \frac{mA}{r^{m+1}} - \frac{nB}{r^{n+1}}$$

en la cual el valor de n ha de ser siempre mucho mayor que el de m.

Como aparece en el gráfico, a la distancia interatómica, r_0, es decir, a la separación que los átomos guardan cuando no están influenciados por una fuerza exterior, la resultante σ entre ambas fuerzas es nula, y los átomos sólo ejecutarían vibraciones caloríficas alrededor de su posición de equilibrio, siempre que la amplitud de tales vibraciones no sea tal que les permita vencer las energías de enlace en un sentido cualquiera, pues en este último caso se admite la posibilidad de que los iones y átomos puedan desplazarse a otras regiones.

Al desalojarse el átomo 2 hacia la derecha se producirá una resistencia creciente hasta alcanzar la distancia r'. Desde este punto la resistencia disminuye como se ve, de tal manera que después de r'' la atracción interatómica será prácticamente nula. Esta distancia mínima a partir de la cual deja de sentirse la atracción interatómica se llama **radio de acción molecular**. Si nos atenemos a la representación anterior, la energía necesaria para vencer la cohesión estaría representada por la expresión:

$$e = -\int_{r_o}^{\infty} \sigma \, dr$$

o sea, el área comprendida por la curva en la figura 123. Además, la distancia r'' a partir de la cual deja de ser eficaz la atracción, debe satisfacer a la condición:

$$\int_{r''}^{\infty} \sigma \, dr = 0 \ .$$

Al lado de las hipótesis anteriores sobre la expresión cuantitativa de las fuerzas intermoleculares, es preciso considerar otras hipótesis, relativas a la constitución molecular o disposición regular en forma de rejilla o retícula de los átomos y iones, constitutivos de la estructura cristalina. Estas otras hipótesis de estructura han sido posibles gracias especialmente al descubrimiento y método de Max von Laue[139] quien tuvo la idea genial de que la estructura de los cristales hace el papel de una red especial natural para los rayos de Roentgen, y, por lo tanto, se puede establecer una relación entre la longitud de onda de los rayos X, y las distancias reticulares de los cristales. Este descubrimiento de von Laue, ha hecho posible el análisis de la estructura cristalina, haciendo pasar un haz de rayos X a través de un cristal, y estudiando la imagen formada en una placa fotográfica por los rayos emergentes, con lo cual se puede sacar una idea sobre la ordenación de los átomos o iones en el cristal, y establecer los diversos géneros de enlaces atómicos que causan la cohesión, y, por lo tanto, las diversas cualidades físicas, mecánicas, etc., atrás enumeradas, figura 124.

Como resultado de estos estudios y experiencias parece que el fenómeno de cohesión tiene lugar en la parte cortical del átomo, como se señala en la figura 124, y depende estrechamente de la microestructura de la materia considerada. Son directamente responsables de la cohesión los llamados enlaces atómicos y moleculares. Se distinguen dos clases de enlaces: enlaces primarios cuya energía es del orden de 100 kgs. Cal. y que representan un papel muy importante en la formación molecular, y enlaces secundarios o intermoleculares que presentan un contenido mucho menor de energía. Parece que el género de deformación y sus propiedades elásticas y plásticas está condicionado por la energía relativa de estos tipos o géneros de enlace. Así es que se afirma que un sólido cuya constitución molecular presenta fuertes enlaces primarios tendrá altos límites de fluencia y gran resistencia; por otra parte, la fragilidad se explica por la existencia de enlaces igualmente fuertes en todos sentidos[140].

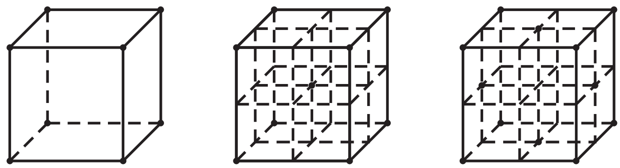
Se comprende, pues, que cuando el conocimiento de la microestructura de la materia en los cuerpos vítreos y cristalinos se encuentre más avanzado, es bien posible llegar a explicar las propiedades elásticas de un cuerpo, y aún modificarlas en el sentido conveniente, alterando para ello dicha estructura. Sin embargo, hasta donde se nos alcanza, estas investigaciones están aún en sus comienzos, y no deja de sorprender la gran divergencia que se observa entre la cohesión calculada a partir de estas hipótesis, y la cohesión que realmente se deduce de las experiencias ordinarias de rotura. (Por lo general la resistencia técnica es de 1/500 a 1/1000 de la resistencia teórica)[141].

[139] Para un resumen de las investigaciones de Laue (1879-1960) puede consultarse *Jahrbuch für Racioaktivität und Eläktronik II*, pág. 308. 1914.

[140] Véase Dr. Houwink, Ob. cit.

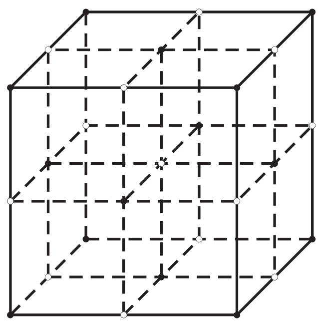
[141] Véase A. Joffé, A. Smekal, E. Orowan. *International Conference on Physics*, London, 1935. Vol. II.

Rejillas cúbicas



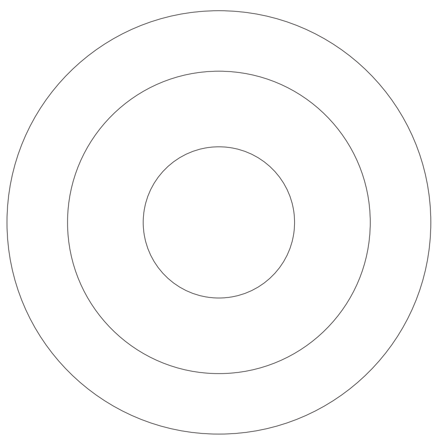
Simple *Estereocéntrico* *Planocéntrico*

Cristales de cloruro de sodio

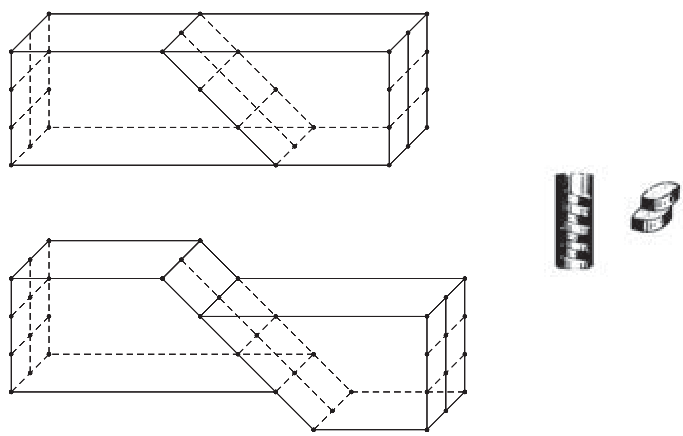


● *iones de sodio*
○ *iones de cloro*

De la radiografía correspondiente de
Laub se deduce la estructura anterior



Según Smekal (1895 - 1959), la causa de esta divergencia reside, sobre todo, en las irregularidades, o, quizás, discontinuidades, existentes en la masa discontinua, que él designa con el nombre de “Lockerstelen”, lugares flojos o fisuras, accidentalmente distribuidas, donde se originan concentraciones de esfuerzos que explican las variaciones anotadas. De ser esto así habría que convenir en que tales “Lockerstellen” dejan de ser una irregularidad para convertirse en un fenómeno antagónico comparable a la misma cohesión. Sobre la existencia de tales discontinuidades se han edificado teorías de la rotura, como la de Griffith[142], quien ha demostrado también experimentalmente que un filamento delgado de vidrio resiste mucho más relativamente, que otro más grueso; así encontró que para un diámetro de un milímetro la resistencia a la tracción era de 18 kilos por milímetro cuadrado, mientras que para 0.003 milímetros la resistencia era de 360 k/mm2. De esta experiencia deduce Griffith la existencia de una tensión superficial que unida a las discontinuidades anotadas pueden explicar el resultado experimental.



Dibujo esquemático del deslizamiento a lo largo de un plano del cristal

Figura 125

Saliendo del espacio interatómico e intermolecular, se ha estudiado el comportamiento de los cristales ante la acción de fuerzas capaces de producir la rotura en ellos. Se ha llegado a establecer así que, por regla general, la rotura se inicia por el deslizamiento de los cristales, según planos determinados, los que coinciden con las direcciones en que la densidad de agrupación atómica es máxima en la retícula cristalina, figura 125. De aquí se deduce que el cristal presenta

142 A. A. Griffith, *The Theory of Rupture*, Proc. 1st. International Congress for Applied Mechanics.

siempre un deslizamiento según el plano de exfoliación más desfavorablemente orientado con respecto al esfuerzo secante, sin que intervenga el esfuerzo normal correspondiente[143]. El comportamiento anterior se refiere naturalmente a los cristales de materias plásticas como los cristales metálicos ensayados por Schmid-Boas[144]. Cuando se trata de cristales únicos también, pero de materiales reconocidamente frágiles, como los cristales de sal, por ejemplo, es de suponer que este periodo de desalojamiento según los planos de exfoliación sea mucho menos importante y la rotura se producirá sobre todo por separación de estos planos para esfuerzos de tracción normales a ellos, cuya magnitud alcanza el límite de rotura al desgarramiento antes de que el esfuerzo secante capaz de iniciar el deslizamiento llegue a producirse[145]. No obstante, las experiencias sobre el particular son quizás poco concluyentes si se quiere precisar el mecanismo que precede a la rotura en esta clase de materiales, hasta poder afirmar que se han vencido las fuerzas de cohesión produciendo el desgarramiento en sentido perpendicular a una superficie. Adelante discutiremos más detalladamente esta cuestión.

Si de la rotura en cristales homogéneos pasamos a la rotura en los cuerpos policristalinos, como en los metales empleados en la industria, que pueden considerarse como conglomerados de cristales dispuestos al azar en todas direcciones, el fenómeno de la rotura se ha clasificado macroscópicamente en dos clases: rotura por desgarramiento, y rotura por deslizamiento, siendo la primera una característica de los materiales frágiles, y la segunda de los dúctiles. Estas características de la materia: elasticidad y su contraria plasticidad; ductilidad y su contraria fragilidad, así como dureza y blandura, deberían tener su explicación a partir de la constitución molecular del cuerpo, ya que parecen ser manifestaciones más o menos próximas de la cohesión apreciada desde un punto de vista macroscópico; sin embargo hasta el presente no se ha podido sistematizar una teoría científica sobre el particular, salvo en casos muy especiales.

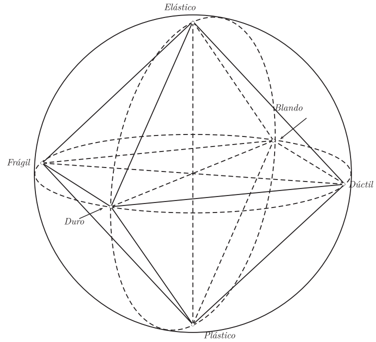
Sin adelantar nada sobre la interdependencia que pueda haber entre estas cualidades, mencionaremos aquí la representación de Ross, quien las ha agrupado en los vértices de un octaedro, de manera que cada propiedad aparece aquí con su contraria en los vértices opuestos de este sólido, figura 126.

---

[143]Véase Timoschenko,S.(1940) *Strength of Materials*, D.Van Nostrand Company, pág. 665.

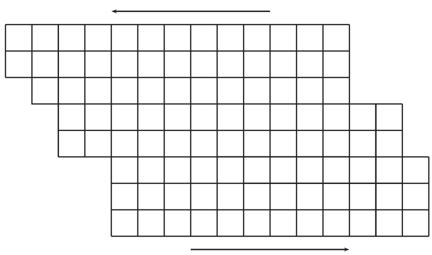
[144]*Kristallplastizität*. Berlín, 1935.

[145]Dehlinger, U. (January 01, 1939). *Einleitung. Physikalische Grundlagen des metallischen Zustands.*, págs. 1-30.

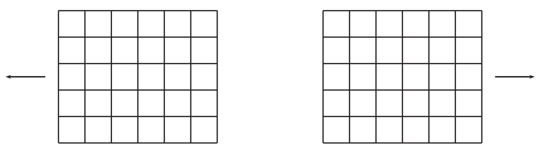


Representación de Ross

Figura 126



Rotura de la retícula por separación de los átomos



Deformaciones en la retícula por deslizamiento

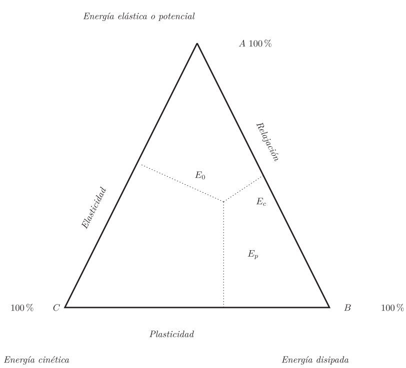


Figura 127

Quizás sea más útil conectar estas cualidades con la idea energética como lo hace Weissenberg[146] por medio del triángulo de propiedades mecánicas de los cuerpos, figura 127, utilizando las coordenadas normales del triángulo para un punto cualquiera situado en el interior de éste. Como es sabido, estas coordenadas tienen la propiedad de que la suma de sus valores es una constante proporcional al área, la cual representa aquí la totalidad de la energía mecánica bajo la acción de las fuerzas consideradas. Según Weissenberg, cada punto representa un estado posible de repartición de la energía en energía cinética, potencial y disipada. Como se ve en la figura, cada vértice del triángulo representa un estado energético simple; así, cuando toda la energía es disipada se tendrá el punto B, vértice del triángulo, donde toda la energía, o sea el 100 %, ha sido empleada en acciones irreversibles, según se definió antes al hablar de la rotura como un concepto energético. Por otra parte, si una de las tres energías es nula, el punto caerá sobre uno de los lados del triángulo. Cada uno de estos lados representa un estado conocido macroscópicamente como estado simple de elasticidad, plasticidad, y de relajación (*relaxation*). Se deja, pues, aquí de lado la dureza o blandura y la fragilidad, propiedades éstas que parecen estar menos directamente condicionadas por las formas de energía consideradas.

80.– Diversas hipótesis acerca de las causas de la rotura.– a) **Hipótesis del esfuerzo principal máximo.**– Se atribuye a Rankine (1850), también a Lamé y Clapeyron (1833), y consiste en suponer que el equilibrio se rompe cuando la tensión[147] máxima alrededor de un punto, ya sea de compresión o de tracción, llega a un máximo igual al límite de elasticidad del material a la tensión simple correspondiente, cualesquiera que sean los otros esfuerzos simultáneos con el anterior. Según esta hipótesis, si los esfuerzos principales alrededor de un punto son:

$$n_x > n_y > n_z \qquad \text{se debe tener:} \qquad n_x = f_F \tag{185}$$

límite de fluencia a la tracción, por ejemplo.

b) **Hipótesis de la deformación máxima**.– Entre los partidarios de esta teoría hay que distinguir a quienes opinan que la rotura depende de la dilatación máxima como Poncelet (1839), Saint-Venant (1864) y Grashof (1858), y a quienes suponen que este fenómeno depende de la deformación angular o distorsión máxima, como Coulomb (1776), Tresca (1868) y otros.

---

[146]Bauer, O., Vollenbruck, O., Schikorr, G., Schmid, E., Boas, W., Beck, P., Polanyi, M., Sachs, G. (1932).*Mitteilungen der deutschen Materialprüfungsanstalten: Sonderheft XIX: Arbeiten aus dem Staatlichen Materialprüfungsamt und dem Kaiser Wilhelm-Institut für Metallforschung zu Berlin-Dahlem.*

[147]Llamaremos como siempre tensión todo esfuerzo por unidad de superficie, ya sea esfuerzo de tracción o de compresión.

Según Saint-Venant, la máxima dilatación, extensión del material, es lo que determina la rotura por fractura o por deslizamiento (flujo plástico o fluencia). De acuerdo con esta hipótesis, el límite de elasticidad, si se trata de un material dúctil, en el caso de triple tensión, estará dado por la fórmula No. 95:

$$\frac{n_x}{E} - \frac{1}{mE}(n_y + n_z) = \frac{f_F}{E} \tag{186}$$

en que f_F es el límite de fluencia del material.

c) **Esfuerzo secante máximo**.– En esta hipótesis, que es una de las más importantes, habrá que distinguir la hipótesis del esfuerzo secante puro debida a Guest (1900), Tresca, de la hipótesis del esfuerzo secante combinado con esfuerzo normal, debida a Coulomb y Mohr (1882), quienes modifican la de Guest en el sentido de que se tiene en cuenta el cizallamiento máximo según una superficie determinada, pero además se considera una acción proveniente de la presión normal sobre dicha superficie, o sea, una especie de frotamiento (Coulomb) cuyo valor estará representado por el producto del esfuerzo normal y el coeficiente de roce entre la materia considerada. Es decir, si llamamos en esta hipótesis, p la tensión tangencial total que produce el deslizamiento en el sentido del plano correspondiente, n el esfuerzo de compresión sobre dicho plano, y t la tensión tangencial pura que produce la rotura, se tiene:

$$p = t + nf \ .$$

Se ve que cuando n es nulo, la tensión se reduce a la de Guest.

d) **Hipótesis energéticas**.– También es preciso aquí diferenciar dos modalidades de esta hipótesis: la que considera la energía total máxima de deformación por unidad de volumen, y la que tiene en cuenta solamente la energía de distorsión máxima por unidad de volumen. La primera se debe a Beltrami (1885), Haigh (1927), y, según ella, la resilencia de prueba del material solicitado por una tracción simple debe ser igual a la energía por unidad de volumen, es decir:

$$\frac{f_F^2}{2E} = \frac{1}{2E}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) - \frac{1}{mE}(n_x n_y + n_z n_x + n_y n_z) \tag{187}$$

(puede consultarse la ecuación 7 del No. 42, Tomo II de nuestras conferencias o cualquier otro texto de Resistencia).

La segunda modalidad de esta hipótesis se debe a Huber (1904), Mises (1913), Hencky (1925), y se basa en la distinción entre la energía de deformación y la de distorsión que está implicada en aquella. Surgió esta teoría por la dificultad de explicar con la primera, la imposibilidad ya reconocida de producir la rotura con esfuerzos triples de compresión o presión hidráulica. Para encontrar la expresión correspondiente de esta modalidad de la hipótesis energética basta restarle a la expresión del segundo miembro de 187 que representa la energía total de deformación, el trabajo por unidad de volumen, empleado solamente en la variación del volumen del cuerpo, o sea:

$$\frac{n\Delta}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{n_x + n_y + n_z}{3}\right)(a_x + a_y + a_z) = \frac{m-2}{6mE}(n_x + n_y + n_z)^2 \ ,$$

siendo $\frac{1}{3}(n_x + n_y + n_z)$ la tensión llamada media, o, más propiamente la compresión media. Deduciendo esta expresión del trabajo de deformación, de la anterior expresión 187, se obtiene:

$$\frac{m+1}{6mE}[(n_x - n_y)^2 + (n_x - n_z)^2 + (n_y - n_z)^2] \ , \tag{188}$$

la que en caso de un esfuerzo simple de tensión f_F se convierte:

$$\frac{m+1}{3mE} f_F^2 \ .$$

Se tiene así que la condición de rotura en este caso se realiza cuando igualamos esta última expresión a la 188, o sea:

$$2f_F^2 = (n_x - n_y)^2 + (n_x - n_z)^2 + (n_y - n_z)^2 \ . \tag{189}$$

Si se trata de una triple tensión de tracción hidrostática sigue siendo aplicable la primera modalidad expresada analíticamente por 187; si se trata, en cambio, de una distorsión, la segunda expresión 189 es la adecuada.

No podríamos decir que las hipótesis anteriores resumen completamente el pensamiento moderno en cuanto a las causas del fenómeno en referencia. Habría que agregar algunos ensayos muy recientes, difíciles de enunciar someramente, y que dejan comprender que a medida que las experiencias se perfeccionan, la explicación del hecho al parecer simple de la rotura, se complica cada vez más. De estas ideas más recientes daremos una explicación más adelante, donde discutiremos también las bases experimentales de las principales hipótesis antes enunciadas, para resumir lo más brevemente posible el estado actual del problema, y señalar los derroteros que valdría la pena seguir en experiencias posteriores.

81.– Representación diagramática de las principales hipótesis de rotura.– Aunque todas estas hipótesis se fundan en experiencias más o menos exactas, más o menos bien interpretadas, es lo cierto que las conclusiones que de ellas se derivan pueden ser muy diferentes y hasta contradictorias. Esta divergencia y oposición se muestra muy claramente si empleamos para compararlas el método diagramático de Caquot[148], figura 128, el cual consiste en tomar como ejes coordenados las direcciones rectangulares entre sí del esfuerzo principal máximo y del mínimo. Se prescinde, pues, en esta representación del esfuerzo

[148] Véase Mesnager, A. (1928). Cours de résistance des matériaux Paris: Dunod, pág. 335. También Timoschenko, S. (1940) *Strength of Materials*, D.Van Nostrand Company, pág. 709.

principal medio, dando por sentado que dicho esfuerzo no influye de manera apreciable como causa de rotura.

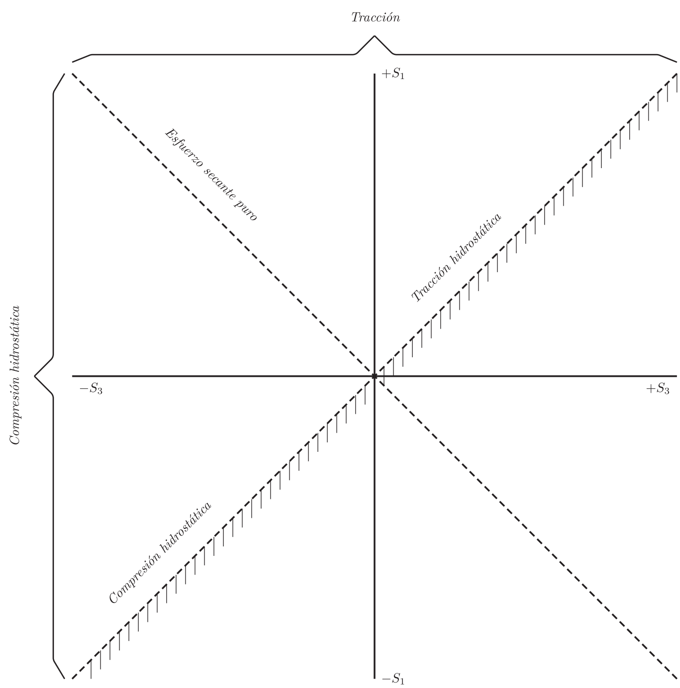


Figura 128

Se obtiene, pues, esta representación tomando según el eje vertical la magnitud S_1 del esfuerzo principal máximo, y según el horizontal la del esfuerzo principal S_3 mínimo. Supondremos positivos los esfuerzos de tracción y negativos los de compresión. La relación de magnitud entre los esfuerzos principales será por tanto[149]:

$$S_1 > S_2 > S_3 \ .$$

Según las desigualdades anteriores, si trazamos la bisectriz, figura 128, del primer y tercer cuadrante, tendremos dividido el espacio en dos regiones, de las cuales la sombreada no podría contener punto alguno representativo de un estado, pues las magnitudes de los esfuerzos principales presentarían un orden contrario al supuesto. La mitad de esta bisectriz, situada en el primer cuadrante, es el lugar de los estados sometidos a tracción hidrostática, o sea tensión de

[149]Designaremos con la letra S las longitudes que representan en el diagrama la tensión respectiva n.

tracción igual en todos sentidos, que llega a producir la rotura por separación o desgarramiento. Al contrario, la mitad inferior situada en el tercer cuadrante, es el lugar de los estados sometidos a compresión hidrostática; es decir, compresión igual en todos sentidos, la que, como se verá, no lleva a la rotura en la generalidad de los casos, en cuanto a la bisectriz del segundo y cuarto cuadrante, sólo es utilizable la mitad contenida en el segundo cuadrante que representa el lugar de los estados sometidos a esfuerzo secante puro, caracterizado por esfuerzos principales iguales y de sentido contrario.

Con respecto a los ejes, el vertical en su parte útil representa los puntos sometidos a la tracción simple, y la parte útil del horizontal los que están sometidos a la compresión simple. La región a cada lado del eje vertical comprendida entre las bisectrices representa puntos sometidos a tracción, ya sea simple si coincide con el mismo eje, o combinada con tracción o compresión, según esté el punto a la derecha o izquierda, respectivamente de dicho eje. Análogamente, la región a cada lado del eje horizontal comprendida entre las bisectrices del segundo y tercer cuadrante representa puntos sometidos a esfuerzos de compresión simple, según el eje mismo, o combinada con tracción y compresión según estén situados encima o debajo de dicho eje respectivamente.

Establecido el sistema anterior de ejes, veamos cómo es posible representar las principales hipótesis ya expuestas acerca de las causas de la rotura. Consideremos sucesivamente dichas hipótesis en el orden en que fueron enunciadas:

Desde luego la hipótesis del esfuerzo principal máximo quedará representada por el contorno $A-1-A-3-A$, figura 129, en que $0-1$ es el límite de resistencia a la tracción simple (límite de fluencia o coeficiente de rotura), igual a $0-3$, límite de compresión. Según estas hipótesis, todo punto situado dentro del contorno anterior estará en condiciones de resistir el esfuerzo combinado correspondiente.

En la hipótesis de la deformación máxima el esfuerzo intermedio tiene importancia; por tal motivo es preciso fijarle un valor en relación con los otros dos esfuerzos principales. Si suponemos que este esfuerzo intermedio se mantiene constantemente igual al esfuerzo principal inferior, estaremos dentro de un caso límite muy frecuente en las experiencias. En este supuesto, la fórmula 186, que nos permite obtener el límite de elasticidad, se cambiará en el siguiente:

$$\frac{S_1}{E} - \frac{1}{mE}(S_2 + S_3) = \frac{f_F}{E}$$

y al hacer, conforme a la hipótesis anunciada, $S_3 = S_2$:

$$S_1 = \frac{2}{m} S_3 + f_F \ ,$$

que es la ecuación de la recta $B-1-B'$[150]. La ordenada de B en el primer cuadrante será:

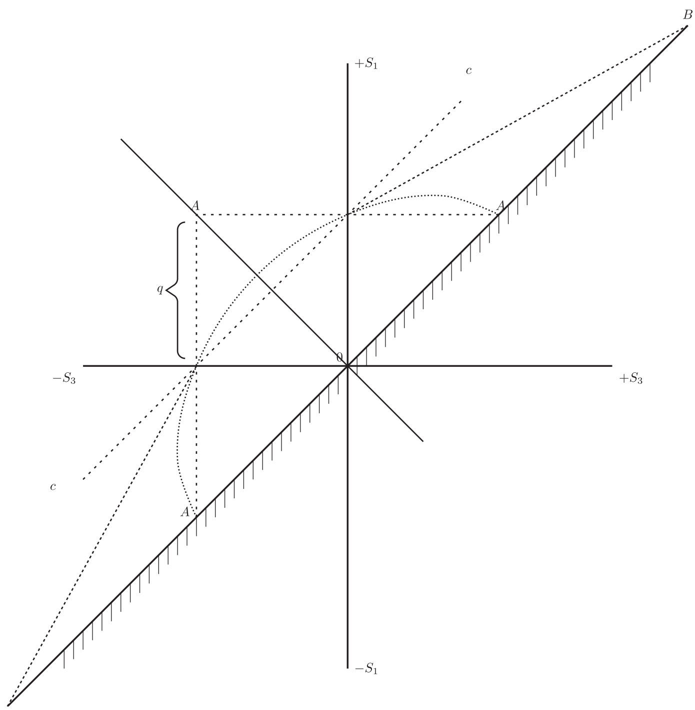


Figura 129

$$S_1 = \frac{m}{m-2} f_F \ , \qquad \text{o sea para} \quad m = 3 \quad S_1 = 3 f_F \ .$$

Luego en este punto B el material podría admitir esfuerzos principales tres veces mayores que si adoptáramos la primera hipótesis. En cambio, en el punto opuesto B' del segundo cuadrante, por ser S_3 negativo, se tendrá como ordenada de dicho punto para el mismo valor de m:

$$S_1 = \frac{3}{5} f_F \ .$$

Es decir, aquí los esfuerzos máximos hasta el límite de fluencia o rotura serían inferiores que si adoptáramos el punto de vista de la primera hipótesis.

Si hacemos las mismas consideraciones anteriores para el cuadrante de compresión, obtendremos la recta simétrica B-3-B', que cerrará el contorno de la región no expuesta a rotura según esta segunda hipótesis.

[150]Este segundo punto B', no marcado, está en la prolongación de $B-1$ sobre la bisectriz AO.

La tercera hipótesis del esfuerzo secante máximo depende naturalmente de la expresión

$$\frac{S_1 - S_3}{2}$$

que es precisamente el valor de dicho esfuerzo secante máximo. Para que la rotura se produzca es necesario tener:

$$\frac{s_1 - S_3}{2} = \frac{f_F}{2} \qquad \text{de donde} \quad S_1 = S_3 = f_F \ ,$$

si nos colocamos en el mismo punto de vista anterior, de que el esfuerzo principal medio es igual al mínimo; es decir, $S_2 = S_3$. La última expresión obtenida es la ecuación de la recta $C - 1$, paralela a la bisectriz del primer cuadrante. Quiere decir, por consiguiente, que ninguno de los puntos de esta bisectriz está expuesto a rotura según esta hipótesis. Consecuencia esta evidente si se tiene en cuenta que para cualquiera de los puntos de este eje el esfuerzo secante es nulo, pues dicha línea es el lugar de los puntos sometidos a un estado de triple tracción hidrostática; es decir, idéntica en todos sentidos.

Se comprende sin mayor explicación que la ecuación anterior del lugar es general; por consiguiente, si prolongamos la recta $C - 1$ hacia el segundo y tercer cuadrante, obtendremos una zona encerrada por la bisectriz y por la recta $C-1-3-C$, dentro de la cual no habría peligro de rotura por esfuerzo secante.

En las hipótesis energéticas también se tiene en cuenta el esfuerzo principal medio; por consiguiente, será necesario suponer para este esfuerzo medio un valor determinado, como se hizo para la hipótesis del esfuerzo secante. Supondremos, pues, así mismo, que este esfuerzo medio se mantiene constantemente igual al esfuerzo mínimo.

Bajo el supuesto anterior la primera modalidad de la hipótesis energética, representada por la expresión (187), tendrá como nueva expresión:

$$S_1^2 - \frac{4}{m} S_1 S_3 + 2\left(\frac{m-1}{m}\right) S_3^2 = f_F^2 \ .$$

O sea la ecuación de una elipse, ya que m siempre será positivo, y su valor comprendido entre 2 y 4. Para S_3 igual a cero, se tendrá: $S_1 = f_F$.

También para $S_3 = S_1$, se tiene el mismo valor anterior del esfuerzo principal máximo para $m = 3$.

La segunda modalidad de la hipótesis energética está representada por la expresión (189). Esta relación se transforma en la siguiente:

$$2(S_1 - S_3)^2 = 2f_F^2$$

si suponemos que $S_2 = S_3$ como se hizo en los casos anteriores. Esta última ecuación se puede poner también:

$$S_1 - S_3 = f_F \ , \quad \text{o sea} \quad S_1 = S_3 + f_F \ .$$

Esta última es la ecuación de la misma recta $C - 1 - 3 - C$, obtenida cuando se estableció la representación de la tercera hipótesis. Quiere decir, por lo tanto, que la misma zona de seguridad determinada por la hipótesis del esfuerzo secante máximo es la que corresponde a esta segunda modalidad de la hipótesis energética.

82. Análisis comparativo de las hipótesis de rotura.– Por medio de la representación gráfica anterior es sencillo apreciar o poner de relieve cuán diferentes son estas teorías propuestas para explicar la rotura, y cómo ellas pueden conducir a resultados no sólo disímiles sino contradictorios. Así Föppl, en su “Resistencia de Materiales”, pone de manifiesto esta contradicción, suponiendo que se sumerja en el mar, por ejemplo, un cubo de arenisca cuya resistencia a la compresión es de 500 kilogramos por centímetro cuadrado más o menos, y cuyas caras hayan sido barnizadas, con el fin de impedir la penetración del agua. Según la idea de Coulomb, ninguna presión, sea cualquiera su magnitud, podría causar la destrucción del cubo, puesto que siendo la presión igual en todas las caras, el cubo permanecería semejante a sí mismo; es decir, no habría lugar a considerar esfuerzo secante máximo, y por lo tanto la deformación transversal sería nula. Según la primera hipótesis de Rankine, el cubo se rompería desde que la profundidad alcanzada fuera de 5,000 metros; en cambio, según Poncelet (segunda hipótesis) el cubo se disgregaría, no a 5,000 metros de profundidad, sino a una profundidad más grande, ya que el acortamiento de las aristas crece, en efecto, más lentamente que la acción molecular, como consecuencia de la dilatación transversal proveniente de las presiones sobre las caras laterales. En fin, una destrucción del cubo, sería también imposible en el caso de que el coeficiente m fuera igual a 2, o tendiera hacia este valor cuando la presión aumenta (se sabe que m varía, en efecto, para los materiales pétreos cuando la presión aumenta)[151].

Aparte de las consideraciones anteriores, la simple observación del diagrama de la figura 129 demuestra claramente que las zonas de seguridad correspondientes a cada hipótesis difieren notablemente entre sí, de tal manera que para un estado que ofrece seguridad según la hipótesis de Rankine, según la de Guest está precisamente en peligro de rotura.

No obstante, las contradicciones apuntadas, estas diversas hipótesis tienen ciertas características comunes, que provienen de su origen experimental, y de los conceptos fundamentales que han servido de punto de partida para desarrollar las generalizaciones o las doctrinas fundadas en tales experiencias.

[151]Véase Nadai, A. (1963). *Theory of flow and fracture of solids*. New York: McGraw-Hill.

Como una primera característica común, señalaremos la de que todas estas hipótesis coinciden cuando se trata de estados elásticos simples o de una sola dimensión; es decir, en los puntos 1 y 3 del diagrama anterior, figura 129, porque en estos puntos la tensión máxima normal, la dilatación y deformación angular máximas, y el cizallamiento máximo, son proporcionales. Esto revela el parentesco experimental de todas las teorías de rotura basadas en ensayos de simple tensión.

Una segunda característica común es la de que todas estas teorías, con excepción de las energéticas, establecidas más tarde, prescinden tácitamente de la tensión media cuando es el caso de hacer intervenir tensiones en las tres dimensiones del espacio. Se da por sentado, pues, que la tensión intermedia puede variar entre las tensiones máxima y mínima sin producir modificación alguna en el fenómeno de la rotura.

En fin, como tercera característica común hay que señalar la prescindencia en dichas hipótesis de toda influencia térmica, dinámica o de velocidad de aplicación de las cargas, y de forma del cuerpo. Es decir, las teorías de rotura atrás expuestas son de naturaleza atérmica, estática y amorfa, para definir en pocas palabras esta última característica que tiene mucha importancia cuando se trata de precisar el alcance de dichas hipótesis.

En cuanto a los conceptos fundamentales que han servido de punto de partida para establecer las teorías de rotura, y que han dado lugar seguramente también a las características comunes que dejamos señaladas, mencionaremos en primer término aquel que sirve también de base a la ciencia elástica en general, y que ha sido tenido hasta ahora como más exacto, consistente en suponer que una porción de un cuerpo, limitado de cualquier modo, puede considerarse como independiente del resto de la materia que lo rodea, con tal de que las fuerzas que obran a través de la superficie circundante, y en su propia masa, estén en equilibrio mecánico o pueda presumirse que se compensan entre sí[152]. Este concepto, que es básico en la enseñanza de la Resistencia de materiales, pues que permite su estudio por medio de ecuaciones diferenciales, es el que conduce, cuando se trata de fenómenos que sobrepasan las condiciones implicadas en él, como la condición de elasticidad perfecta, a resultados paradójicos y contradictorios, o nos lleva a desechar varios factores de importancia que juegan también un papel decisivo en el fenómeno de la rotura. Así, pues, aplicado sin restricción alguna, ha conducido a la creencia, ya muy generalizada, de que los materiales de construcción quedan completamente definidos por sus constantes de resistencia a las solicitaciones simples, dejando por tanto de lado los modos más complejos de solicitación, las condiciones de temperatura o de forma del cuerpo, y algunas otras circunstancias de la experiencia que tienen notoria influencia.

[152]Véase Kuntze, W. (January 01, 1939). Festigkeitstheoretische Untersuchungen. 708-729.

Un segundo concepto básico que pudiera considerarse como consecuencia del anterior, es el de que la resistencia llega siempre a superarse normal o paralelamente a un plano. Este concepto parece, sin embargo, estar de acuerdo con las experiencias que establecen tal hecho físico de que la resistencia es vencida siempre, ya sea por deslizamiento paralelamente a un plano, o ya por desgarramiento (separación) a causa de fuerzas dirigidas normalmente al plano de separación. En este caso habría, pues, un acuerdo entre la teoría que calcula las tensiones, descomponiéndolas según la normal y la tangente a los diversos planos transversales, y el fenómeno de la superación de la resistencia o rotura. Las tensiones límites normales significarían una resistencia al desgarramiento o en cierto modo una medida de la cohesión, mientras que las tangenciales denotarían una resistencia al deslizamiento, fenómeno éste relacionado con las propiedades plásticas del material.

83. Discusión de las principales experiencias sobre rotura.– Dado que las hipótesis expuestas, a pesar de sus contradicciones, tienen una base experimental innegable, importa para el fin que nos proponemos en esta síntesis, repasar los resultados obtenidos en algunas de esas experiencias antiguas ya célebres, para tratar de descubrir en su fuente, y a la luz de ensayos más recientes, las malas interpretaciones que conducen a las tesis contradictorias, puestas de manifiesto anteriormente.

En todas esas experiencias se comienza por distinguir entre los cuerpos frágiles o agrios y los cuerpos dúctiles, algunas veces incorrectamente llamados plásticos. Esta distinción es, sin embargo, enteramente convencional, según se admite hoy. Ensayos realizados bajo altas presiones muestran que los llamados materiales frágiles, sin excepción, pueden ser transformados en plásticos bajo condiciones mecánicas apropiadas[153]. Pueden consultarse también a este respecto las experiencias de Von Karman[154], hechas con mármoles y analizadas por A. Mesnager[155]. Es, pues, más correcto hablar de un estado plástico o frágil de los materiales, que de materiales plásticos o frágiles.

Plasticidad o fragilidad no son, pues, según estos ensayos, propiedades específicas de la materia, sino aspectos de su comportamiento enfrente de las diversas solicitaciones de fuerzas a que puede ser sometida. La suposición, hoy reconocidamente inexacta, de que los materiales pueden ser clasificados en frágiles y dúctiles, tiene mucha culpa en las contradicciones sobre rotura, ya expuestas. No deberíamos hablar, por consiguiente, de rotura en los materiales dúctiles

[153] Véase Nadai, A. (1963). *Theory of flow and fracture of solids*. New York: McGraw-Hill.

[154] *Feistigkeits Versuche under allseitigem Druck*. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, pág. 1749.

[155] *Matériaux de construction.*

o frágiles, sino de las características que presenta una rotura frágil, o una rotura dúctil en cada material.

La rotura dúctil se caracteriza, en efecto, por las grandes deformaciones permanentes que la preceden. Además está acompañada de un estrechamiento notable en el lugar donde ella se produce, y su forma es plana hacia el centro, el cual aparece rodeado por un anillo cónico, donde el material parece haber deslizado según ciertos planos inclinados, figura 130. Este anillo es tanto más pronunciado cuanto más dúctil es la rotura, hasta llegar a una sección de rotura completamente cónica. Si a lo anterior se agrega que la inclinación de las paredes cónicas no difiere notablemente de 45°, con relación al eje de la pieza, parece lo indicado concluir con Guest en que la rotura ha sido determinada por el mayor esfuerzo secante, el cual precisamente tiene lugar, según planos a 45°. A esta misma conclusión llegó también Leblond[156], después de experiencias realizadas con probetas de sección cuadrada en acero y cobre, en las cuales comprobó la formación de un cuadrado de deformación con sus lados inclinados a 45° con respecto al eje de la pieza.

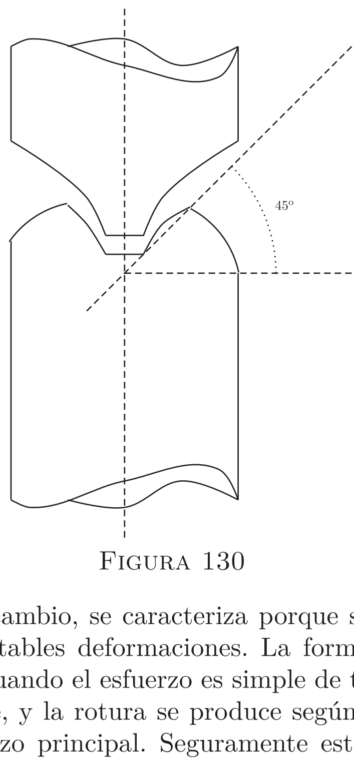


Figura 130

La rotura frágil en cambio, se caracteriza porque se produce súbitamente, sin que la antecedan notables deformaciones. La forma de la rotura frágil es también muy diferente cuando el esfuerzo es simple de tracción, pues el aspecto tronco cónico desaparece, y la rotura se produce según planos perpendiculares a la dirección del esfuerzo principal. Seguramente este aspecto del fenómeno

[156]Véase *La Technique Moderne*, vol. 15, pág. 7, 1923.

fue el que dio origen a la primera hipótesis de Rankine. Sin embargo, cuando el esfuerzo es simple, pero de compresión, la rotura frágil se sigue produciendo según planos inclinados, figura 131, siempre que las experiencias se realicen en las condiciones ordinarias. Para un paralelepípedo, por ejemplo, la rotura se inicia a partir de las aristas de las bases, según planos inclinados a menos de 50° con relación al eje del esfuerzo. Si se hace variar la altura del cubo, es decir, si se ensayan prismas rectos de altura superior a la longitud de la base, el fenómeno es análogo, con la única diferencia de que los troncos de pirámide tienden a ser pirámides completas, y aún hay casos en que se obtiene una sola pirámide que comprime como una cuña el material situado en su rededor, y el prisma se abre en todas direcciones. Otras veces sólo se desarrolla una de las caras de la pirámide, la cual se extiende de un lado a otro de la pieza manteniendo una inclinación constante de menos de 50º con relación al eje. La rotura parece, pues, haberse producido a lo largo de un plano de deslizamiento como en los materiales dúctiles, lo cual significaría una nueva comprobación de la teoría de Guest. En realidad así fue interpretado en un principio este fenómeno, hasta que nuevas experiencias demostraron que tratándose de materiales frágiles pero muy resistentes, la rotura se producía preferentemente según prismas verticales, siendo además de notar que la forma tronco-cónica o tronco-piramidal dependía de la relación entre la base y la altura de las piezas ensayadas. No obstante, las experiencias concluyentes fueron las del profesor Föppl, de Munich, quien obtuvo la misma forma de rotura anterior, es decir, según prismas verticales, con sólo lubricar convenientemente las superficies de contacto de las cabezas de la máquina de ensayo. Con esta medida disminuyó el roce entre dichas cabezas y la pieza ensayada, la cual al poderse dilatar libremente en el sentido lateral, se rompía abriéndose según multitud de prismas verticales que luego se rompían por flexión lateral.

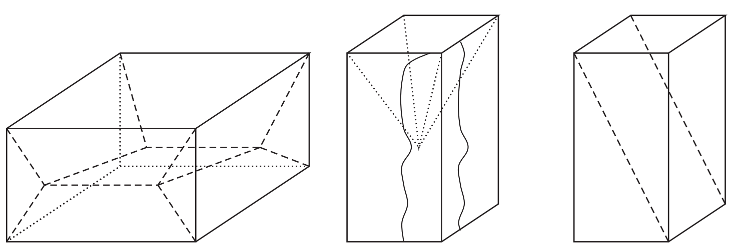


Figura 131

Una vez descartada la interpretación del fenómeno de rotura por compresión simple en materiales frágiles, según la hipótesis de Guest, quedaba por explicar esta última rotura en forma de prismas verticales. Según Alfons Leon[157], la causa es debida a la presencia de vacíos o cavidades en la masa del material, los cuales dan lugar a que las líneas de los esfuerzos principales se distribuyan de manera que se producen componentes transversales de tracción, las que causan en definitiva la rotura según planos perpendiculares a su dirección, como sucede en la tracción simple. Así quedaba, pues, reducido el fenómeno a ser interpretado mediante la aplicación de la primera hipótesis de Rankine, como se hizo para el caso de tracción simple.

En resumen, las experiencias anteriores llevaron a la conclusión, hoy todavía admitida en muchos tratados serios de resistencia, de que las roturas dúctiles obedecen a la ley de Guest, o sea a la hipótesis de la rotura por esfuerzo secante máximo; en cambio la rotura frágil quedaba explicada por la teoría del esfuerzo principal máximo. Tal era el estado de la cuestión hasta las experiencias de Föppl (1854-1924) y Karman Föppl[158] (1881 - 1963) parece ser quien primero salió de la rutina de las experiencias con esfuerzos simples, y, por medio de un aparato de su invención, llamado cruz de presión, logró poner en juego simultáneamente esfuerzos en dos direcciones perpendiculares entre sí. Comprobó de esta manera que la rotura se producía, en el caso de superficies convenientemente lubricadas, cuando la presión lateral alcanzaba el mismo valor que en las experiencias sencillas de rotura directa por compresión. Esta conclusión realmente inesperada vino a echar por tierra la hipótesis de Saint-Venant (1797 - 1886), sobre la máxima dilatación, pues en las condiciones de esta experiencia tal dilatación lateral es exactamente el doble de la que se produce a la compresión simple.

También realizó Föppl, experiencias de triple tensión comprimiendo probetas por medio de aceite, en una cámara muy resistente de acero. De esta manera pudo comprobar que la resistencia de las calcáreas, de la sal gema, del cuarzo y de algunos metales era muy grande, y aún podía suponerse indefinida descontando los defectos de homogeneidad y la existencia de vacíos interiores que en algunos casos ocasionan la rotura prematura. Comprobó, además, que haciendo variar la intensidad de las compresiones, la rotura se obtenía independientemente de la compresión media, la cual podría variar, por ejemplo, entre cero y la máxima, sin alterar la carga de rotura. Se llegó, pues, a la conclusión de que la rotura sólo depende de las tensiones extremas, y es independiente de la tensión media. En fin, von Karman, mencionado atrás, realizó también sus experiencias, en las cuales quedó demostrado que el mármol, por ejemplo, cuyo comportamiento es frágil en las condiciones ordinarias, puede llegar a parecer dúctil, capaz de presentar notables deformaciones antes de la rotura.

[157] *Oesterreischische Monatschrift für den offentliche Baudienst*, pág. 160.
[158] *Mitteilungen an der Mech. Tech. Laboratorium*, München, 1900.

Posteriormente a estas experiencias célebres, son muchas más las que se han realizado contando con medios cada vez más perfeccionados[159]. En todas ellas se han ido encontrando cada vez mayores complicaciones del fenómeno de la rotura, el que en un principio parecía susceptible de una explicación sencilla, por medio de alguna de las hipótesis enunciadas al comenzar. Se ha encontrado, pues, que no sólo es preciso tener en cuenta la multiplicidad de la solicitación, sino que también influye la velocidad de aplicación de las cargas[160]. Un material manifiestamente dúctil para velocidades de aplicación de la carga moderadas, se puede caracterizar como frágil cuando esta velocidad aumenta. Además de la velocidad interviene también la temperatura, como es obvio. Con altas temperaturas se rebaja el límite de fluencia en los metales y el material se hace más dúctil, o. mejor dicho, el diagrama de tracción simple muestra una transición más curva entre las pequeñas y más grandes deformaciones. Además se hace sensible el fenómeno de flujo lento (creep y relaxation). Se comprende también que pueden ser muchas y muy variadas las modalidades de solicitación que pudieran concebirse al tener en cuenta todos los elementos influyentes: desde la carga fija aplicada por tiempo indefinido, hasta las cargas variables gradual y súbitamente, y cuyos valores pueden también cambiar de sentido, como sucede en los ensayos de fatiga por alternabilidad de esfuerzos. Y si a todo esto hay que agregar la influencia de la forma de la probeta o muestra ensayada, se llega a la conclusión de que este fenómeno de la rotura sólo había sido considerado en su aspecto más superficial, y, por consiguiente, menos interesante desde el punto de vista científico.

84. Estado actual de las teorías sobre rotura.– Línea y superficie de resistencia elástica.– Entre las hipótesis enunciadas al comenzar, incluimos algunas muy recientes, como las hipótesis energéticas, pero dejamos de lado algunas que pueden considerarse como una combinación o extensión de aquellas más simples. Entre ellas la hipótesis de Mohr[161] que puede considerarse como una extensión de la teoría de Guest. Puesto que la producción del estado plástico en los metales dúctiles depende aparentemente del valor que tiene el esfuerzo secante según la superficie de deslizamiento, Mohr supuso además con Coulomb, que fuera del esfuerzo secante intervenía también el esfuerzo normal, y que por tanto, "el límite elástico, y la máxima resistencia de un material están determinados por las tensiones según los planos de deslizamiento o de rotura, y que el esfuerzo secante en los planos de deslizamiento alcanza en el límite un máximo dependiente del esfuerzo normal que obra sobre el mismo plano, y de las propiedades del material". Como se ve, hasta aquí no hay propiamente nada nuevo, si se tiene en cuenta que Coulomb había hecho idéntica hipótesis muchos

[159] Para un resumen de estas experiencias y de los medios puestos en juego, pueden consultarse "Experiments on combined Stresses", Joseph Marin. The Pennsylvania State College.

[160] Véase Kuntze, W., *Arch. Eisenhuttenv.* Bd. 2, 1928-29.

[161] Mohr Otto. "Abhandlungen aus dem Gebiete der Technischen Mechanik". 2a. ed., pág. 192.

años antes; sin embargo, Mohr, introdujo en la concepción antigua una noción nueva, al extender esta hipótesis al caso de solicitaciones multidimensionales; es decir, al caso de esfuerzos dirigidos simultáneamente según varias direcciones en el espacio. Además, mediante su ingeniosa representación del círculo que lleva su nombre, facilitó la introducción de la llamada línea o curva de resistencia elástica, que es sencillamente la gráfica de una relación entre el esfuerzo unitario normal y tangencial según el plano de deslizamiento o de rotura; es decir:

$$t = f(n)$$

Ecuación que se refiere a los ejes de Mohr, figura 132[162].

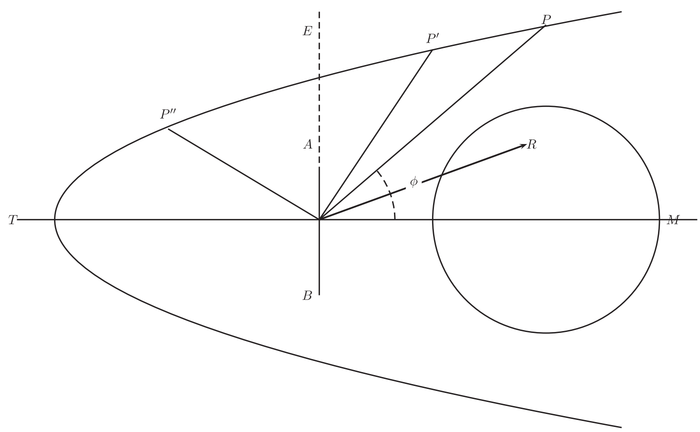


Figura 132

La curva o gráfica de la ecuación anterior limitada una región dentro de la cual ningún esfuerzo llegará a producir deformaciones permanentes; por consiguiente, será condición de equilibrio elástico para todo cuerpo sometido a esfuerzos, el que en ningún punto la tensión pueda alcanzar la curva intrínseca con respecto a un plano determinado. Es evidente que en cada punto del cuerpo existirán tres tensiones principales cuya representación dará lugar a un círculo de Mohr, cuyo diámetro será la diferencia entre las tensiones principales extremas. Como se ve en la teoría del círculo de Mohr, todas las tensiones a través de un plano cualquiera que pase por el punto estarán representadas por vectores OR, figura 132, cuyos extremos caerán dentro del círculo de Mohr; por consiguiente, si el equilibrio existe, dicho círculo deberá necesariamente encontrarse en el interior de la curva intrínseca, como está en la figura. Solo en caso límite puede concebirse el que dichos círculos sean tangentes a la curva, pero en ningún

[162] Para mayor explicación sobre el círculo de Mohr, o sobre las mismas curvas de resistencia elástica, pueden consultarse nuestras conferencias de Resistencia. Tomo II, págs. 291 y 312.

caso podrían cortar esta curva, a menos que se admita la rotura del equilibrio elástico. Puede decirse, por consiguiente, que la curva intrínseca es la envolvente de los círculos de Mohr correspondientes a los sistemas elásticos que puedan realizarse hasta el momento en que comienzan las deformaciones permanentes. Se comprende que cada material dará lugar a una curva intrínseca típica.

Esta representación de Mohr ha tenido una enorme influencia en la dilucidación del problema de la rotura, y son numerosas las experiencias que parecen dar la razón a esta hipótesis. No obstante hay dos hechos que no se explican con ella, como son: la ninguna intervención que se da en esta teoría al esfuerzo medio, y la fractura de materiales frágiles a la tracción por un esfuerzo triple de tracción[163], rotura que no obedece a la curva envolvente de los círculos máximos de Mohr. En cuanto al esfuerzo medio, ya habíamos hecho notar atrás, que según las experiencias de Föppl la rotura parecía producirse independientemente de dicho esfuerzo; sin embargo, experiencias hechas con materiales dúctiles por Lode, Ros y Eichinger[164], han demostrado que tal afirmación no es completamente exacta, pues en estos materiales según que el esfuerzo medio sea igual al mínimo o al máximo, el diámetro del círculo de Mohr puede variar hasta un 15. La constatación de Föppl se debió a que en los materiales frágiles, con los cuales experimentó, esta variación es mucho menor, o no existe.

De la noción de línea o curva de resistencia elástica se pasa naturalmente a la de superficie de resistencia elástica, o superficie límite de rotura. Si se supone, en efecto, que se elijan como ejes coordenados los tres ejes principales de esfuerzos relativos a un punto del elemento ensayado, los esfuerzos principales n_1, n_2, n_3, considerados como coordenadas corrientes, determinarán en cada una de las hipótesis de la rotura una superficie particular, de ecuación:

$$f(n_1, n_2, n_3) = 0 \ ,$$

que se llama superficie límite de rotura o de deformación plástica. Todo punto cuyas tensiones quedan dentro del volumen encerrado por la superficie anterior estará fuera de peligro contra la rotura o la deformación plástica. De acuerdo con esta convención, cada una de las teorías de rotura atrás enunciadas tendrá una superficie o sólido que la representa. Así, por ejemplo, la primera de Rankine, estará representada por un cubo, etc.[165].

Fuera de la teoría de Mohr, la segunda modalidad de la hipótesis energética de Hencky parece estar llamada a representar todavía más exactamente el fenómeno de la rotura en las condiciones ordinarias de la experimentación. Mencionaremos las experiencias de Lessells y MacGregor, realizadas en tubos delgados de acero niquel-cromo-molibdeno, sometidos a esfuerzos interiores

[163]Véase Nadai. Ob. cit., pág. 63.
[164]Véase Nadai, Ob. cit., pág. 67. También W. Kuntze, Ob. cit.
[165]Véase Nadai, Ob. cit., pág. 70.

combinados con tensión axial[166]. Vale la pena mencionar también la teoría presentada por Markus Reiner y Freudenthal al último Congreso de Mecánica Aplicada, en la cual se generaliza la hipótesis de Hencky substituyendo en ella el concepto estático por el dinámico.

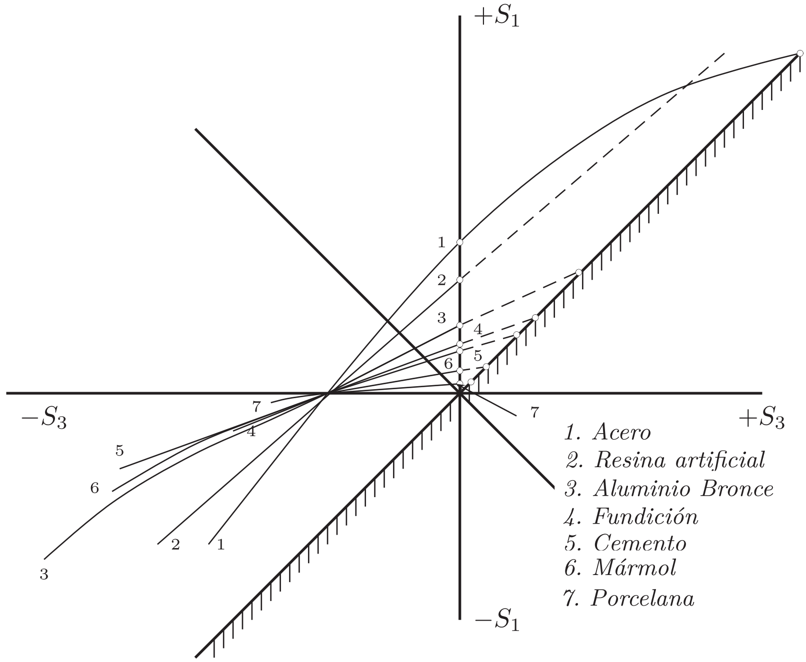


Figura 133

En fin, la figura 133 muestra un diagrama de las experiencias de Ros y Eichinger, Karmam, Boker, referidas a los ejes en cruz del esfuerzo máximo y mínimo que ya hemos empleado para representar las diversas hipótesis de rotura. Podemos superponer sobre este diagrama el de las diversas teorías de rotura para que se puedan apreciar mejor las notables diferencias que se presentan entre las diversas hipótesis de rotura y los resultados experimentales.

85. Resumen de los resultados.–Nuevos derroteros.– Se deduce de todo lo anterior que el fenómeno de la rotura en los cuerpos sólidos policristalinos, es demasiado complejo, porque sobre la manera de comportarse un material dado

[166] *Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics.*

bajo la acción de fuerzas crecientes hasta la rotura influye, como lo hemos visto, la distribución especial de las solicitaciones, su velocidad de aplicación, su misma naturaleza, si son de compresión, tracción, etc., y la temperatura del cuerpo que sufre su acción. Aún descontado la velocidad de aplicación de la carga y la temperatura, el fenómeno sigue siendo complicado, ya que la rotura es precedida por una especie de ablandamiento gradual de la textura del cuerpo en la mayor parte de los casos, el cual pasa a ser plástico o semiplástico. Por consiguiente, no le son aplicables las denominaciones corrientes de esfuerzo principal de la teoría elástica, desde luego que en tal estado no hay lugar a considerar un estado elástico propiamente dicho. Ahora bien, esos estados plásticos no están aún bien estudiados a pesar de los muchos trabajos interesantes que comienzan a realizarse. En otros casos la rotura sobreviene como consecuencia de una súbita perturbación del equilibrio interior, fenómeno en el cual tienen influencia ciertas combinaciones inestables de las tensiones interiores, en cuya producción no es extraña la forma exterior del cuerpo unida a la clase de solicitación.

Se podría contestar a todo esto que no interesa para el constructor el comportamiento del material en aquel periodo plástico, puesto que toda estructura debe mantenerse lejos de tal límite en proporción del coeficiente de seguridad elegido. Sin embargo, si se examina a la luz de la Teoría Matemática de la Elasticidad, o por la experiencia directa mediante la fotoelasticimetría, el resultado de los métodos empleados usualmente para el cálculo de estructuras, se llega a la conclusión de que no es raro el caso de que aún bajo las cargas corrientes de trabajo se lleguen a sobrepasar en algunos lugares de la estructura las solicitaciones elásticas de seguridad, sin que de ello resulte ningún perjuicio para su estabilidad, debido a que en los lugares afectados se producen deslizamientos plásticos que dan lugar a una redistribución de los esfuerzos hacia formas estables que garantizan el equilibrio ulterior de la construcción. Este fenómeno ha sido llamado por A. Caquot, proceso de adaptación, y su estudio se conoce ya con el nombre de teoría de adaptación, nuevo capítulo de la Resistencia de Materiales que estudia las solicitaciones o tensiones una vez producidos deslizamientos locales. Estos deslizamientos locales obligarán a realizar un estudio menos resumido, y mucho más preciso de las tensiones en el interior de una estructura, ya que los llamados esfuerzos secundarios hasta ahora despreciados, son los que pueden llegar a determinar tensiones dos a diez veces mayores que las de trabajo; por ejemplo, en las uniones de piezas imperfectamente diseñadas, o alrededor de los orificios de los remaches en estructuras trianguladas.

Sin embargo, a pesar de las reservas anteriores, es evidente que existen algunas conclusiones que pueden considerarse como tierra firme, o sólidos puntos de partida para nuevas investigaciones, o para guiar al calculista en la elección de los coeficientes de trabajo. Nos atrevemos a mencionar las siguientes:

1) Todos los materiales en general pueden resistir enormes presiones, sin que se produzca rotura, cuando estas presiones obran idénticamente en todos sentidos (presión hidrostática). Estas grandes presiones que pueden producirse o que existen en las profundidades del océano, y en el interior de la tierra, pueden producir en los cuerpos sólidos deformaciones permanentes cuando el sólido no es suficientemente compacto, o deformaciones elásticas que se pueden prolongar indefinidamente para cualquier valor de la presión[167]. Las roturas accidentales producidas en mármoles, etc., se explican por una falta de homogeneidad en la masa sólida o por la existencia de vacíos, donde penetra el líquido transmisor del esfuerzo.

2) Contrastando con lo anterior, la materia sólida en general tiene una resistencia limitada a la tracción hidrostática; es decir, a la tracción distribuida uniformemente en todos sentidos. En estas condiciones, la materia no presenta deformaciones plásticas y la rotura sobreviene por separación o desgarramiento, bajo la acción de una tensión que se considera íntimamente relacionada con la cohesión del material.

3) La rotura se presenta solamente en dos formas: por deslizamiento y por desgarramiento. Hemos dicho que estos dos géneros de rotura no son peculiares, a las temperaturas corrientes, de ningún material, sino de la forma de solicitación o de la velocidad de aplicación del esfuerzo.

4) La rotura depende principalmente, en las condiciones ordinarias de velocidad de aplicación de las cargas y de temperatura, de la mayor diferencia entre los esfuerzos principales, siempre que se trate de esfuerzos combinados. El esfuerzo intermedio tiene poca influencia relativamente.

5) Al haber sido definido un material, por medio de su curva de resistencia elástica, se puede asegurar que la estructura a que pertenece se conservará indefinidamente si, para cualquiera de sus puntos, el círculo de Mohr correspondiente a los esfuerzos principales máximo y mínimo puede inscribirse en la región comprendida por dicha curva. Se puede decir que esta regla es necesaria y suficiente, y de carácter absolutamente general, siempre que no se salga de las condiciones ordinarias de aplicación de las cargas.

86. Criterio para la elección de los coeficientes de trabajo.–Coeficiente de seguridad.– Los temas anteriormente expuestos nos capacitan para apreciar el peligro de rotura en una estructura, la cual puede arruinarse por la falla del material en cualquiera de los elementos que la forman, como consecuencia de las tensiones allí desarrolladas.

[167] Véase A. Nadai, Ob. cit.

La falla del material puede ser causada por tensiones directas de compresión o de tracción, cuyo efecto hemos analizado extensamente en los párrafos anteriores, y también por tensiones de cizallamiento, o por la combinación de tensiones de esta clase en los estados elásticos doble y triple, o en el caso de que coincidan en combinación solicitaciones diversas, como sucede al combinar flexión y torsión, flexión y compresión, etc. Este último caso será tratado separadamente.

Se comprende que los coeficientes de trabajo elegidos, es decir, las tensiones permitidas en cada punto, deben estar íntimamente relacionadas con el peligro de rotura correspondiente, de tal manera que la economía en material sea la máxima compatible con un margen prudente de seguridad uniforme en toda la estructura, hasta donde ello sea posible.

Ya en el N°. 45 quedó dicho que este margen de seguridad debe ser apreciado en función de varias consideraciones imposibles de valorar numéricamente, y cuya complejidad es tan grande que hacen de la fijación de los coeficientes de trabajo una operación enteramente arbitraria, cuando no interviene en ella la experiencia relativa a cada caso particular.

Comencemos por suponer un caso sencillo de solicitación, como sería el de una varilla de acero sometida a una fuerza de tracción, de tal manera que dicha fuerza esté aplicada rigurosamente según su eje, como en las experiencias de laboratorio atrás descritas. Es evidente que para una fuerza T de tracción, la tensión correspondiente será:

$$t = \frac{T}{A}$$

en la que A es el área de la sección transversal de la varilla. Si dicha sección A se proporciona de tal manera que la fatiga o tensión de tracción tenga por valor

$$f_{A-T} = \frac{f_{F-T}}{c}$$

en que f_{F-T} es el límite de fluencia a la tracción en el acero, y c un número entero mayor que uno, es evidente que no habría peligro de rotura para la pieza considerada. Sin embargo, para afirmar lo anterior debemos estar seguros:

1o. De que la fuerza exterior es realmente T, y está dirigida rigurosamente según el eje geométrico del prisma que se considera. Ahora bien: de todos es sabido que en muchos casos para evitar el tener que hacer cálculos excesivamente complicados y hasta impracticables, se substituye la estructura real por otra más sencilla, con lo cual se desprecian esfuerzos que se supone sean secundarios, cuya influencia nos es desconocida hasta cierto punto. Aún para el caso que contemplamos ya hemos explicado las precauciones que es necesario tomar en la práctica a fin de que la experiencia tan sencilla de tracción pueda ser interpretada por la fórmula anterior;

2o. De que la misma fórmula representa con exactitud la tensión en el interior del cuerpo considerado. En el caso tan sencillo propuesto no habría duda; más en cualquiera otro más complicado, la determinación de las tensiones interiores correlativas de las fuerzas exteriores, se hace por medio de fórmulas deducidas a partir de hipótesis más o menos inexactas, y por lo tanto, los valores calculados son apenas aproximados aún para las estructuras más sencillas. Para estructuras o formas de solicitación diferentes de las supuestas, puede suceder que la repartición de las tensiones sea muy diferente a la expresada por las fórmulas usuales, como sucede, por ejemplo, cuando aparecen concentraciones de la tensión debido a cambios bruscos de sección, orificios etc.;

3o. De que el límite de fluencia introducido sea el que corresponde al material empleado, y sea el mismo en toda la estructura. Sin embargo, ya hemos hecho notar el carácter convencional que tiene este límite, y cómo él depende de las condiciones de la experiencia, aparte de que la homogeneidad e isotropía supuestas en el material están ligadas al proceso de fabricación por muchas condiciones que pueden variarse o alterarse accidentalmente en perjuicio de tales cualidades.

Todas estas causas de incertidumbre se deben corregir mediante la introducción del coeficiente c que figura en la fórmula, el cual puede variar entre 1 y un valor mayor cualquiera, tanto mayor cuanto mayores sean las causas de incertidumbre atrás enumeradas. Este número viene a ser por consiguiente un verdadero factor de ignorancia. Cuanto mayor sea, tanto mayores serán las dimensiones de la pieza calculada, y menor la economía de la construcción. Para valores de c muy pequeños se tendrán construcciones más económicas, pero más atrevidas.

Coeficiente de seguridad es, pues, el número por el cual es preciso dividir el límite o coeficiente de fluencia, límite de proporcionalidad o coeficiente de rotura, para obtener el llamado coeficiente de trabajo del material.

Se desprende de lo dicho que no existe un criterio único para elegir el coeficiente de trabajo, sino que este coeficiente dependerá de la clase de material, género de esfuerzo, forma de la estructura, etc. Al proporcionar una estructura, el ideal sería, pues, que en todas sus partes, la fatiga estuviese proporcionada al grado de seguridad elegido de antemano; sin embargo, tal cosa no siempre es posible dada la complejidad del problema.

Sin pretender, por tanto, fijar normas exclusivas, ni proponer que ellas sean iguales para todos los materiales, se pueden dar las siguientes indicaciones sobre elección de los coeficientes de trabajo:

En materiales dúctiles en las condiciones ordinarias, el coeficiente de trabajo se suele determinar a partir del límite de fluencia, de tal manera que se tenga para la tracción o compresión:

$$f_A = \frac{f_F}{c} \tag{190}$$

en que c es el factor de seguridad, el que se suele tomar igual a 1,5 o 2, cuando se han tomado en consideración todas las circunstancias desfavorables.

Si se ha determinado el coeficiente de trabajo a los esfuerzos simples de tracción o compresión, la fatiga para cualquier otra clase de tensión o combinación de tensiones se determina sobre la base de la teoría del esfuerzo secante máximo explicado atrás, o sea:

$$f_{A-S} = \frac{1}{2}\frac{f_{R-T}}{c}\ . \tag{191}$$

Según esto, la fatiga admisible se determina de tal manera que se tenga para cualquier punto de la estructura:

$$\frac{n_1 - n_3}{2} = f_{A-S} = \frac{1}{2}\frac{F_{R-T}}{c}\ .$$

como es fácil comprobarlo este criterio coincide con el de la curva de resistencia intrínseca, el cual consiste en que para los casos de solicitación triple, el círculo de Mohr debe estar comprendido o encerrado por dicha curva.

Para el caso de tensiones variables, pulsantes u oscilantes son muchas las fórmulas que se han propuesto para interpretar los resultados de Wöhler, a quien se deben las experiencias sobre esta clase de esfuerzos. La regla práctica dada por el mismo Wöhler es la siguiente: Si se representa por 3 la tensión admisible para cargas permanentes, la tensión por cargas intermitentes o pulsantes del mismo sentido se representará por 2, y la tensión por cargas alternativas u oscilantes de sentidos contrarios, por 1[168].

En los materiales frágiles, los coeficientes de trabajo para la tracción y compresión se deducen del coeficiente de rotura, por las fórmulas:

$$f_{A-T} = \frac{f_{R-T}}{c} \quad ; \quad f_{A-C} = \frac{f_{r-C}}{c}\ , \tag{192}$$

en las que f_R es el límite de rotura al respectivo esfuerzo, y c es el coeficiente ya definido de seguridad. Para materiales como el concreto o la fundición, etc., este factor se toma comparativamente más alto, que para materiales dúctiles, o sea de 4 a 8.

En el caso de esfuerzos o tensiones combinadas se usa también la teoría del esfuerzo principal máximo; es decir, las dimensiones se establecen de manera que la tensión de tracción máxima no pueda pasar o ser mayor que el coeficiente de trabajo a tracción simple, y la compresión máxima no sea tampoco mayor que dicho coeficiente a la compresión simple. No hay que olvidar que para materiales frágiles deben tenerse en cuenta los fenómenos de concentración de tensiones al

[168]Véase Wöhler, Ob. cit.

calcular dichas tensiones máximas de compresión o tracción. También se emplea como criterio el de las curvas de resistencia intrínseca.

87. Caso de solicitaciones combinadas.– Se comprende que la falla de una estructura tiene que provenir de una combinación desfavorable de las tensiones en cualquiera de sus puntos; por consiguiente, si se conocen con la precisión necesaria las fuerzas que solicitan la estructura, y las tensiones correlativas en su interior, parece fácil poder decir si se cumplen o no las condiciones de seguridad requeridas; sin embargo, no hay que olvidar que en ciertos casos se producen fenómenos de inestabilidad que provienen de la combinación de solicitaciones no previstas en el planteo inicial del problema, debido a que originan solicitaciones nuevas a causa de la deformabilidad de la estructura, ya sea por defectos de forma no previstos, o ya por la incorrecta aplicación de las fuerzas, falta de homogeneidad del material, etc.

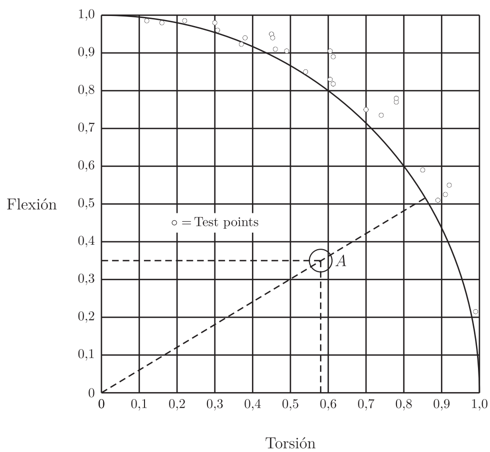


Figura 134

La falla por estabilidad proviene naturalmente en último análisis de la rotura del material por las tensiones locales que se originan; pero el fenómeno tiene por causa inicial una combinación de solicitaciones fácil de prever en la mayoría de los casos prácticos. La inestabilidad puede ser general o local. Por ejemplo, la rotura de una columna tubular puede ocurrir por una flexión lateral del tubo (inestabilidad general), o por la falla de las paredes bajo una tensión inferior a la requerida para una falla general de la columna (inestabilidad local).

La inestabilidad puede sobrevenir tanto dentro del periodo elástico o por debajo del límite de proporcionalidad, como más allá de este límite. La primera se llama inestabilidad elástica, y la otra plástica. Es de notar que la inestabilidad no está generalmente asociada con el límite de rotura del material.

Para prevenir el peligro de rotura por inestabilidad se ha empleado el método llamado de las **de interacción**[169]. Este método se basa en la definición de la **relación de tensión** como sigue:

$$R = \frac{\text{Carga o tensión aplicada}}{\text{Carga o tensión admisible}} = \frac{f}{f_A}\ . \tag{193}$$

Así para flexión se tendrá $R_{F1} = f_{F1}/f_{A-F}$ y para la torsión $R_{Se} = f_{Se}/f_{A-S}$.

Estas relaciones de tensión R son números menores que la unidad, sin dimensiones que denotan la fracción de tensión admisible que es utilizada, o que puede llegar a desarrollarse sin perjuicio para la estructura cuando interviene en combinación con otras relaciones.

Si se supone que intervienen en combinación solicitaciones de flexión y de torsión pueden realizarse ensayos para obtener los valores de R_{Se} que produzcan la rotura a partir de diferentes valores de R_{F1}. Los resultados de estos ensayos se pueden representar en el gráfico de la figura 134. El área comprendida por esta curva y ejes representa para cada uno de sus puntos combinaciones aceptables de ambas solicitaciones, mientras que la curva misma representa aquellas combinaciones que producirían la rotura de la estructura.

La forma más común de las ecuaciones de líneas de interacción es la siguiente:

$$R_x^a + R_y^b = 1 \tag{194}$$

en la que R_x y R_y representan dos solicitaciones simples, y a, b, son exponentes que le dan su forma a dichas líneas de interacción. En la figura 135, se muestran varias líneas de interacción y sus ecuaciones respectivas.

Naturalmente la forma anterior (194) se puede generalizar si se suponen más de dos solicitaciones en combinación, por ejemplo: flexión, compresión y torsión. La ecuación sería entonces:

$$R_x^a + R_y^b + R_z^c = 1 \tag{195}$$

la cual representaría ya no una línea sino una superficie de interacción.

En las relaciones anteriores la rotura sólo puede ocurrir cuando la suma de las relaciones de tensión, elevada cada relación a la potencia indicada es igual o superior a uno. Si a, o b, en la fórmula (194) crecen hasta acercarse al infinito, sucede que la línea de interacción se aproxima a sus dos valores límites $R_x = 1$; $R_y = 1$, lo cual significa que no hay interdependencia alguna entre las solicitaciones consideradas. O si estos exponentes son menores que la unidad se

[169]Primitivamente llamado método de las relaciones de tensión. Véase R. R. Shanley and E. I. Rider, "Stress Ratios", Aviation, New York, June 1937.

presenta el caso contrario en que la línea se acerca al límite $R_x = 0$, y $R_y = 0$, lo que indica un grado elevado de interacción.

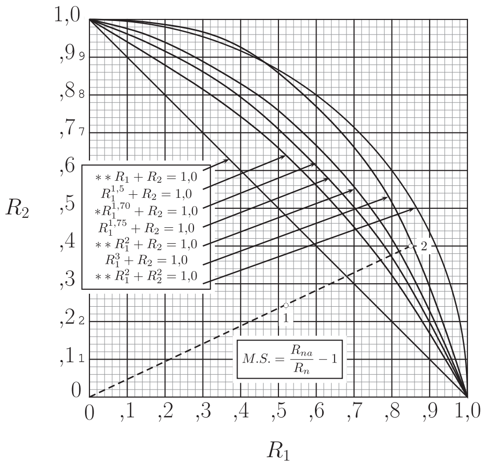


Figura 135

Se llama **margen de seguridad**[170] para cada valor de R la relación:

$$M.S. = \frac{f_A - f}{f} = \frac{1 - \dfrac{f}{f_a}}{\dfrac{f}{f_A}} = \frac{1}{R} - 1 \ . \tag{196}$$

El margen de seguridad[171] para una combinación de cargas cuando sólo intervienen dos relaciones R está dado por la posición del punto A, figura 134, que corresponde a las relaciones R_{A-S} y R_{A-F} del caso contemplado. Este margen se obtiene del modo siguiente:

Se une A con el origen O y se prolonga la recta hasta la curva en B. Se miden entonces R_{B-F}, R_{B-S}. El **factor de utilización** es la relación:

$$U = \frac{R_{A-F}}{R_{B-F}} = \frac{R_{A-S}}{R_{B-S}} \ . \tag{197}$$

[170] Ecuación empleada para planchas corrugadas bajo esfuerzos combinados secantes y de compresión.

[171] El M.S. para cada ecuación se calcularía como se indica adelante R_{na}/R_n quiere decir relación entre la abscisa u ordenada de un punto 1 cualquiera, con la abscisa u ordenada del punto 2 de la curva correspondiente en la prolongación de 01.

El margen de seguridad será en este caso:

$$M.S. = \frac{U}{1} - 1 \ . \tag{198}$$

Se comprende por lo dicho que cada ecuación de interacción tiene una fórmula especial que da el margen de seguridad. Así, si la ecuación es de la forma:

$$R_x + R_y = \ , \tag{199}$$

se deduce, aplicando analíticamente el proceso ya indicado que dicho margen es:

$$M.S. = \frac{1}{R_{A-x} + R_{A-y}} - 1 \ , \tag{200}$$

en que R_{A-x} y R_{A-y} son las relaciones de tensión admisibles.

Si la ecuación es:

$$R_x^2 + R_y^2 = 1$$

el margen de seguridad será:

$$M.S. = \frac{1}{\sqrt{R_{A-x}^2 R_{A-x}^2}} - 1 \ . \tag{201}$$

De idéntica manera se puede deducir el margen de seguridad para otras formas de la ecuación de interacción, o para las superficies de interacción[172].

Ejemplo.– Si se admite para el acero ordinario un coeficiente de rotura a la tracción de 40 kgm/mm2, y al esfuerzo secante de 25 kgs/mm2, trazar la curva de interacción para solicitación combinada de tracción y esfuerzo secante, según las siguientes hipótesis:

a) La rotura se produce cuando la tensión máxima normal es igual al coeficiente de rotura por tracción;

b) La rotura se produce cuando la tensión secante alcanza el valor del coeficiente de rotura por esfuerzo secante;

c) La rotura se produce según la relación 194 empleando el valor 2 para ambos exponentes a y b.

Tomar las tensiones de tracción verticales, y las secantes horizontales. No emplear relaciones, sino las tensiones directamente.

[172]Véase Anc Bulletin. *Strength of Aircraft Elements.*

Cálculo de las estructuras sometidas a esfuerzos simples longitudinales de tracción y compresión[173]

88. Fórmulas empleadas en la resolución de los problemas de resistencia.– Las teorías generales establecidas en los capítulos anteriores, nos permiten ya resolver los problemas que se presentan más comúnmente en la práctica. Comenzaremos por los casos más sencillos, cuando entran en juego fuerzas longitudinales de tracción o compresión.

La fórmula general cuando se trata de resolver el primero y el tercer problema enunciado en el número 4, es:

$$P = Af_A \ . \tag{202}$$

En esta fórmula P es el esfuerzo total, o carga en kilos que puede resistir sin peligro una pieza de sección A a razón de f_A kilos por centímetro cuadrado. f_A es, pues, el coeficiente de trabajo a la compresión o a la tracción, según el caso. Designaremos por f_{A-T} el coeficiente de trabajo a la tracción y por f_{A-C} el coeficiente de trabajo a la compresión.

Si se trata de resolver el primer problema, será necesario despejar a A de la fórmula (202). En este caso el coeficiente de trabajo será uno de los datos del problema y la fórmula (202) se puede escribir:

$$A = \frac{P}{f_A} \ . \tag{203}$$

La fórmula general cuando se trata de resolver el segundo problema, es:

$$a = \frac{P}{AE}$$

o sea:

$$\delta\ell = \frac{P\ell}{AE} = a\ell \ , \tag{204}$$

y siendo

$$\frac{P}{A} = f_A \ ,$$

[173]Este capítulo pertenece también al libro *Resistencia de materiales*, resultado del curso dictado en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia entre 1940 y 1946.

queda:

$$a = \frac{f_A}{E} \ ,$$

en que a es la dilatación proporcional, $\delta\ell$ el alargamiento absoluto, ℓ la longitud de la pieza, y E el coeficiente de elasticidad de la materia empleada.

La elección de los coeficientes f_{A-T}, f_{A-C}, E, se hará utilizando las tablas formadas por medio de experiencias, y las cuales se encuentran en todas las carteras y manuales[174].

89. Ejercicios.

64.– Una barra de hierro dulce de 3 m. de longitud debe soportar una tracción axial de 10 toneladas. ¿Cuál deberá ser su sección A, y cuál su alargamiento?

Comenzaremos por buscar las constantes f_{A-T} y E para el hierro dulce. En las carteleras encontramos: para el hierro dulce $E = 20000$ k/mm2; $f_{A-T} = 900$ k/cm2, coeficiente de trabajo que corresponde al caso de carga estática.

Aplicando ahora la fórmula (203), se tiene:

$$A = \frac{P}{f_{A-T}} = \frac{10{,}000}{900} = 11,11 \text{ cms.}^2 \ .$$

El alargamiento se obtiene aplicando la fórmula (204):

$$\delta\ell = \frac{P\ell}{AE} = 900\frac{300}{2{,}000{,}000} = 0,135 \ cms.$$

65.– Tres columnas de fundición de sección circular uniforme y de poca altura, deben soportar un recipiente cilíndrico con un peso de 100 toneladas. Encontrar la sección de las columnas.

Adoptaremos f_{A-C} para la fundición, igual a $15\,k/mm^2$, y llamando d el diámetro de cada columna, se tiene:

$$\frac{100000}{3 \times 5} = \pi\frac{d^2}{4} \ ,$$

de donde:

$$d = \sqrt{2832} = 52,2 \ mm.$$

90. Caso en que se tiene en cuenta el peso propio de los materiales.– En los ejemplos anteriores no se ha tenido en cuenta el peso propio del cuerpo, porque en los casos considerados seguramente dicho peso es despreciable; pero puede suceder que este peso sea importante en algunos casos, como, por ejemplo, en las torres muy altas, en los cables de las minas, etc. Para tener en cuenta dicho peso veamos dos procedimientos: uno aproximado y otro exacto.

[174] Estos datos se llaman constantes específicas de los materiales. (Véase Tabla 1).

A. Solución aproximada.– Se divide el prisma AB, (figura 136), en n partes de longitudes $\ell_1, \ell_2, \cdots, \ell_n$ y de secciones $A_1, A_2, \cdots, A_n$.

Si consideramos el trozo prismático inferior y la sección superior, que es la que más trabaja, se puede escribir:

$$P + \ell_1 A_1 \gamma = f_{A-T} A_1$$

en que γ es el peso específico del material del prisma. De la expresión anterior se deduce:

$$A_1 = \frac{P}{f_{A-T} - \ell_1 \gamma} \ .$$

Para el trozo siguiente se tiene asimismo:

$$P + \ell_1 A_1 \gamma + \ell_2 A_2 \gamma = f_{A-T} A_2 \ ,$$

y teniendo en cuenta A_1:

$$f_{A-T} A_1 + \ell_2 A_2 \gamma = f_{A-T} A_2 \ ,$$

de donde:

$$A_2 = \frac{f_{A-T} A_1}{f_{A-T} - \ell_2 \gamma} = P \frac{f_{A-T}}{(f_{A-T} - \ell_1 \gamma)(f_{A-T} - \ell_2 \gamma)} \ .$$

Para el trozo siguiente se tendrá análogamente:

$$A_3 = P \frac{f_{A-T}^2}{(f_{A-T} - \ell_1 \gamma)(f_{A-T} - \ell_2 \gamma)(f_{A-T} - \ell_3 \gamma)} \ .$$

De manera que para la sección del trozo n se tendrá:

$$A_3 = P \frac{f_{A-T}^2}{(f_{A-T} - \ell_1 \gamma)(f_{A-T} - \ell_2 \gamma) \cdots (f_{A-T} - \ell_n \gamma)} \ . \tag{205}$$

El peso total que obra sobre la base superior del primer trozo, es:

$$W_1 = P + \ell_1 A_1 \gamma = f_{A-T} A_1 \ ,$$

y sobre la base del segundo:

$$W_2 = P + \ell_1 A_1 \gamma + \ell_2 A_2 \gamma = f_{A-T} A_2 \ .$$

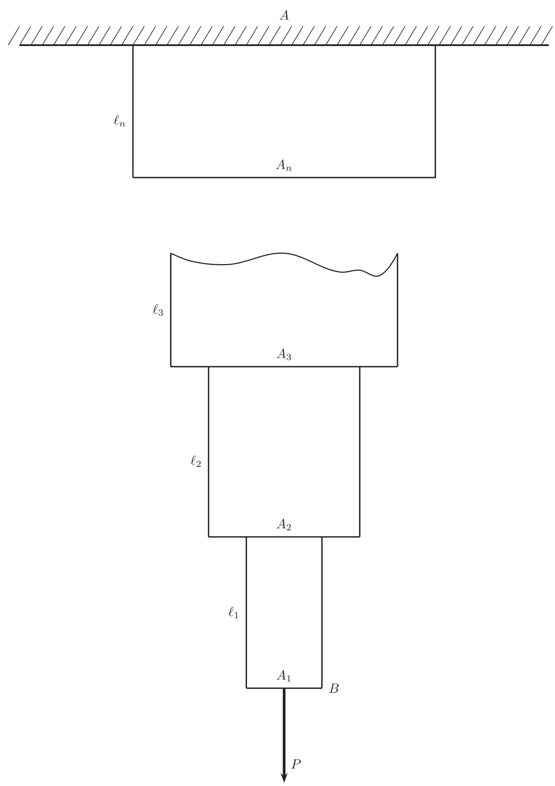


Figura 136

De donde se deduce que los valores de W_1, W_2, …, W_n se obtienen multiplicado por f_{A-T} los correspondientes valores de A_1, A_2, …, A_n. Si los diferentes trozos en que se ha considerado dividido el prisma son iguales entre sí, la fórmula de la sección n del prisma se convierte en

$$A_n = P\frac{f_{A-T}^{n-1}}{(f_{A-T} - \ell'\gamma)^n}\ , \tag{206}$$

en que ℓ' es igual a AB/n, siendo n el número de trozos de sección diferente en que deba dividirse el prisma o cilindro.

B. Solución exacta.– Teóricamente es posible encontrar un sólido de revolución que ofrezca la misma resistencia a todo lo largo de su eje AB, (figura 137).

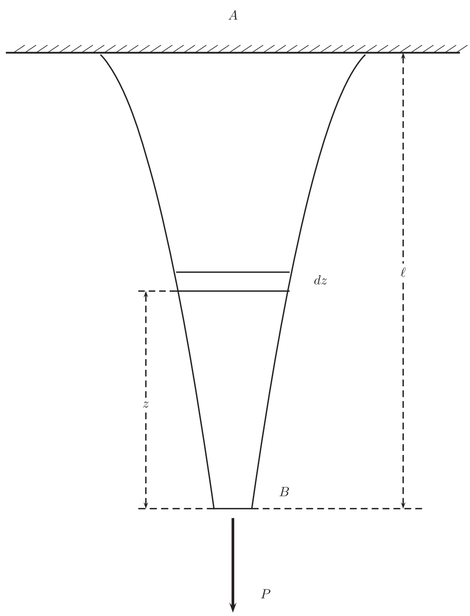


Figura 137

Tomemos, en efecto, el eje AB como eje de las z a partir del extremo B, y sea A la sección de este sólido a una distancia z de B. La sección de una distancia $z+dz$ de B será $A+dA$ y el incremento dA de la sección debe ser el justamente necesario para resistir el aumento de peso debido al trozo de altura dz. Se debe tener por tanto:

$$f_{A-T} dA = A\gamma dz$$

en que γ es el peso específico del material empleado.

Integrando la expresión anterior entre 0 y z, se tiene, después de haber separado las variables:

$$\int_0^z \frac{dA}{A} = \frac{\gamma}{f_{A-T}} \int_0^z dz \ ,$$

o sea:

$$\text{l.nep. } A_z - \text{l.nep. } A_0 = \frac{\gamma}{f_A}, z)\text{l.nep. } \frac{A_z}{A_0} \ ,$$

en que A_z y A_0 son las áreas de las secciones del cuerpo, a las distancias z y 0, respectivamente.

Pasando de los logaritmos a los números, se tiene:

$$\frac{A}{A_0} = \exp(\gamma z / f_{A-T}) \quad \therefore \ A = A_0 \exp(\gamma z / f_{A-T}) \ .$$

Si llamamos r el radio de la sección circular en z y r_0 el mismo radio en B, se tiene:

$$\pi r^2 = \pi r_0^2 \exp(\gamma z / f_{A-T}) \ ,$$

de donde:

$$\frac{r^2}{r_0^2} = \exp(\gamma z / f_{A-T}) \ . \tag{207}$$

Tomando logaritmos neperianos:

$$2\,\text{l.nep.}\,\frac{r}{r_0} = \frac{\gamma}{f_{A-T}} z \ ,$$

y pasando a los logaritmos vulgares:

$$2,3026 \log \frac{r}{r_0} = \frac{\gamma}{2f_{A-T}} z \ . \tag{208}$$

Ecuación de una curva logarítmica asintótica al eje AB, la cual nos permite determinar a r en función de z. El valor de r_0 se fijará por la condición:

$$f_{A-T} \pi r_0^2 = P \ .$$

91. Cálculo del alargamiento cuando se tiene en cuenta el peso propio del prisma.– Para determinar el alargamiento que produce el peso propio del prisma, supongámoslo dividido en elementos de altura dz (figura 138), y consideremos uno de estos elementos a una distancia z de A. El alargamiento de este elemento debido al peso de la parte inferior del prisma será:

$$\frac{\gamma A(\ell - z)}{AE} dz \ ,$$

en que $\gamma A(\ell - z)$ es el peso de la parte del prisma situada por debajo de la sección. El alargamiento total se obtendrá integrando la expresión anterior entre los límites 0 y ℓ, así:

$$\int_0^1 da = a = \int_0^\ell \frac{\gamma}{E}(\ell - z) dz = \int_0^\ell \frac{\gamma}{E} \ell dz - \int_0^\ell \frac{\gamma}{E} z\, dz \ ,$$

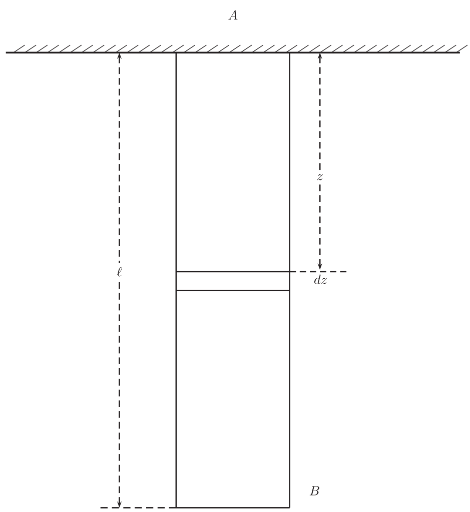


Figura 138

o sea:

$$a = \frac{\gamma}{E}\ell^2 - \frac{\gamma}{E}\frac{\ell^2}{2} = \frac{\gamma}{E}\frac{\ell A\ell}{2A} = \frac{W\ell}{2AE} \ , \tag{209}$$

en que W es el peso propio del prisma. De la fórmula anterior se deduce que el alargamiento del prisma por su propio peso es la mitad del que se produciría si el peso estuviera concentrado en el extremo del prisma.

Si se trata, en fin, de un sólido de igual resistencia, como el estudiado anteriormente, en un elemento diferencial cualquiera de sección A, siendo $W - n$ el peso de la parte del prisma que queda por debajo de dicha sección, el alargamiento elemental correspondiente será:

$$da = \frac{W_n}{A_n E} dz \ ,$$

pero se tiene por ser sólido de igual resistencia:

$$f_{A-T} A_n = W_n \ ,$$

por consiguiente:

$$da = \frac{f_{A-T}}{E} dz \ .$$

De donde integrando entre 0 y 1, se tiene:

$$a = \frac{f_{A-T}}{E}\ell \ . \tag{210}$$

92. Aplicación al cálculo de cables metálicos de transmisión o de suspensión, y de correas de transmisión.– Como se comprende, son innumerables los ejemplos que pudieran ponerse para ilustrar la aplicación de la fórmula de tracción. Por esto, aquí nos limitaremos a estudiar solamente algunos casos especiales, que pueden presentar alguna complicación.

En un cable de acero, los hilos de acero A se agrupan alrededor de un alma de cáñamo formando un cable parcial llamado torón, el cual consta de siete hilos de acero en el caso de la figura 139. Estos torones, a su vez, se tuercen alrededor de un alma de cáñamo, siendo su número seis en el caso de la figura. El alma de cáñamo M tiene por objeto dar elasticidad suficiente al cable, pero algunas veces se reemplaza por hilos de acero.

Sea n el número de hilos de acero, P la tracción que ejerce sobre el cable, y d el diámetro de los hilos de acero. Despreciando la resistencia del cáñamo, se debe tener:

$$n\frac{\pi d^2}{4} = \frac{P}{f_{A-T}} \ , \tag{211}$$

en que f_A es el coeficiente de trabajo a la tracción del acero[175].

La fórmula anterior sería suficiente para los cables de suspensión de corta longitud; pero para cables de alguna longitud, será necesario contar con el peso propio del cable. Además, para cables de transmisión será necesario tener en cuenta también la fuerza tangencial de inercia, la adherencia, y el efecto debido a la incurvación del cable, y aun la fuerza centrífuga, en los casos en que entran en juego velocidades considerables. Si se tiene en cuenta el peso propio del cable, llamando γ este peso por metro lineal y por unidad de sección, y siendo ℓ la longitud del cable completamente desarrollado, el peso del cable será:

$$W = n\frac{\pi d^2}{4}\gamma\ell \ .$$

La fórmula para obtener la sección será entonces:

$$n = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{P+W}{f_{A-T}} = \frac{\dfrac{n\pi d^2}{4}\gamma\ell + P}{f_{A-T}} \ .$$

de donde:

$$\frac{n\pi d^2}{4} = \frac{P}{f_{A-T} - \gamma\ell} \ . \tag{212}$$

[175]El cable se distingue por su diámetro D, medido como se indica en la figura 139. Podrá relacionarse su resistencia a la sección ficticia correspondiente a dicho diámetro.

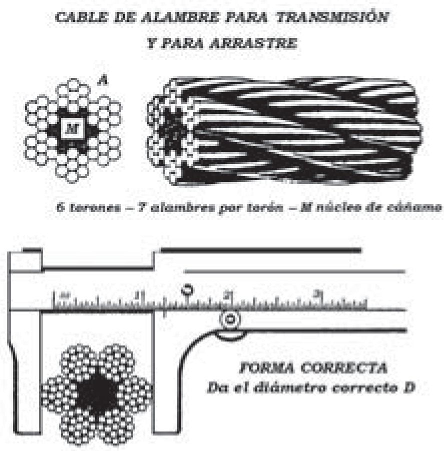


Figura 139

Para tener en cuenta los efectos de la fuerza de inercia tangencial, se puede escribir:

$$Mg = n\frac{\pi d^2}{4}\gamma\ell + P \ .$$

en que M es la masa del conjunto del cable, P la fuerza de tracción, y g la aceleración de la gravedad. De la fórmula anterior, podemos, pues, despejar la masa del conjunto M, la cual al pasar de la velocidad 0 a v_0 en el tiempo t, sufre una aceleración $j = v_0/t$, y por lo tanto se originará un esfuerzo $Mj = P'$, el cual habrá que sumar a los esfuerzos anteriores, obteniéndose en definitiva:

$$F = P + P' \ .$$

También hay que tener en cuenta los efectos de la adherencia sobre las poleas, y de la fuerza centrífuga cuando se trata de cables o correas de transmisión.

Para tener en cuenta el efecto de la adherencia, supongamos que la cuerda AB, figura 140, está solicitada por una fuerza P, que está destinada a vencer la resistencia Q. Es sabido que sobre un punto M de la curva obra la reacción normal N de la rueda y la fuerza tangencial fN debida al flote sobre la superficie de la polea. Aplicando a este caso las ecuaciones intrínsecas del equilibrio de un hilo vistas en mecánica[176], se tiene:

$$\frac{dT}{ds} + fN = 0 \ ; \quad \frac{T}{\rho} + N = 0 \ ,$$

[176]Estas ecuaciones intrínsecas son (pág. 184 Appel Deutheville. *Précis de Mécanique*)

$$-F_t = \frac{dt}{ds}; \quad -F_n = \frac{T}{\rho} \ .$$

Véase también Lecornu: *Cours de Mécanique*.

en que T es la tracción del cable.

De las ecuaciones se deduce:

$$-N = \frac{T}{\rho} \;\therefore\; \frac{dT}{ds} = f\frac{T}{\rho} \ ,$$

o sea:

$$\frac{dT}{T} = f\frac{ds}{\rho} \ .$$

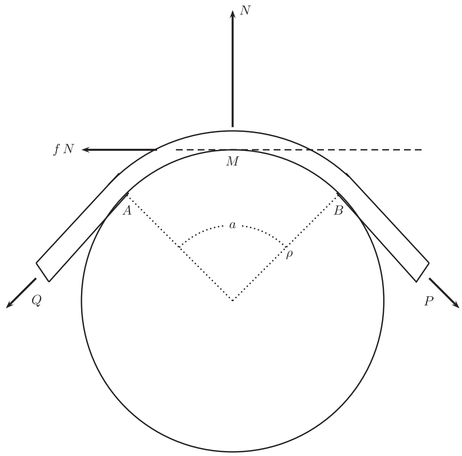


Figura 140

Pero llamando $d\theta$ el ángulo de contingencia de la curva, se tiene:

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho} \;\therefore\; \frac{ds}{\rho} = d\theta \ ,$$

luego:

$$\frac{dT}{T} = f\,d\theta \ .$$

Integrando la expresión anterior, y llamando C una constante arbitraria, queda:

$$\text{l.nep.}T = \text{l.nep.}C = f\theta \ ,$$

y pasando de los logaritmos a los números,

$$T = C\exp(f\theta) \ .$$

Tomando como origen de los ejes el punto A donde comienza el arrollamiento, se debe tener: $T = Q$ para $\theta = 0$; luego $C = Q$ y entonces:

$$T = Q\exp(f\theta) \ .$$

Siendo α el ángulo AOB, comprendido por la cuerda, se tiene $T = P$ para $theta = a$ por lo tanto:

$$P = Q \exp(f\theta) \ ,$$

que se puede escribir:

$$\frac{P}{Q} = \exp(f\theta) \ .$$

de donde:

$$\frac{P}{P - Q} = \frac{\exp(fa)}{\exp(fa) - 1} \ .$$

$P - Q$ es la carga útil correspondiente a la potencia que debe transmitirse por la polea según un determinado radio r y un número de revoluciones también determinado. Este valor de $P - Q$ que podemos llamar R, depende, pues, de la potencia H que debe transmitir la polea.

Designado esta potencia H en caballos de vapor, y llamando N el número de revoluciones por minuto, se tiene evidentemente:

$$H = \frac{N}{60 \times 75} 2\pi r R \ ,$$

o sea:

$$\frac{H}{Nr} 716,2 = R \ .$$

Luego el cable tendrá que resistir una tracción P dada por la fórmula:

$$P = 716,2 \frac{W}{Nr} \frac{\exp(fa)}{\exp(fa) - 1} \ .$$

La sección del cable será:

$$A = \frac{P}{f_A} = 716,2 \frac{H}{NR} \frac{\exp(fa)}{\exp(fa) - 1} \frac{1}{f_{A-T}} = n \frac{\pi d^2}{4} \ , \qquad (213)$$

en que n es el número de hilos del cable.

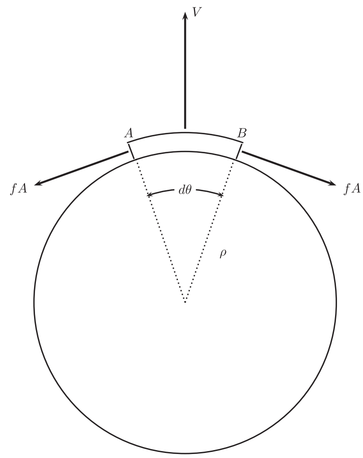


Figura 141

La fuerza centrífuga que tiende a separar el cable o la correa del eje de rotación, produce una tracción suplementaria que debe tenerse en cuenta. Consideremos para esto un trozo AB muy pequeño de cable (figura 141), de longitud $\rho d\theta$. Siendo γ el peso por unidad de longitud del cable y por unidad de sección A, la masa de este trozo será:

$$\frac{A\rho d\theta\gamma}{g}$$

y la fuerza centrífuga será entonces:

$$\frac{A\rho\gamma d\theta}{g}\,\frac{v^2}{\rho}\ .$$

Proyectando la fuerza $f_{A-T}A$ sobre el radio correspondiente al arco AB, se tiene[177]:

$$2f_A A\operatorname{sen}\frac{d\theta}{2} = Ad\theta\rho\frac{\gamma}{g}\frac{v^2}{\rho}\ ;$$

pero

$$\frac{sen\dfrac{d\theta}{2}}{\dfrac{d\theta}{2}} = 1\ ;$$

luego se tiene finalmente:

$$f_A = \frac{\gamma}{g}v^2\ ,$$

en que g es la aceleración de la gravedad, y v la velocidad lineal de la correa.

[177] Porque la fuerza centrífuga debe ser igual y opuesta a la resultante de las tensiones producidas en los extremos del elemento AB.

Si se tiene en cuenta con la fuerza centrífuga la adherencia del cable o correa, se puede escribir:

$$f_{A-T}A = P + A\gamma\frac{v^2}{g} \;\therefore\; A\left(f_{A-T} - \frac{\gamma v^2}{g}\right) = P \ ,$$

o sea:

$$A = n\frac{\pi d^2}{4} = \frac{P}{f_{A-T}\frac{\gamma v^2}{g}} \ . \tag{214}$$

93. Aplicación al cálculo de las envolturas cilíndricas delgadas sometidas a presiones interiores.– Este es el caso muy importante de los conductos de agua a presión y de los conductos de vapor, aire comprimido o gas, etc.

Para el cálculo de estos conductos se debe tener en cuenta dos clases de esfuerzos normales interiores de tracción:

1o. Los esfuerzos de tracción longitudinales paralelos a las generatrices del cilindro, y que tienden a producir la rotura según una sección recta; y
2o. Los esfuerzos transversales, normales a las generatrices del cilindro, que tienden a producir la rotura según una sección longitudinal del cilindro, o sea a lo largo de sus generatrices.

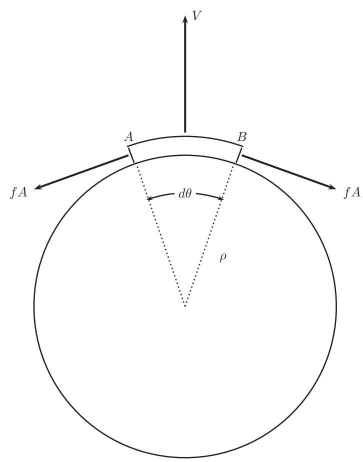


Figura 142 – a

Los esfuerzos de tracción longitudinales se deben a las presiones sobre el fondo de los codos o las válvulas de los recipientes cilíndricos. Consideremos, pues, una envoltura cilíndrica de estas, figura 142-a, cerrada en uno de sus extremos por una plancha semi-esférica AXB, en el interior de la cual actúan las presiones p por unidad superficial. Si en este recipiente determinamos una sección transversal $A'B'$ y reemplazamos la porción de la derecha del recipiente por los esfuerzos unitarios interiores f_{A-T} que ejerce dicha porción suprimida a través de la sección transversal, tendremos que estas fuerzas f_{A-T} harán equilibrio a las presiones que obran a la izquierda de la sección $A'B'$. Luego la proyección sobre el eje XX de las fuerzas unitarias f_{A-T} debe ser igual a la proyección sobre el mismo eje de las presiones que ejercen sobre las paredes de la envoltura. Es decir:

$$2\pi ref_{A-T} = \int\int_{AB} p\cos\theta dA)p\int\int_{AB}\cos\theta dA.$$

Pero $dA\cos\theta$ es la proyección sobre AB del elemento dA de superficie, y la integral doble indicada, significa la suma de todas estas proyecciones, que será indudablemente igual a la superficie del círculo AB de la base del casquete esférico AXB, o sea πr^2.

Se tiene, pues:

$$2\pi ref_A = p\pi r^2\ ,$$

de donde

$$f_A = \frac{pr}{2e}\ . \tag{215}$$

Cuando se fija el coeficiente de trabajo f_A, se puede deducir el espesor e por la fórmula:

$$f_{A-T} = \frac{pr}{2e}\ . \tag{216}$$

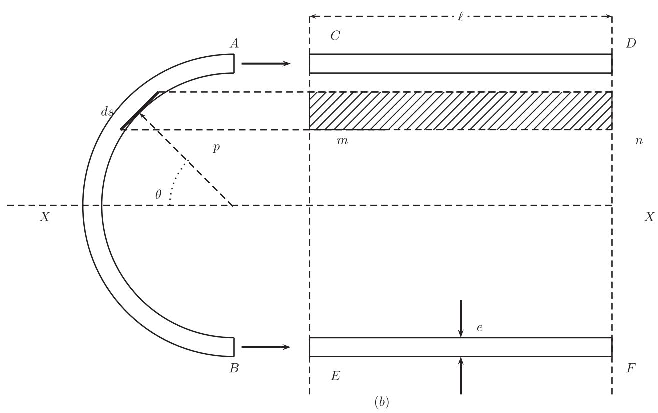


Figura 142 – b

Si consideramos ahora una sección longitudinal del cilindro, de un metro de longitud, por ejemplo (figura 142-b), y suprimimos con la imaginación la parte derecha del cilindro, reemplazándola por la acción molecular, interna f_{A-T} que ejerce a través de las generatrices CD y EF, es claro que debe haber equilibrio entre la suma por metro de longitud de estas acciones f_{A-T}, y la suma de las presiones p que se ejercen en el mismo sentido y sobre un metro de longitud en la porción AXB que hemos conservado. Se debe tener por tanto:

$$2e\ell f_{A-T} = \int_{AB} \ell p \cos\theta ds \ .$$

Pero $d\ell \cos\theta$ es la proyección sobre el plano de la sección AB de la pequeña proyección cilíndrica mn. La suma de todas estas proyecciones será igual al rectángulo $CDEF$, o sea:

$$2ef_{A-T} = 2r\ell p \ ,$$

de donde:

$$f_{A-T} = \frac{pr}{e} \ , \tag{217}$$

o también:

$$e = \frac{pr}{f_{A-T}} \ , \tag{218}$$

Si comparan las fórmulas 218 y 216, se ve que la 218 nos da un espesor doble; por lo tanto, es la fórmula 218 la que debe emplearse.

En los cálculos anteriores se ha supuesto que el esfuerzo de tracción por unidad superficial es constante en todo el espesor de la pared, lo cual no es exacto, y solamente puede admitirse sin error apreciable cuando este espesor es pequeño. Además, en la práctica, las fórmulas anteriores varían un poco, porque hay que tener en cuenta el debilitamiento de las paredes metálicas debido al roblonado, a la falta de homogeneidad inevitable, y al óxido, por esta razón se pone comúnmente para el espesor e:

$$e = \frac{pr}{\varphi f_A} + \ 2 \text{ a } 4 \text{ mm} \ ,$$

en que φ es una cantidad menor que uno, cuyo valor se encuentra en los manuales de ingeniero.

Por otra parte, las tuberías de presión están sometidas a los esfuerzos provenientes de las variaciones de temperatura, aunque pueden sustraerse a estos efectos colocándolas bajo tierra; pero cuando esto no sea posible, habrá que sostener el conducto por medio de macizos de mampostería, los cuales deberán calcularse para resistir los movimientos de la tubería que provienen de las variaciones de temperatura.

Algunas veces las tuberías están provistas de juntas especiales de dilatación, en cuyo caso sólo tendrá que resistir el macizo de anclaje los esfuerzos transmitidos por el flote de dichas juntas; pero cuando no existen tales juntas de dilatación, será necesario calcular el macizo y la misma tubería para que resistan los esfuerzos a tales variaciones de temperatura.

Según esto, la tubería deberá resistir en el sentido longitudinal las componentes de presión como se vio en los párrafos anteriores, y además, el esfuerzo longitudinal debido a la variación δt^o de la temperatura. Se debe tener, pues:

$$f_{A-T} \leq \frac{pr}{2e} + Ea\delta t^o \ . \tag{219}$$

La dilatación en el sentido radial de la tubería no produce ningún efecto, porque en este sentido la tubería puede dilatarse libremente. Por lo tanto, según las generatrices de la tubería, se puede seguir empleando la fórmula 217 y se elegirá el espesor mayor que resulte al comparar las dos fórmulas 217 y 219. No debe olvidarse al aplicar estas fórmulas, que el espesor e debe multiplicarse por el factor $1/\varphi \geq 1$ a fin de tener en cuenta el debilitamiento por efecto del roblonado, por al oxidación, etc.

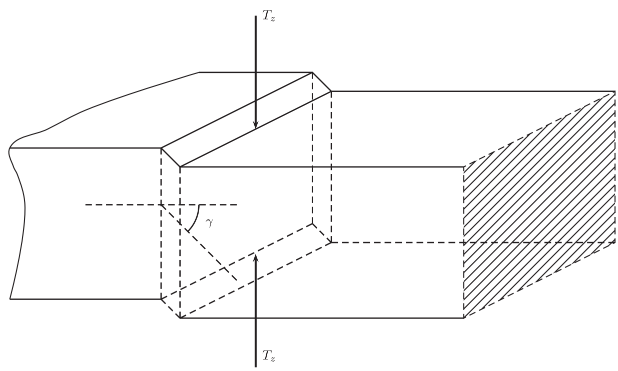


Figura 143

En cuanto a los macizos de anclaje, tendrán que resistir un esfuerzo

$$F = AEa\delta t^o \ .$$

en que $A = \pi de$, es la superficie del palastro de la tubería en una sección recta. En la fórmula anterior se supone que cada macizo resiste la mitad del esfuerzo que se produce por la dilatación comprendida entre dos macizos consecutivos.

94. Estructuras sometidas a esfuerzos transversales llamados de cizallamiento.– Fórmulas empleadas.– Cuando la resultante de las fuerzas exteriores que solicitan un cuerpo, tiende a hacer deslizar una sección con respecto a la vecina, según su propia dirección (figura 143), se dice que dicha sección sufre un esfuerzo de cizallamiento. Las fórmulas correspondientes del esfuerzo unitario han sido estudiadas en detalle en los números 69 y 70. Las fórmulas que dan la deformación se estudiaron también, aunque dicha deformación por esfuerzo secante es tan pequeña, que casi siempre se desprecia.

En los casos en que puede admitirse una repartición uniforme del esfuerzo transversal sobre la sección correspondiente, las dimensiones de la sección se pueden determinar por medio de la fórmula práctica siguiente:

$$T = f_{A-S}A \ , \tag{220}$$

en que T es el esfuerzo secante total que obra en la sección; A, la sección correspondiente, y f_{A-S} el coeficiente de trabajo al deslizamiento o cizallamiento.

La fórmula de deformación es, según se ha visto en el número 69:

$$f_{A-S} = G\gamma \ .$$

Como se recordará, G para el acero es igual a $2/5E$. Este valor de G se extiende a los metales en general. En cuanto a los valores de f_{A-S}, las leyes de elasticidad y algunos resultados de las experiencias demuestran que para los materiales fibrosos:

$$f_{A-S} = \frac{1}{2}f_{A-C} \ ,$$

porque el coeficiente de rotura de estos materiales es igual a la mitad del coeficiente de rotura por compresión. Este resultado depende de la teoría de la rotura de Guest, mencionada en el número 80, y a la cual obedecen los materiales dúctiles según algunas experiencias. Recuérdese que dicha teoría establece que los materiales nombrados se rompen cuando el esfuerzo secante máximo llega a cierto valor, y como dicho esfuerzo secante tiene su valor máximo según planos inclinados a 45^o sobre la dirección del esfuerzo principal, y su valor es igual a este esfuerzo principal partido por dos, se ha deducido por algunos autores que el esfuerzo de cizallamiento que produce la rotura, es la mitad del esfuerzo principal de compresión correspondiente. De aquí que el coeficiente de trabajo al esfuerzo secante deba ser igual también a la mitad del coeficiente de trabajo a la compresión o tracción, para los materiales dúctiles.

En cambio, para los materiales pétreos, como para el cemento, la fundición, la piedra, el granito, etc., no se tienen aún datos ciertos, por lo cual se aconseja tomar:

$$f_{A-S} = f_{A-T} \quad \text{y} \quad G = \frac{E}{2,2} \ .$$

o sea un módulo de elasticidad transversal algo mayor que para los materiales dúctiles.

Se ve por lo anterior, que la determinación de los coeficientes que se refieren al esfuerzo secante, obedece a reglas teóricas no bien establecidas aún, debido a que su determinación directa o experimental no puede verificarse de una manera exacta.

95. Aplicación al cálculo de los roblones.– En algunos casos de la práctica, los esfuerzos interiores, desarrollados según ciertas secciones, pueden considerarse como esfuerzos secantes puros, y por lo tanto, calculables por medio de la fórmula 220 escrita en el número anterior. Uno de estos casos en la práctica es el roblonado.

Cuando un roblón pasador o perno (figura 144-a), se emplea para unir entre sí dos o más piezas, la intensidad del esfuerzo secante en la sección AB, debido al empuje o tracción P, se supone repartido uniformemente en la superficie de la sección recta del roblón. Por lo tanto siendo P el esfuerzo total de tracción, d el diámetro de un roblón, y A el área de su sección recta, tendremos:

$$f_{A-S} = \frac{P}{A} = \frac{p}{\pi d^2/4} \ .$$

En este caso se dice que el roblón está sometido a un esfuerzo secante sencillo, pero si la disposición de las piezas unidas es la que muestra la figura 144-b, el roblón sufrirá un doble esfuerzo secante en las secciones, AB y CD, y en este caso se tendrá:

$$f_{A-S} = \frac{P}{2\pi d^2/4} \ .$$

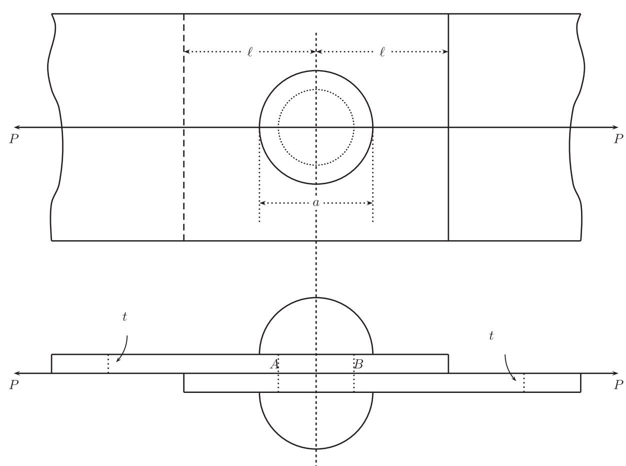


Figura 144 – a

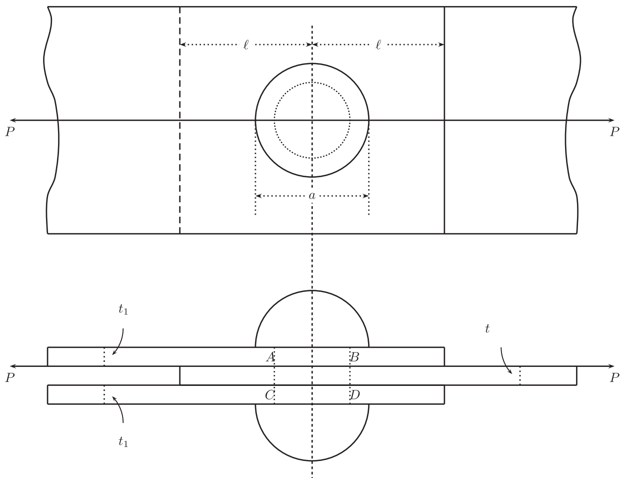


Figura 144 – b

Hay que tener en cuenta, además de esto, que fuera de los esfuerzos secantes anotados, se producen esfuerzos de compresión entre las piezas y el roblón. Así, pues, en el caso de la figura 144-a, cada una de las planchas, transmite una presión P que se reparte sobre la sección longitudinal del roblón, o sea:

$$f_{A-C} = \frac{P}{dt} \ ,$$

en que f_{A-C} es el coeficiente de trabajo del roblón a la compresión.

Asímismo, en el caso de la (figura 144-b), se tiene:

$$f_{A-C} = \frac{P}{dt} \quad \text{y} \quad f_{A-C} = \frac{P}{2dt_1}$$

suponiendo que las piezas superiores e inferiores tienen el mismo espesor t_1.

96. Aplicación al cálculo de la resistencia de los macizos de mampostería, sometidos a esfuerzo secante.– Frecuentemente se presenta el caso de un macizo de mampostería de piedra, por ejemplo, AB, figura 145, sometido a una componente T horizontal y una N normal a su superficie. Esta última componente puede deberse al peso de un líquido, o al peso de la construcción.

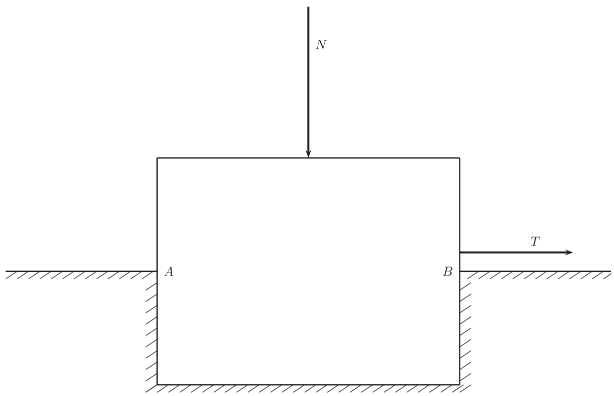


Figura 145

Si suponemos que el esfuerzo cortante debido a la componente T hubiera cortado el bloque según la línea AB, la parte superior deslizaría sobre la inferior siempre que se tenga:

$$T \geq Nf \ ,$$

en que f es el coeficiente de roce entre mampostería de piedra, o sea:

$$f + \operatorname{tg} \varphi \ .$$

Luego la fuerza de roce se opone a la acción de la resultante T, y por lo tanto, el esfuerzo total que obra en definitiva según la sección AB, será:

$$T - N \operatorname{tg} \varphi \ ,$$

y el esfuerzo unitario correspondiente será:

$$f_{A-S} = \frac{T - N \operatorname{tg} \varphi}{A} \ .$$

Para que la mampostería resista con toda seguridad, será necesario que f_{A-S} no pase del valor admisible al esfuerzo secante.

97. Aplicación al cálculo de los ensambles.– Supongamos el caso de la figura 146, que representa un tirante A de una armadura, en el cual se ensambla el par B que la transmite el esfuerzo P de tracción.

El ensamblaje de la figura puede romperse de los siguientes modos:

1o. Por tracción en la sección c que está debilitada debido al mismo ensamblaje;
2o. Por compresión en m debido al esfuerzo del par; y
3o. Por cizallamiento según la sección b.

Para calcular el ensamble será necesario, pues, examinar estos esfuerzos simples que intervienen, y dar a las diversas partes del ensamble las dimensiones convenientes según el esfuerzo correspondiente. Así, por ejemplo, será necesario que la sección en b cumpla la condición:

$$f_{A-S} = \frac{T}{ba} \ ,$$

en que f_{A-S} es el coeficiente de trabajo al esfuerzo secante.

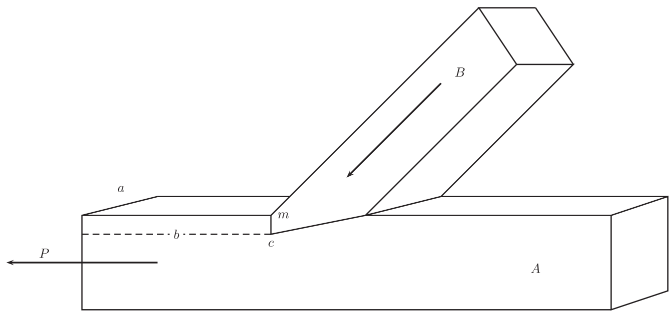


Figura 146

98. Ejercicios.

67. Una chimenea cilíndrica de palastro tiene 2 m. de diámetro y 40 m. de altura y está sujeta por su base a un macizo cuadrado de mampostería mediante 4 varillas convenientemente embebidas en dicho macizo hacia los vértices del cuadrado de la base que tiene 4,20 de lado. Determinar el diámetro de estas varillas sabiendo que la acción del viento debe computarse a razón de 270 kgs. por metro cuadrado de superficie expuesta y que la chimenea pesa 70 ton.

68. Calcular un cable de acero para soportar una carga distribuida horizontalmente a razón de 150 kilos por metro. El cable está sostenido por dos torres separadas por una distancia de 60 m. y situadas a diferente altura, de tal modo que una de ellas está 6 m. más elevada que la otra. La parte más baja del cable debe quedar a 6 m. por debajo del extremo de la torre más baja.

69. Calcular el diámetro de un cable de cuerda blanca de cáñamo para un torno que debe levantar pesos hasta de 800 kilos.

70. Una varilla recta de 10 pies de largo, de sección rectangular, que varía uniformemente desde 1×2 pulgadas en su extremo inferior, hasta 1×4 pulgadas en el superior, está sometida a una carga axial de 25000 lbs. Encontrar el alargamiento de la varilla tomando $E = 30000000$ lbs./plg^2.

71. Una pila de un puente de igual resistencia a la compresión debe resistir una fuerza de compresión de 300 ton. Aplicada en su parte superior. Determinar el volumen de mampostería necesario si la altura de la pila es de 40 metros, el peso de la mampostería 2000 kgs. por metro cúbico, y el coeficiente admisible a la compresión 50 kgs/cm2. Determinar también el acortamiento total de la pila si se adopta para $E = 940000$ kgs/cm^2.

R: 26,183 m^3 ; 0,213 cm.

72. Una barra de acero que consiste en cinco porciones prismáticas de igual longitud, resiste un peso de 40000 libras en el extremo inferior. Determinar el área de la sección superior y el peso de toda la barra si su longitud total es de 480 pies, y el coeficiente de trabajo de 5600 libras por pulgada cuadrada. (Véase Timoshenko: *Strength of Materials*. pág. 19).

R: $9,65''^2$; 14000 lbs.

73. Calcular el área de la sección circular que se le debe dar a una cuerda en cada uno de sus puntos, y la forma que adopta la curva para que al estar colgada por sus extremos a igual altura, y sometida a su propio peso, el coeficiente de trabajo sea uniforme a todo lo largo de la cuerda. Sea γ el peso específico del material y f_A el coeficiente admisible de trabajo.

$$\text{R: } A = \frac{A_0}{\cos \dfrac{\gamma}{f_A} x} \quad ; y = \frac{f_A}{\gamma} \log \frac{\cos \dfrac{\gamma}{f_A} x}{\cos \dfrac{\gamma}{f_A} a} \ ;$$

en que x es la abscisa del punto a partir del centro de la línea que une horizontalmente los puntos de suspensión; a es $1/2$ de la distancia entre los puntos de suspensión; $A0$ es la sección de la cuerda para el origen.

74. Una pila en forma de tronco de cono está cargada con un peso P en su base superior de radio r. La pila descansa sobre su base inferior de radio R mayor que r, y su altura es h. Determinar la sección que sufre la tensión mínima de compresión y discutir el resultado. El peso específico del material de la pila es γ.

$$\text{R: } x = \left[\frac{2[PR^3 - (P+Q)r^3]}{Q}\right]^{1/3} ; \quad Q = \text{peso total de la pila.}$$

75. Una varilla AB de sección A, articulada en sus extremos, figura 147-a, está sometida a una carga P dirigida según el eje de la varilla y aplicada a la distancia a del extremo A. Calcular el valor de las reacciones V_A y V_B.

R: se debe tener: $V_B/V_A = a/b$.

76. Determinar la sección transversal necesaria, figura 147-b, para las varillas AC, CD y CE, si el coeficiente de trabajo admisible es 16000 libras por pulgada cuadrada para la tracción, y 10000 lbs $''^2$ para la compresión.

R: 0,22”2; 0,6”2; 0,6”2.

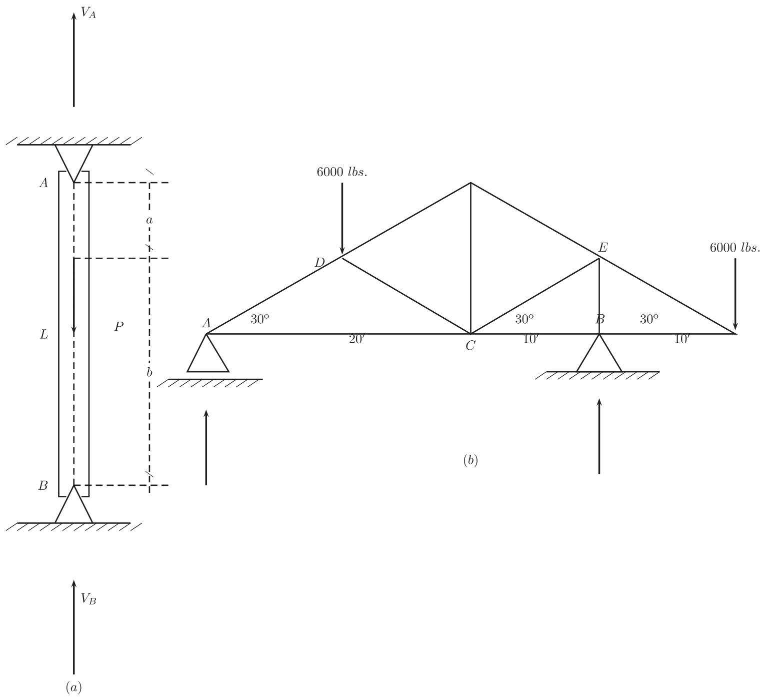


Figura 147 – *a y b*

77. Una barra de 100 metros de larga tiene una densidad de 8 kilos por decímetro cúbico. ¿Cuál será el alargamiento producido por su propio peso el estar suspendida de uno de sus extremos, sabiendo que $E = 20000\,kgs/mm^2$?.

78. Calcular la fatiga de los muros al nivel de cada piso en el edificio de tres pisos y sótano que se ve en la figura 148. Tómese para densidad de las mamposterías de las paredes 2000 kilos por metro cúbico, y por coeficiente de trabajo hasta 5 kilos por centímetro cuadrado. Las cargas y peso propio de cada piso en kilos por metro están indicados en la figura. Para el cálculo anterior prescíndase de los vanos en los muros. Calcúlese también el ancho de los cimientos sabiendo que el terreno de fundición resiste 2 kg./cm^2. (Véase Mathieu: *Cours de Résistance des Matériaux*, pág. 95).

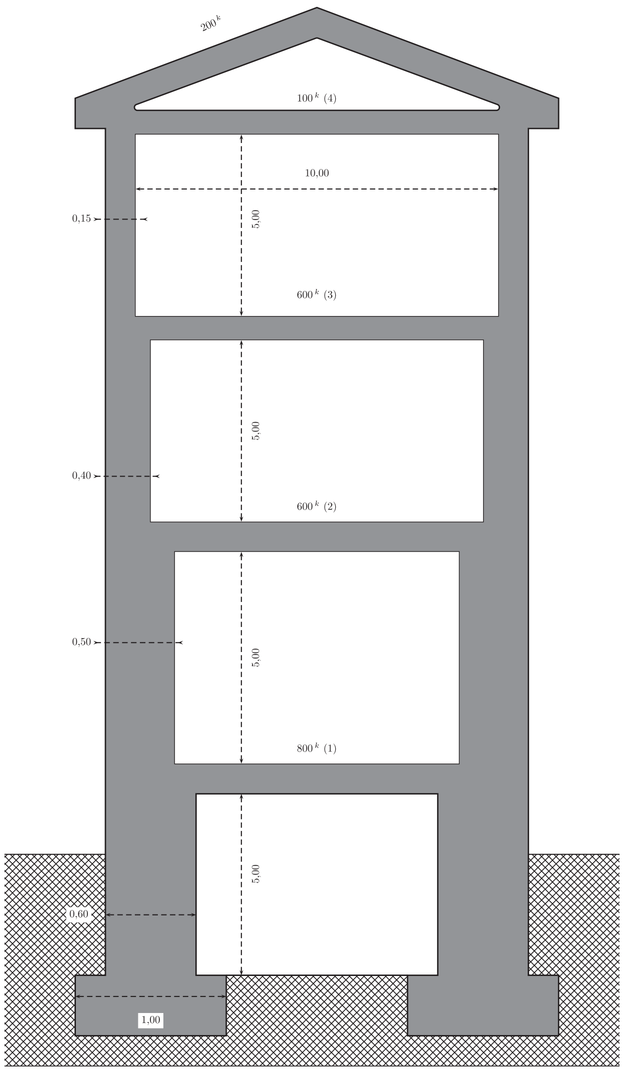


Figura 148

79. Calcular una columna de concreto armado para una carga de 100 toneladas. Tómese concreto de 2000 lbs./plg^2 de resistencia a la compresión.

80. Calcular el diámetro exterior de una columna cilíndrica hueca de hierro fundido, de dos pulgadas de espesor, que debe resistir un peso muerto de 12000 kgs. y una carga suplementaria de 12000 kgs. causada por el funcionamiento de un puente grúa.

81. Entre dos árboles paralelos se desea transmitir una potencia de 100 caballos por el intermedio de un cable de cáñamo de tres torones torcidos. La polea mayor de 1 m. de diámetro debe dar 300 vueltas por minuto. Tómese como coeficiente de rotura del cáñamo 6 kgs./mm^2, y téngase en cuenta que la máquina debe sufrir frecuentes cambios de velocidad. Calcúlese el diámetro del cable teniendo en cuenta las fuerzas de adherencia y la fuerza centrífuga. Considérese el ángulo abrazado por la cuerda igual a 150^o, y el coeficiente de frote sobre la superficie de la polea igual a 0,15. El peso del cable puede suponerse de 950 kgs./m^3. (Véase André Tenot: *Cours de Résistance des Matériaux*, pág. 79).

R: diámetro de cada torón, aproximadamente, 86 mm.

82. Calcular el espesor de las láminas y las dimensiones de un recipiente de acero para una capacidad de 200m^3. Téngase en cuenta que el espesor mínimo admisible para el palastro superior es de 3 mm. Puede admitirse como coeficiente de trabajo para el acero de esta clase de obras 12 kgs./mm^2.

83. Calcular un recipiente cilíndrico de acero para aire comprimido a una presión de 90 lbs./plg^2, y de 1,20 m. de diámetro. Calcular el recipiente remachado y soldado.

84. Calcular un conducto de concreto reforzado de 2,50 m. de diámetro para sufrir una presión de 30 m. de agua.

85. Determinar las dimensiones de un ensamble en una vigueta de madera de 12 x 18 cms. para resistir una fuerza de tracción de 7 ton. Tómese como coeficiente de trabajo a la tracción 60 kgs./cm^2. y al cizallamiento 6 kgs./cm^2.

86. Encontrar la presión interior que puede resistir la esfera indicada en el problema número 39 para un coeficiente de trabajo a la tracción de 7500 lbs./plg^2, y suponiéndole un espesor de 1/4 de pulgada.

87. En una costura remachada de solapa sencilla, determinar la separación de los remaches y su distancia al borde de la solapa sabiendo que el diámetro de los remaches es de 13/16 de pulgada y los orificios de las chapas de 7/8 de pulgada, y que el espesor de la chapa es de media pulgada. Emplear como coeficiente de trabajo para los remaches 11000 lbs./plg^2. al cizallamiento; 22000 lbs./plg^2 a la compresión y 15000 lbs./plg^2 a la tracción. Al resolver este problema se explicarán las principales clases de costuras remachadas y los demás detalles consagrados por la experiencia. También resolver el problema para doble fila de roblones.

88. Resolver el mismo problema anterior para una costura de doble solapa, figura 144-b. Emplear los mismos coeficientes de trabajo y resolver el problema para doble fila de roblones.

89. Calcular una costura remachada al tope con doble cubre junta para unir dos chapas de 400 x 15 mm. con roblones de 20 mm. de diámetro. Determinar la carga de trabajo que pueden resistir las chapas así unidas.

90. Calcular el macizo de anclaje de un puente colgante cuyo cable transmite una tracción máxima de 100 toneladas con una inclinación de 30o sobre el plano horizontal del asiento del macizo.

Mecánica aplicada y racional

Bogotá, febrero 10 de 1943

Señor, Decano de la Facultad de Ingeniería

Por haber tenido alguna información sobre las reformas que adelanta el Consejo acerca del plan de estudios en la Facultad de Ingeniería, creo oportuno presentar a la corporación que usted dignamente preside, algunas observaciones que conciernen al curso que estoy dictando de Mecánica Aplicada. Entiendo que se ha pensado en variar nuevamente el nombre de este curso restableciendo su antigua denominación de Mecánica Racional en lugar de Mecánica Aplicada. Aunque un cambio de nombre no signifique gran cosa, creo que en este caso vale la pena considerarlo, porque hay quizá una idea equivocada sobre la naturaleza del curso que hoy se dicta en relación con la antigua asignatura que se desea restablecer. A mi modo de ver ambos nombres son igualmente defectuosos, pero mucho más el antiguo de Mecánica Racional que el moderno. El nombre de Mecánica Racional se ha entendido aquí equivocadamente como que corresponde a una ciencia más elevada que la Mecánica Común. No obstante, el nombre de Racional se le ha dado porque se trata de un estudio que se refiere a las leyes del movimiento en unos cuerpos idealmente considerados que no son los que en realidad existen en la naturaleza. Trata, pues, esta Mecánica, del movimiento en los cuerpos absolutamente rígidos; de fuerzas que pueden existir aisladamente o aplicadas a puntos, etc., y de otras abstracciones sobre las cuales se ha edificado una teoría mecánica, que solo es utilizable en primera aproximación a los problemas reales. De ahí su nombre de Mecánica de cuerpos abstractos o concebidos solamente por la razón; es decir, Mecánica Racional.

Mecánica Racional, es, pues, todo estudio teórico de la Mecánica, sin que el nombre Racional signifique el estudio profundizado de estas cuestiones. Por consiguiente, cualquier estudio que se emprenda en la Facultad comprenderá una parte que es la Mecánica Teórica o Racional, y otra parte que es la Mecánica Aplicada. Es, pues, un error designar este curso que consta de ambas partes con el nombre que se le debe asignar a una de ellas. De aquí que el nombre actual es también defectuoso, aunque lo es menos que el anterior, ya que este último no sugerirá el que la Facultad se limita a una enseñanza teórica de materia tan importante.

Es verdad que existe un estudio superior de Mecánica, o por mejor decir un estudio crítico de ella que no sería del caso introducir en nuestra Facultad, y que se designaba con un nombre distinto, o sea Mecánica Analítica. Esta Mecánica no ha sido estudiada jamás en nuestra Facultad, porque consiste en el estudio crítico de los principios de la Mecánica, estudio que por si solo requeriría un año. También comprende el estudio de los problemas analíticos que se presentan en la aplicación de las Matemáticas al estudio del movimiento o sea el estudio de las ecuaciones diferenciales con derivadas parciales, el de las ecuaciones integro-diferenciales y el de los principios que han servido para sistematizar la Mecánica como el principio de Hamilton, Lagrange, etc. Estas cuestiones, jamás repito, han sido estudiadas en la Facultad de Ingeniería por dos razones: Primera, porque el estudiante no tendría preparación matemática suficiente para estudiarlas. Y, segunda, porque no son cuestiones éstas necesarias en las aplicaciones de la Ingeniería.

Es un error pensar, por otra parte, que la Mecánica Racional sea un estudio más necesario o más difícil, o menos elemental, que el de la Mecánica Aplicada; o que una vez estudiada la Mecánica Racional, sea bien fácil estudiar sus aplicaciones. Para desvirtuar estas afirmaciones hechas a la ligera, me permito citar el concepto del Profesor Karl T. Compton[178], quien dice lo siguiente en su discurso de apertura del V Congreso Internacional de Mecánica Aplicada, que tuvo lugar en la Universidad de Harvard. Contestando a la pregunta que se hace él mismo de por qué hay tanto interés por la Mecánica Aplicada cuando los principios fundamentales de la Mecánica Teórica parecen haber agotado las actividades de los investigadores, dice así: "La contestación a esta cuestión tiene un doble aspecto. En primer lugar, existe una gran diferencia entre el establecimiento de un principio fundamental y su aplicación a un problema determinado, ya que el principio puede ser simple y la aplicación muy difícil." –Desde mi propio punto de vista de la Física, hay un ejemplo bien interesante de esta diferencia. Desde hace cerca de una década ha habido una gran actividad entre los físicos teóricos en el desarrollo de los principios de la Mecánica Cuántica, la que tiene que ver con la aplicación de la Mecánica a las estructuras atómicas y la radiación.

Al informar sobre los desarrollos más brillantes sobre estos tópicos, el hábil y joven físico que había contribuido principalmente a tales progresos, escribía en la introducción de su comunicación, de la manera siguiente:

"Ahora que la Mecánica cuántica nos ha dado la explicación de toda la Química y de la mayor parte de la Física, etc., etc..."

No obstante esta afirmación, se registra hoy el hecho de que este desarrollo de la Mecánica sólo ha podido ser aplicado de manera precisa al hidrógeno entre

[178]Prominente físico estadounidense (1887 - 1954).

todos los elementos químicos, y no ha podido ser aplicado a ninguna molécula, ni menos a la materia tomada en conjunto.

La razón de ello es que la aplicación llega a ser tan complicada en los sistemas más complejos que el átomo del hidrógeno, que solo se pueden hacer aplicaciones aproximadas de la teoría.

"Una segunda razón para la actividad que se manifiesta por científicos e ingenieros por la Mecánica Aplicada, reside en el hecho de que los principios de la Mecánica que aprendemos en nuestros textos son aplicados a la materia en globo, la cual en esta forma se muestra simplificada con respecto a sus propiedades. Por ejemplo: hay un grande y magnífico desarrollo de la dinámica de los cuerpos rígidos, pero es sabido que la mayor parte de los hechos de importancia práctica comprenden cuerpos que no pueden ser considerados como rígidos.

Similarmente la Mecánica Clásica se refiere a cuerpos que no son rígidos, sino elásticos, pero los considera perfectamente elásticos, obedientes a la ley Hooke, y es un hecho que ésto no es sino una idealización también de la materia considerada en su conjunto, puesto que muy frecuentemente tenemos que ver con objetos que son deformables, o cuyas características físicas cambian durante el proceso que se estudia.

En consecuencia, para abordar los problemas prácticos hay que considerar con frecuencia, no solo las condiciones iniciales que limitan el problema, sino también su historia subsiguiente, a fin de describir o predecir cómo se conducirá luego."

"Como resultado de estas dificultades se presenta en la Mecánica Aplicada la necesidad de emplear ramas de las matemáticas que no tienen aplicación en la Mecánica Racional, donde las ecuaciones diferenciales son suficientes para describir el pasado y el futuro de un sistema. Así es que en el campo de la Mecánica Aplicada, algunos problemas pueden resolverse por medio de ecuaciones diferenciales, otros por ecuaciones de diferencias, otros por el cálculo de variaciones, otros por métodos estadísticos, y una gran variedad de problemas, solo puede manejarse empleando ecuaciones integrales que toman en consideración no solo las condiciones iniciales, sino la historia de los procesos".

Se ve por las palabras anteriores cómo es de errónea la creencia de que el solo estudio de la Mecánica Racional capacita al ingeniero para moverse en la compleja maraña de las aplicaciones.

Creo oportuno hacer ahora un poco de historia sobre el curso actual de Mecánica Aplicada que deberá llamarse Mecánica a secas. El primer curso que dicté en la Facultad fue de Mecánica Racional. Yo hice traer el texto que se usó más tarde, porque antes los estudiantes solo conocían unas conferencias atribuidas a Don Julio Garavito, que no eran sino una mala traducción de ese texto.

Algunos años más tarde tuve el gusto de pasarle este curso al Dr. Acosta[179], a quien reemplacé en alguna oportunidad más tarde por corto tiempo. Conozco, pues, bastante bien los programas que entonces se dictaron y por eso creo poder tener autoridad para defender la modificación que se hizo a la organización de este curso hasta llegar a su forma actual.

Como es sabido, el Doctor José Gómez Pinzón preconizó dicha reforma siguiendo la tendencia de las primeras facultades o institutos de enseñanza técnica en todo el mundo. Y digo, en todo el mundo, porque en la misma Francia de donde tomamos el nombre de Mecánica Racional, no figura este curso ya ni en las escuelas de Puentes y Calzadas, ni en la escuela Politécnica.

Ambos institutos cambiaron también esta denominación y derivaron hacia la Mecánica Aplicada.

Creo tener también autorización para afirmar que el curso que hoy se da en la Facultad es superior en cuanto a su contenido al que yo mismo dicté y se dictó más tarde con el nombre de Mecánica Racional. Quiero decir con esto, que hoy no se enseña menos que lo que se enseñó entonces, y en cambio si se enseña bastante más. La razón de esto es muy sencilla: el curso anteriormente comprendía toda la Mecánica, hoy ella se da en tres cursos como son: la teoría de los vectores en geometría analítica; la cinemática en un curso separado llamado de Mecánica Segunda, y el de Mecánica Primera.

De acuerdo con esta reforma acepté yo dictar el curso de Mecánica Aplicada, porque estimo que es lógico que tal estudio se haga con el mismo Profesor que dicta la Resistencia de Materiales. Fue este el motivo que me decidió a dejar la cátedra de Puentes a cambio de la cátedra de Mecánica, como me lo propuso el Dr. Gómez Pinzón.

Desde esta cátedra de Resistencia de Materiales he podido apreciar el beneficio de la reforma porque los estudiantes que llegan a ella, en su gran mayoría, están capacitados para resolver los problemas prácticos que se presentan; en cambio, antiguamente, era necesario emplear gran parte del tiempo en instruir a los alumnos sobre las cuestiones más elementales de la Mecánica Aplicada.

Me he permitido dar esta información aunque no he sido consultado al respecto. Porque creo que una medida como la que se planea, debe contemplar todos los antecedentes de la situación actual, a la cual se llegó después de un estudio muy detenido y meditado.

Muy atentamente,

Julio Carrizosa

[179] Jorge Acosta Villaveces (1891 - 1965).

LA SOCIEDAD COLOMBIANA DE MATEMÁTICAS

Nota preliminar

El interés de Julio CARRIZOSA VALENZUELA por las matemáticas comenzó desde muy pequeño como bien lo relata su hijo Ernesto en la Biografía que acompaña este libro. A través del mismo se puede apreciar no solamente ese interés sino la conciencia de dos aspectos que considero importantes: el atraso significativo en que nos encontrábamos en la primera mitad del siglo XX y por eso promovió la creación de una Facultad de Ciencias en la UN en 1946, para estimular entre los jóvenes el estudio de la ciencia. En 1947 comenzaron a ofrecerse catorce cursos libres sobre los más variados temas[180] con destacados especialistas en cada área. En 1948, la víspera del 9 de abril, llega a Colombia a vincularse a esa facultad el profesor Carlo FEDERICI CASA, quien muy pronto conquistará unos cuantos estudiantes de ingeniería para fundar una carrera de matemáticas en 1951. La matemática hasta ese momento en Colombia era una de las áreas de estudio de los ingenieros. Esa Facultad se cierra diez años después, pero de ella queda justamente un Departamento de Matemáticas y Estadística conformado por el profesor FEDERICI y los profesores que impartían las clases de matemáticas en la Universidad. Don Julio no se vinculó al Departamento pues había renunciado a la universidad dos años atrás. Sin embargo, su interés por el desarrollo de las matemáticas se ve claramente reflejado en la promoción y fundación de la Sociedad Colombiana de Matemáticas. Evento que se realizó en su casa de habitación el 10 de agosto de 1955[181]. Sus reflexiones sobre la importancia de las matemáticas en la vida moderna y su discurso con motivo de un año de la Sociedad muestran claramente su interés y conocimiento de las matemáticas y reitero, el grave atraso en que nos encontrábamos.[182]

---

[180] Detalles en Antecedentes de la Facultad de Ciencias, Jorge Arias de Greiff, Clara Helena Sánchez, en Facultad de Ciencias. Fundación y consolidación de comunidades científicas. Germán Cubillos editor, 2006. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. Pp.15-58.

[181] C.H. Sánchez, La Sociedad Colombiana de Matemáticas. Homenaje en los cuarenta años de su fundación. Lecturas Matemáticas, Vol. 16, No. 2, 1995, págs. 231-246.

[182] Detalles sobre la historia de la creación y desarrollo de la carrera de matemáticas y de la fundación de la Sociedad Colombiana de Matemáticas pueden consultarse en El Departamento de Matemáticas y su impacto en el desarrollo de las matemáticas en el país, Clara Helena Sánchez, en el libro Facultad de Ciencias. Fundación y consolidación de comunidades científicas. Germán Cubillos editor, 2006. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. Pp. 221-256.

La importancia de la matemática en la vida moderna[183]

Como suele suceder no pocas veces entre nosotros, esta *Sociedad Colombiana de Matemáticas* que hoy inauguramos, ha tenido antecedentes que vale la pena rememorar. En efecto: el sabio naturalista colombiano Ricardo Lleras Codazzi (1869 - 1941), nos cuenta cómo nació, hacia 1899, una asociación que el profesor Lleras califica, en el escrito ameno en que la describe, como la más extraña y original de que se tiene noticia. Original desde el nombre, pues se llamó: "Círculo de los Nueve Puntos", como un homenaje a la memoria de Euler, por el teorema que se conoce con este nombre y que fue establecido por el famoso geómetra suizo hacia 1765. Dice el profesor Lleras en su escrito, que copiamos para no restarle a la relación la amenidad y colorido que sabía darle a sus relatos el geólogo colombiano[184].

"Unos pocos aficionados a las Matemáticas, de carácter un tanto huraño, medio misántropos y misántropos por completo, dieron en gravitar alrededor de Julio Garavito, atraídos por la fuerza irresistible de su inteligencia y fascinados por su superioridad innegable, como las mariposas alrededor de una luz intensa. Al calor de su trato afable y sencillo, bajo la impresión indeleble de su conversación altamente instructiva, y por la influencia de la comunidad de ideas, se fue constituyendo gradualmente una especie de club o círculo, que bien pronto tuvo un ceremonial especial, bastante simbólico por cierto. La Sociedad en cuestión se designaba con el nombre de "Círculo de los Nueve Puntos", y no podían ser más de nueve porque son nueve los puntos cíclicos relacionados con el triángulo de Euler: los tres pies de las perpendiculares, los tres pies de las medianas y los tres puntos medios de las rectas que unen los vértices al punto de encuentro de las alturas, que están situados en una misma circunferencia. Ni podían ser menos de tres porque tres puntos, no situados en línea recta, determinan un círculo en posición y magnitud; por igual razón había quórum con sólo tres de los puntos. Las libaciones se efectuaban con café, líquido del cual se consumían enormes cantidades, los puntos tenían que ser aficionados a las matemáticas y especialmente apasionados por la Geometría; por último, cada "Punto" debía dar una demostración del teorema de Euler. Recuerdo, dice el Dr. Lleras, que la demostración de Julio Garavito, por de contado la mejor de todas, era de carácter analítico y la generalizó a la Geometría del espacio con un teorema original: la esfera de veinticuatro puntos sobre un tetraedro de referencia."

---

[183] Carrizosa, V. J. (Enero 01, 1956). La importancia de la matematica en la vida moderna. *Lecturas Matemáticas* (Santafé de Bogotá) 19, 2, 137-155.

[184] Julio Garavito Armero 1920, *El Catolicismo*, Año II, No. 138. pp.1-2.

El sabio Lleras menciona los nombres de los socios fundadores: "Si mi memoria no me es infiel –dice– entre los puntos fundadores estaban a más de Julio Garavito, Justino y Fernando Garavito, Delio Cifuentes Porras, Pedro de Francisco, Pedro M. Silva, Alberto Borda Tanco y Luis José Fonseca"[185]. Nosotros agregamos: y Ricardo Lleras Codazzi, sabio que aparte de la Geología a la cual había consagrado su existencia, también cultivaba las matemáticas. Estos eran, pues, los nueve "Puntos fundadores", que bien pronto se vieron diezmados y dispersos por las contingencias de la vida. "El primer golpe fuerte que sufrió el Círculo –continúa el sabio Lleras– fue la muerte de Pedro de Francisco, uno de los caracteres más levantados y de las almas más nobles que he conocido." Más tarde Luis José Fonseca, quien, aunque muy joven, ejercía una grande influencia. Hoy perdemos a Julio Garavito –dice para terminar el sabio Lleras– centro de atracción de nuestra pequeña Sociedad, punto absolutamente indispensable para la existencia de los demás; esa pérdida ya no puede repararse; el Círculo queda disuelto *ipso facto*; es como si se hubiera borrado de la ciencia la simbólica figura del teorema de Euler."

Y en efecto, el círculo desapareció, pero hoy nosotros nos empeñamos en revivirlo, ya no en el plano, pues esto limitaría el número de los socios, sino, digámoslo así, en el espacio de n dimensiones. Con esto cabrían en él todos los aficionados a las matemáticas. Podría, sí, quizás, mantenerse aquello del quórum de tres puntos, pues esto a más de simbólico, es en nuestros días eminentemente práctico. Además, ya no son esos seres "de carácter un tanto huraño, medio misántropos o misántropos por completo" los que aquí nos reunimos para resucitar el Círculo, sino gentes prácticas, vinculadas a las tareas de la enseñanza, o de la práctica profesional, con los ojos muy bien puestos en las realidades de la vida y convencidos de que el cultivo de las matemáticas en lugar de alejar de la sociedad y del trato con los hombres, facilitará la comprensión de los problemas fundamentales de la vida.

Y éste es, precisamente, el tema que me he propuesto tratar ante vosotros para dar comienzo a nuestras actividades en la *Sociedad Colombiana de Matemáticas*: "La importancia de las matemáticas en la vida moderna."

Ante todo creo necesario combatir dos prejuicios que alejan mucho la juventud de la afición matemática. Dos prejuicios difíciles de extirpar porque no son denigrativos de la Matemática, sino, al contrario, se invocan por esos neófitos hoscos, misántropos e intratables, como la mejor y más conspicua característica

[185]Justino y Fernando Garavito hermanos de Julio. Justino ingeniero.
Delio Cifuentes Porras, ingeniero y profesor de matemáticas.
Pedro María Silva, ingeniero cuñado de Julio.
Luis José Fonseca, ingeniero.

de esta ciencia; me refiero a su exactitud, y al corolario inevitable: su inmutabilidad. Son muchas las personas ilustradas, pero para quienes el estudio de las matemáticas terminó con el bachillerato, que piensan sin disimular su hastío: "¿Pero es que ustedes los matemáticos, creen que hay algo nuevo que investigar?«<¡Ah! se dice: las ciencias exactas. Donde no cabe la discusión, pues una vez puestos de acuerdo sobre los significados de los términos iniciales, vamos a dar irremediablemente a una misma conclusión." Aquí no hay nada que controvertir, nada se puede aceptar en gracia de discusión, sino so pena de pasar por torpes o tardos para el raciocinio."

¿Quién dijera que dichos prejuicios retraen notablemente del ejercicio de las matemáticas? Retan, precisamente a los jóvenes de mayor iniciativa, porque para el hombre, todavía es y será siempre el gran acicate de su actividad, la fruición de investigar en lo desconocido; la atracción del misterio. Los territorios ya completamente explorados, poco incentivo tienen para los turistas. Aquellas cuestiones ya definitivamente aceptadas, que se dan por irremediablemente ciertas –valga la paradoja– repelen los temperamentos aguijoneados por el deseo de vivir las grandes aventuras del pensamiento. Quedan, pues con las matemáticas aquellos temperamentos conformistas, que miran siempre con recelo toda duda, porque ven en ella una peligrosa pendiente que les puede hacer andar más deprisa, y ellos aman la estabilidad, la tranquilidad como sinónimo de inamovilidad. ¿Para qué indagar? ¿A qué nuevas hipótesis, si todo ha sido ya investigado? Esos brotes revolucionarios si los hay, sólo son la señal de un mundo desorientado -dicen- que marcha hacia la confusión, hacia la "bancarrota de la ciencia". Salta a la vista que esos son por deformación profesional los misántropos, insociables, ásperos y por ende, pésimos maestros.

Nada más equivocado que estos puntos de vista invocados para hacer prosélitos de la Matemática. Ni las matemáticas tienen la exactitud que se les atribuye, ni son por tanto el paradigma de la perfección.

Comprendo que con esta afirmación me expongo a las críticas de muchos que consideran una verdadera herejía dudar de la exactitud y perfección de la Matemática. Pido pues a Uds., algunos minutos para vindicarme.

He querido decir que las Matemáticas no son, en efecto, más exactas que la generalidad de las disciplinas humanas que merecen el nombre de ciencia. Entre otras razones porque sirven de fundamento a la mayoría (si no a todas) de estas actividades que son perfectibles de suyo. "Aunque pueda parecer una paradoja –dice Russell– toda la ciencia matemática está dominada por la idea de aproximación". Pero esta inexactitud está muy lejos de haber retardado el progreso de la Matemática pura, o el de las ciencias que en ella se apoyan más directamente. Se puede afirmar, en efecto, que los mismos errores y fallas de la Matemática han sido la fuente de grandes progresos para esta ciencia. Así, una de las ciencias reputada como la más perfecta, la Astronomía, realizó progresos extraordinarios basándose en la convergencia de series que luego se demostró que no convergían; sin embargo, ello no ha obstaculizado la publicación de las efemérides, ni los prodigiosos descubrimientos de la Mecánica Celeste. Durante más de una centuria el Cálculo Infinitesimal progresó basándose en toda suerte de conceptos que hoy se consideran francamente equivocados. Ello no impidió que Euler edificara sobre tan movedizos cimientos una obra sorprendente por su inmensa transcendencia, aunque muy semejante a los maravillosos juegos pirotécnicos que nos deslumbran con el chisporroteo de sus vivos colores, pero que, de todos modos, están en el aire, ya que el mismo Lagrange decía del sabio suizo que su cálculo no tenía sentido. Fue necesario esperar hasta Cauchy para ponerle piso a tan fecunda labor. ¿Piso firme? ¿Quién lo puede decir? Hay que ser cautos después de todo, pues nadie puede prever que las demostraciones que hoy nos satisfacen puedan ser aceptadas mañana. La Geometría de Euclides duró sin ningún cambio en las mentes de generaciones y generaciones que por más de dos mil años la creyeron intachable, hasta que Hilbert, en sus fundamentos, demostró que esa obra, citada como el ejemplo más alto de una cosa concluida e insuperable, admitía retoques de importancia. Razón tuvo Huygens cuando dijo: "La cuadratura del círculo ha hecho encontrar tantas cosas bellas a los geómetras que, al fin de que no se vean privados de un ejercicio tan útil, yo soy partidario de defender la posibilidad de cuadrar el círculo".

Las matemáticas no son, pues "la imagen estática y burdamente estereotipada de la perfección que no cambia", como lo proclaman algunos de sus adoradores. Muy al contrario: la Matemática está aún llena de misterios cuyo esclarecimiento se demorará por siglos. Cada día las ciencias que reclaman de ella más directamente su concurso, como las ciencias físicas, la astronomía, le proponen problemas nuevos cuya resolución será la iniciación de una nueva etapa de fecundo desarrollo. Nada más contrario a la verdad de los hechos que esa afirmación de Spengler (1880 - 1936) de que "el análisis llegó a su término con Gauss, Cauchy y Riemann, y hoy se dedica tan sólo a tapar las rendijas de su edificio". Al bajar las matemáticas de ese pedestal donde la han tenido quienes la consideran todavía como una ciencia árida y austera, extraña a todo idealismo y sin relación con la vida, creemos estar laborando muy eficazmente por su difusión. La Matemática humanizada, desprovista de esa aureola que sólo conviene a las cosas y personas inaccesibles para el común de los mortales, entrará a formar parte de nuestros instrumentos de trabajo y pronto echaremos de ver que ella cuenta para los más humildes cotidianos menesteres de la vida. Todos la practicaremos sin pasar por ello a ser calificados de intratables, cejijuntos y misántropos. Son las matemáticas de la vida moderna.

¿Por qué estudiamos las matemáticas? Contestaremos que, en primer lugar, por que nos son eminentemente útiles; y, en segundo lugar, o, quizás, mejor antes que todo, porque su estudio lleva al espíritu profundas complacencias que se explican por la naturaleza misma del raciocinio matemático hecho para darle una plena satisfacción a la inteligencia, no sólo por la precisión de los resultados sino también porque estas lucubraciones producen en los iniciados un verdadero placer estético, una auténtica emoción artística. Tratemos someramente estos dos aspectos:

Que sean útiles nadie lo duda hoy. "La Matemática nos acompaña como nuestra propia sombra, siguiéndonos los pasos por todos los senderos de la existencia." Todos los oficios, hasta los más humildes, necesitan de ella, El pintor de brocha gorda; la tejedora, el albañil, el cocinero, el sastre, etc. Cualquiera de estos y otros oficios examinados en detalle sorprenden por la multitud de datos numéricos, medidas y criterio geométrico que es preciso aplicar en su desempeño. Nada que parezca más alejado del rigor matemático que la confección de un vestido. Las gentes del oficio distan mucho de ser los consumados geómetras que debieran ser si examinamos de cerca el problema, que consiste en adaptar a la superficie curva del cuerpo humano, que no es aplicable a un plano, la superficie plana de la tela. Algo parecido a la representación de la superficie de la tierra en las cartas geográficas. Si los sastres y modistas hubieran tenido que esperar a que los matemáticos resolvieran las cuestiones atañederas a su oficio, es probable que aún andaríamos envueltos en pieles.

Por de contado se da, en fin, que las matemáticas están en la base de las ciencias físicas; pero lo que no creen muchos es que también las ciencias humanas, como la economía, la sociología, el derecho, la historia, la filosofía, etc., las están utilizando con fruto. La misma biología, entre las ciencias naturales, que por su complejidad parecía refractaria al razonamiento matemático, hoy lo utiliza como sucede en biometría y genética, tomándolo principalmente del cálculo de las probabilidades. Desde que en cualquiera de las ramas del saber humano, aparece el número, la Matemática entra en acción. Al principio se emplea una matemática muy rudimentaria, que satisface porque sólo se persiguen resultados aproximados. Sobre las descripciones verbales cualitativas, se hacen hipótesis y simplificaciones, que groseramente representadas por medio de signos y símbolos, pronto pueden dar una versión más clara y sucinta de la realidad que la forma retórica, aunque todavía muy burda. Pero, retoques sucesivos de aquellas hipótesis, y del simbolismo correspondiente, llevan a encerrar dicha realidad cada vez dentro de moldes más estrechos, que si no son el fiel trasunto de ella, sí llegan a superar cualquier otra clase de descripción. Ahora bien, este trabajo de ajuste, empleando la taquigrafía matemática, sólo se podrá llevar a cabo empleando cada vez en mayor escala una Matemática cada vez más elevada, combinada con métodos de medida cada vez más precisos.

El tema da para mucho, y no sería yo quien pudiera desarrollarlo con la extensión debida; pero detengámonos aunque sea brevemente en algo que quizás ha sorprendido a mis oyentes. Bien está, me dirán, que la economía tenga que ver con las matemáticas; ¿aún con la filosofía, pero con la sociología, el derecho, y la historia? ¿Cómo puede ser conciliable el razonamiento matemático que parte de situaciones y premisas establecidas exactamente, con esas ciencias humanas en que las previsiones pueden quedar falseadas súbitamente por la decisión imprevisible de un individuo? Es decir: ¿Cómo puede ser armonizable el riguroso determinismo del raciocinio matemático con el libre albedrío que le da a las ciencias humanas su carácter eminentemente opcional? Laplace sintetiza así la ambición del determinismo científico: "Debemos –dice– contemplar el estado presente del universo como el efecto de su estado anterior, y como la causa del que le seguirá. Una inteligencia que, para un instante dado, conociera todas las fuerzas que animan la naturaleza, así como la situación respectiva de los seres que la componen, y si, desde luego, fuera lo suficientemente vasta para someter al análisis todos estos datos, cobijaría bajo la misma fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes del Universo con el de los átomos más ligeros: nada sería incierto para ella, y tanto el porvenir como el pasado estarían presentes ante sus ojos."

Aunque es verdad que mucho se ha rectificado después a tan presumida afirmación de Laplace, hasta el punto de que puede decirse que ya se han abandonado las esperanzas de reducir toda la Física y la Química a la Mecánica, y de que en la escala atómica el principio de "incertidumbre" de Heisenberg introduce una analogía inesperada entre estos dos órdenes de la actividad científica, haciendo aparecer en donde reinaba el más crudo determinismo, una extraña e imprevista espontaneidad, propia solamente de las ciencias humanas, es lo cierto que la existencia del libre albedrío limita la aplicación de las matemáticas en las ciencias que tienen que ver con la vida humana. No es de esperarse, pues, que las ciencias físicas por hacerse tan complejas y mudables cual las otras lleguen a renegar de las matemáticas, ni que las ciencias humanas con los progresos de la estadística, las lleguen a adoptar en la intensidad y significado que tienen para las físicas. La ciencia, en efecto, se propone por sobre toda otra misión, la de predecir los hechos, fin este cumplido más o menos cabalmente en las ciencias físicas, como sucede por ejemplo, en la Astronomía; pero en las ciencias humanas es claro que todas las previsiones pueden quedar súbitamente falseadas por la decisión imprevista de un solo individuo en ejercicio pleno de su libre albedrío.

Sin embargo, de todo esto, es preciso reconocer que cada día son más importantes las matemáticas en las ciencias que hemos llamado humanas, no sólo como poderosísimo instrumento descriptivo de los fenómenos, sino también con pretensiones predictivas. Y es que, si bien es cierto que el hombre es libre en sus decisiones, esas no son, empero, independientes de las circunstancias materiales en que el hombre se encuentra, y que debe considerar con su inteligencia, si quiere sobrevivir, Así, es infinitamente poco probable que un hombre cerca del fuego, decida introducir sus pies en el brasero. Cuando atravesamos la calle frente a los automóviles detenidos por el semáforo, jamás pensamos en que alguien impulsado por su libre albedrío, insista en atropellarnos. Es decir, aun en la vida corriente, podemos sacar conclusiones que tenemos derecho a estimar como suficientemente exactas, aun en las circunstancias en que el libre albedrío está en juego, y pudiera por tanto falsear nuestras predicciones, y en que, ciertamente, algunas veces suele falsearlas, pero en los rarísimos casos de locura, venganza, etc. Cuestión ésta que también pudiera suceder en la técnica, cuando lo imprevisto hace su aparición y supera todos nuestros cálculos, como cuando el constructor ve arruinada la estructura por él calculada, a causa de un terremoto.

Así, pues, la intervención de la libertad humana, aunque disminuye la seguridad de nuestras conclusiones, no llega a hacer imposible o inútil el empleo del método deductivo y cuantitativo en estas ciencias. Y si del individuo pasamos a las colectividades, todavía se hace más evidente la posibilidad de una utilización de las ciencias exactas para el estudio del fenómeno humano. Mencionemos sobre el particular, entre la multitud de hechos curiosos que se pueden notar en los resultados de la estadística, el siguiente, citado por D. Jorge Rodríguez (1875 - 1948), Rector que fue por muchos años de la Escuela de Minas de Antioquia, en su ameno libro sobre Estadística[186]. Se trata de la estadística de los suicidios. Reflexiónese, en efecto, en la inmensa variedad de motivos que pueden llevar al hombre a luchar por la existencia, o, al contrario, a quitarse la vida. Entre 100.000 adultos escogidos al azar desde el comienzo del año, teóricamente podrían presentarse en el curso del año de cero a 100.000 suicidios; sin embargo, el hecho es que este número anual se mantiene casi constantemente comprendido entre 3 a 5 en Antioquia durante un período de 14 años, y de 10 a 20 en Prusia, durante 21 años (por lo general mayor en Europa que en Colombia). Es así mismo muy curioso que entre estos mismos suicidios, el porcentaje de los que se realizan ahorcándose se mantiene dentro del 60,3 % a 60,8 % durante el mismo lapso de tiempo. Este fenómeno que no puede ser sino el resultado de un conjunto inmenso de decisiones individuales, presenta tan notable regularidad, porque al pasar al hecho colectivo, las desviaciones accidentales se compensan, tanto más cuanto más numerosa sea la colectividad. El resultado del conjunto de tales decisiones individuales muy variadas, y en algunos casos en absoluta oposición, podrá, gracias a dicha compensación conducir a consecuencias tan ciertas y exactas como las leyes mejor establecidas de la naturaleza. He aquí, pues, como el número penetra en el campo vital haciendo del Cálculo de las probabilidades y de la Estadística Matemática, uno de los ejemplos más elocuentes de lo que puede esperarse de las ciencias exactas en estos campos.

Sin tiempo para tratar con la extensión suficiente tan interesantes temas, que, desde luego, lo serán en el Curso que se dictará próximamente bajo los

[186]Rodríguez, J. (1928). *Lecciones de estadística*. Medellín: impr. oficial.

auspicios de esta Sociedad sobre *Estadística para Economistas y Actuarios*, sólo deseo tratar en seguida de ese otro aspecto que tiene el estudio de la Matemática, y que es el que atrae con mayor fuerza al aficionado auténtico. Me refiero a esa satisfacción, a esa emoción que cautiva al espíritu, y que lleva irresistiblemente al cultivo de la Matemática por la Matemática misma desdeñando sus aplicaciones. Se ha dicho es verdad, que esto de la ciencia por la ciencia es una concepción absurda, ya que siéndonos imposible conocer todos los hechos de la naturaleza, es necesario escoger, seleccionar algunos, y esta elección racionalmente sólo la podemos hacer guiándonos por su utilidad, y no por el simple capricho de nuestra curiosidad o sensibilidad. Sin embargo, en matemáticas, este criterio pragmático no parece decisivo. Los matemáticos investigan, trabajan en sus construcciones, por la sola satisfacción de penetrar en los secretos de las relaciones numéricas. Jamás se han cuidado de las aplicaciones que puedan tener sus lucubraciones y vigilias, y hasta miran con tedio esas posibles aplicaciones. Hermite decía, refiriéndose a las funciones elípticas, que eran muy interesantes a pesar de que tenían algunas aplicaciones.

Quizás se explica esta romántica afición porque las matemáticas no son extrañas a las artes plásticas. Según Bertrand Russell "la Matemática, estrictamente considerada, posee no sólo verdad sino también suprema belleza, una belleza fría y sobria como la escultura, que no recurre para impresionar a las partes débiles de nuestra naturaleza, ni a la magnificencia engañosa de la pintura o de la música, sino es sublimemente pura y capaz de una perfección austera, como sólo se ve en el arte más depurado y grande." Naturalmente no pocos le niegan a la Matemática este parentesco con las bellas artes. Leamos, por ejemplo, a Macaulay[187] cuando dice: "No puedo casi escribir de las matemáticas ni de los matemáticos. ¡Oh! ¿Quién tuviera palabras para expresar cuánto abomino esa ciencia...? ¿"Disciplina" del entendimiento? ¡Decid más bien miseria, limitación, tortura, aniquilamiento!"... No encontró, pues el ameno autor de los "Ensayos" maravillosos sobre Milton y Dante, esa belleza pregonada por Russell. Muy lejos estaba de comprender esa secreta armonía que el matemático descubre en las demostraciones y métodos de las ciencias exactas. Pues ¿qué es lo que, en efecto, le da a una demostración la elegancia que ven en ella los matemáticos? Quizás, la armonía entre las partes, su simetría, su justo equilibrio; en resumen, todo aquello que pregona orden y unidad, y que nos permite, por lo tanto, abarcar y comprender de una ojeada tanto el conjunto como los detalles de la cuestión. En pocas palabras, el sentimiento de la elegancia matemática no es otra cosa que la satisfacción debida a no sé que conformidad entre la solución que se acaba de encontrar y las necesidades de nuestro espíritu. No se puede decir que una simple ecuación sólo tenga importancia por su valor útil. Para quien sepa leer en ella, esos términos escuetos y áridos tendrán tanto significado como para

[187]Thomas Babington Macaulay (1800 - 1859)

el músico los signos en un compás del pentagrama. Quien sepa leer en una ecuación, como lo hizo Galois, verá ante sus ojos todo un universo de agrupaciones armónicas, donde la ordenación y ritmo fue por largo tiempo imperceptible a los espíritus menos sensibles a esa belleza matemática. Así tampoco dirá nada ese compás del pentagrama al espíritu que lo contempla sin la sensibilidad musical.

No hay lugar para detenernos a discutir otras analogías entre la Matemática y el Arte, como, por ejemplo, su perennidad. Sólo las matemáticas y el arte poseen esta perennidad. Así como en el Arte aún cuentan esas figurillas de bisontes y renos de una sorprendente estilización que aún se insertan en los frisos de modernas construcciones, por artistas que se creen modernistas, sin pensar en que están imitando modelos de hace veinte mil años, también en la Matemática siguen vigentes y preocupándonos las famosas paradojas de Zenón, y está aún viva la disputa entre lo continuo y lo discreto, que caracterizó a las escuelas de Eudoxio y Pitágoras. En la actualidad es todavía una tarea esencial de la Matemática armonizar esos dos conceptos. Cargamos aún con una herencia de hace más de dos mil años, así como también el artista tiene sobre sus hombros todo un pasado que nunca estará lo suficientemente muerto, sino que podrá revivir en cualquier momento.

Mas el tiempo que es un enemigo mío y un aliado vuestro en eso de hacerme abreviar, me obliga a dejar de lado cuestiones interesantes en sí, para ser tratadas por quien tuviera más conocimiento y aptitudes, y tiempo; pero debo ahora, aunque sea brevemente, y para terminar, tratar de cómo se realiza hoy la investigación matemática en sus grandes lineamentos, y qué podríamos nosotros hacer para incorporarnos a esa corriente de activa investigación que tanto nos acucia.

Para quien estudie aunque sea superficialmente la historia de las matemáticas, comprenderá al punto que este desarrollo ha sido muy irregular, y es hoy completamente anárquico. Como lo observa Bell, si se fuera a escribir sumariamente la historia de este progreso, bastarían los cuatro volúmenes de Cantor[188], de 3.600 páginas para historiar el desarrollo de las matemáticas desde sus albores hasta el fin del siglo XVIII; pero si se intentara hacer en una escala similar el esquema de la historia de la Matemática, sólo en el siglo XIX se ha calculado que se necesitarían 19 a 20 volúmenes del tamaño de los de la historia de Cantor, con un total de 17.000 páginas. Agrega Bell: “El siglo XIX, en tal escala, ha contribuido al conocimiento matemático en cinco veces lo debido a todos los años precedentes.” Esto sólo da una idea de la necesidad de fragmentar la investigación. Los hombres universales en ciencias y, en particular, en matemáticas se acabaron. Ya no es posible concebir una inteligencia que pueda abarcar ni realizar obra creadora en más de dos de las cuatro principales divisiones de la

[188] Mortiz Benedict Cantor (1829 - 1920).

Matemática: Aritmética, Álgebra, Geometría y Análisis, por no decir nada de la Astronomía y de la Física Matemática, Se dice que fue Poincaré, o, quizás, Gauss el último universalista matemático, aunque Poincaré fue según Bell, el último hombre que consideró como su reino a toda la Matemática tanto pura como aplicada. Es por esto que los matemáticos han dividido el mundo de las relaciones en cierto número de campos o continentes, así: el continente de los números y de las magnitudes por ellos medidas; el continente de las leyes y de las funciones que expresan tales leyes; el del determinismo, o el estudio de las ecuaciones diferenciales, es decir, los procedimientos que permiten construir la entidad matemática entera a partir de una célula inicial; el de los espacios con sus geometrías; y, en fin, el continente del azar y las probabilidades. Por estas regiones se internará el matemático, a veces sin rumbo, a veces sin plan, guiado sólo por su genio; sin premura, y las más de las veces sin preocuparse del mundo exterior, piensa continuamente en algo que está en su interior sin relación alguna con el mundo que lo rodea. Es por esto que suele pasar por ser un hombre distraído, alejado de las realidades de la vida. No obstante, esas meditaciones, esos resultados, obtenidos lejos de las necesidades de la ciencia práctica muchas veces, tienen sorprendentes aplicaciones. La ciencia está llena de ejemplos sobre el particular. Jamás pensaron los griegos que sus secciones cónicas tendrían más tarde un interés extraordinario para cuestiones tan prácticas como la navegación y la astronomía, ni tampoco los creadores del cálculo tensorial barruntaron que estaban preparando el instrumento decisivo para el desarrollo de la teoría de la relatividad.

En un principio la investigación matemática era sólo el privilegio o enfermedad de muy pocos. Los primeros matemáticos trabajaron sólos, eran aislacionistas que lucubraban movidos a ellos por el solo gusto de las combinaciones lógicas y la belleza de las construcciones mentales que resultan de esas asociaciones. No pocas veces este aislamiento dio lugar a la duplicación de esfuerzos gigantescos, como en el caso del Análisis Infinitesimal con Newton y Leibniz, en el de las ignoradas investigaciones de Gauss, que el gran matemático jamás publicó por escrúpulos de exactitud.

Hablando de sí mismo, Gauss decía que emprendía sus estudios científicos tan sólo como una respuesta a los impulsos más profundos de la naturaleza, y para él era algo completamente secundario publicarlos para el conocimiento de los demás. Se dice que si Gauss no hubiera sido el gigante solitario que fue, que si en su época hubiera existido la actual facilidad de trato entre hombres de ciencia, que hubiese permitido divulgar lo que este hombre extraordinario sabía, es muy posible que la Matemática se hallara medio siglo adelante de lo que está.

Afortunadamente en nuestros días, el aislamiento tiende a desaparecer. Los congresos, museos, las reuniones científicas, los libros periódicos y revistas, estimulados todos por la facilidad de los transportes y comunicaciones postales, han hecho que los investigadores se hablen y encuentren para comunicarse sus resultados. De esta manera, es cada vez más exacto el dicho de que la ciencia es una integración de los conocimientos humanos. Esta integración que antes tardaba años, hoy se hace sin exagerar, al día.

De este movimiento de solidaridad e intercomunicación para el progreso de la ciencia matemática, no podemos aislarnos. Si en otros países existen Juntas que buscan federarse para constituir la Unión de los Comités, o Juntas de Matemáticos, nuestra *Sociedad Colombiana de Matemáticas* debe indudablemente seguir este movimiento.

Entiendo que la UNESCO patrocina la unión de todos estos comités en un Centro Internacional de Uniones Científicas, cuyo órgano de comunicación sirve para dar a conocer las actividades de cada especialista, a fin de favorecer el progreso de la Matemática. Actualmente las naciones han creado organismos para favorecer y apoyar dicha investigación. En Francia y España, que sepamos, existen Centros Nacionales de Investigación Científica, análogos al propuesto no hace mucho por el Rector actual de la Universidad Nacional, Dr. Jorge Vergara Delgado, y cuya misión consiste en apoyar la investigación donde esté, sin excepciones, preferencias, o prejuicios. Estimulan la producción de libros de texto, la impresión de obras científicas nuevas, o de las que se han agotado y merecen una reimpresión. Contribuyen a la reunión de los Congresos Generales y Especiales, etc. No podemos dejar de mencionar el nuevo esfuerzo realizado por la Universidad Nacional para fomentar el estudio de la Matemática, al crear el Departamento de Matemáticas, ni el Fondo Universitario al apoyar la traída a Colombia de hombres de ciencia notables para que dicten conferencias y orienten nuestras actividades, necesariamente incipientes, en este formidable progreso de la Matemática moderna. Así mismo hemos de nombrar también el esfuerzo verdaderamente excepcional de quienes han mantenido hasta hoy la publicación de la “Revista de Matemáticas Elementales”. Para su Director, para sus colaboradores y redactores, así como a la Universidad de los Andes que con la Nacional la apoyan, vayan los parabienes de esta naciente *Sociedad Colombiana de Matemáticas*.

Otro frente de acción que tiene características muy singulares en la época moderna es el de la enseñanza de las matemáticas. Hace pocos días presencié la discusión de algunos verdaderos profesores de esta ciencia, sobre el notable desvío o frialdad por decir lo menos, que se nota en nuestra juventud, por las matemáticas. ¿A qué se deberá esta desafección? ¿Será, quizás, el método empleado en su enseñanza? ¿La incapacidad de la mayoría de los profesores? ¿Provendrá de que se le dedica poco tiempo en el bachillerato, o de que la distribución de las diferentes partes que la integran están mal distribuidas a lo largo de la segunda enseñanza? ¿Será, en fin, que existe alguna tendencia en nuestra juventud a seguir la línea de menor resistencia en sus estudios, o que nuestros muchachos no están bien dotados intelectualmente para afrontar esta clase de disciplinas?

La cuestión ha sido estudiada por sus varios aspectos, y por personas muy autorizadas, de gran experiencia en la enseñanza. Sinceramente no creemos, como no lo cree nadie, que haya alguna incapacidad congénita en nuestra juventud para tales estudios. Abundan las pruebas en contrario. El estudiante colombiano sabe competir con los mejores cuando ha tenido la oportunidad de medir sus capacidades en universidades extranjeras, en el medio adecuado. Sin embargo, el problema existe, no puede negarse. Las matemáticas siguen siendo la piedra de toque para juzgar de la orientación profesional del joven que aspira a ingresar en la Universidad. Todos los aspirantes a profesionales se dividen inexorablemente en dos grandes grupos: Matemáticos y alérgicos a la Matemática. Los primeros ingresan en las profesiones técnicas, los segundos se distribuyen en multitud de profesiones como Derecho, Medicina, Economía, etc., desde donde miran con creciente recelo cómo las matemáticas, que detestan, van invadiendo, poco a poco predios que antes parecían seguros para ellos.

Dejando de lado las muchas opiniones que se han dado sobre esta cuestión, creemos que la causa del mal depende mucho del profesorado, ya que puede afirmarse hoy que no hay inteligencia normal refractaria a las matemáticas. Y esta deficiencia en el profesorado tiene sus raíces en la falta de una enseñanza superior que los prepare convenientemente. Es sabido que en otros países para llegar al profesorado hay que pasar por la enseñanza superior, y para entrar en la enseñanza superior, es preciso sostener una tesis o trabajo original; es decir, un trabajo que signifique algún nuevo aporte a la ciencia. Creo, pues que nuestra primera labor ha de ser propiciar el desarrollo de los Centros que se destinan a la Enseñanza Superior de las Matemáticas. Para esto nos parece muy a propósito el Departamento de Matemáticas, de que he hablado, creado en la Universidad Nacional, pues aunque dicha entidad universitaria tiene por objeto inmediato coordinar la enseñanza corriente de esta ciencia, al lado de esta misión, se pueden seguir cursos de perfeccionamiento que facilitarán a los profesores el conocimiento de las matemáticas más avanzadas, para así poder enseñar con verdadera información las elementales. Hoy me aventuro a creer que la falta de esta enseñanza superior, suficientemente al día, nos perjudica en la tarea de difundir los conocimientos básicos, pues aún están plagados nuestros textos elementales con definiciones, teorías, y símbolos que ya no se emplean, y que vienen a constituir un verdadero peso muerto para quien desee profundizar y adelantar en esta ciencia.

Para terminar mencionaré otro hecho saliente, peculiar de nuestra época, como es el de la aparición del Cálculo Mecánico. Desde hace algunos años se confía a las máquinas el cuidado de efectuar los cálculos numéricos, los cuales se realizan así con una sorprendente rapidez. Hemos oído mucho a personas, desde luego no muy enteradas de las matemáticas, que piensan que llegará el día en que sobrarán los matemáticos. ¿Puede decirse esto? Mejor dicho: ¿puede esperarse que las máquinas presten un verdadero servicio de investigación? Antes de contestar veamos algunos antecedentes.

Desde la conferencia de Lausana en 1949, se han ido multiplicando los Centros llamados de Cálculo Mecánico gracias a la acción de la UNESCO. En la conferencia realizada en la casa de la UNESCO en París en 1951, para la creación de un Centro de Cálculo Mecánico, estuvieron presentes 26 países, entre los cuales figuró Colombia. Para dar una idea de la importancia de este Congreso mencionaremos las asociaciones que enviaron representantes: Unión Internacional de Telecomunicaciones; Congreso Internacional de Uniones Científicas; Unión Internacional de Física Pura y Aplicada; Unión Internacional de Mecánica Teórica y Aplicada; Unión Internacional de Matemáticas; Unión Internacional de Organizaciones Técnicas; Unión Internacional de Ingenieros; Centro Nacional de Estudios de Telecomunicaciones; Battelle Memorial Institute; y las principales casas constructoras especializadas en la fabricación de Máquinas de Cálculo. En dicho Congreso se decidió establecer el Centro de Cálculo Numérico (según se convino en llamarlo) en la ciudad de Roma, donde funcionaba desde hacía 21 años el Instituto Italiano de Cálculo Aplicado.

Vale la pena leer aquí algunos apartes de las conclusiones del informe presentado a la Universidad Nacional por el Observador colombiano:

"Con base en el estudio de la Convención –dice– y en las discusiones del Congreso que las redactó, me permito hacer a continuación las siguientes observaciones relativas a la conveniencia y oportunidad de la adhesión de nuestro gobierno al Centro Internacional de Cálculo.

"Actualmente no existe en Colombia ningún Centro dedicado especialmente a la técnica del Cálculo Numérico. Esto no es de extrañar, dado el poco desarrollo que ha tenido la investigación científica y las ciencias aplicadas en nuestro país. El gran adelanto de estos medios de cálculo en los últimos 10 años en los países industriales, especialmente en los Estados Unidos, es debido a la necesidad urgente de resolver problemas de cálculo que se han presentado con los últimos descubrimientos científicos, y que serían insolubles con las máquinas y sistemas existentes. Tanto la ciencia como la industria entre nosotros están todavía en sus comienzos y probablemente para sus necesidades de cálculo en los próximos 10 años (esto se decía en 1951) bastará con instalaciones de tipo tradicional, como los que en pequeña escala y para su uso particular tienen algunas instituciones oficiales y empresas privadas."

"El Centro Internacional se ocupará, como corresponde a su función, de investigaciones y trabajos muy adelantados en la rama de Cálculo Numérico, que para nuestro país son de poco interés práctico. Por otra parte no creo que haya personal científico colombiano que esté preparado para esta clase de investigaciones.”

“El aspecto del Centro, que podría interesar a nuestro país, sería el de la formación profesional y el perfeccionamiento de especialistas en Cálculo Numérico. Con este objeto se prevén en el proyecto de presupuesto 10 becas anuales de 1.500 dólares cada una. De acuerdo con la discusión de este punto, el Centro estará en capacidad de organizar la formación de personal unos tres años después de su instalación. Teniendo en cuenta las anteriores observaciones considero (dice el Observador) que, antes de la adhesión de Colombia a la convención, (que nunca se produjo) podría precederse al establecimiento de un simple laboratorio de Cálculo Mecánico dependiente, como es el caso en Francia, de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional (hoy podría ser del Departamento de Matemáticas) que podría trabajar en colaboración con los institutos nacionales y privados interesados en este servicio (Sección de Estadísticas y la Controlaría, Instituto Geográfico Militar, Observatorio Nacional, Servicio Meteorológico, Ministerio de Obras Públicas, etc.)”

“Es esta forma, comenzando con problemas e instrumental corriente, se podría empezar a formar el personal. Una vez que con el funcionamiento de este Laboratorio, se tenga una visión exacta de las necesidades del país en materia de Cálculo Numérico, podría el Gobierno adherir a la convención y el personal del Laboratorio entrar a participar, con pleno conocimiento del problema, en las actividades del Centro, aprovechando así mejor las becas previstas para la formación de especialistas.”

Y aquí termino el informe. Han pasado cinco años de esta Conferencia, y es interesante volver hoy sobre la importancia que tendría para Colombia la organización de un Centro Numérico adecuado a nuestras necesidades, como lo propone el Observador. Preguntémonos, pues, de nuevo, si un Centro de Cálculo semejante sería tan útil a la investigación matemática, que llegara a competir con los investigadores en esta ciencia. Desde este punto de vista puede afirmarse que no. La utilidad para la investigación no sería directa, y por tanto, jamás podría competir con el trabajo creador de los matemáticos, aunque no por ello dejaría de ser menos eficaz para servir a la investigación, es verdad que muchos procesos terriblemente largos y agobiadores para los calculistas, se abreviarían notablemente con la economía de tiempo consiguiente, y la ventaja para los investigadores de no verse entrabados en su trabajo por cuestiones secundarias, e interminables operaciones numéricas. ¡De cuánta ayuda hubieran sido para el astrónomo Brown[189], estas máquinas para el cálculo de sus tablas lunares, que le representaron treinta años de trabajo, y requirieron las escritura de más de cuatro millones de cifras, y más de cuatrocientos mil productos! Es así que el

[189]Ernest William Brown (1866 - 1938), matemático y astrónomo británico.

Nautical Almanac se calcula íntegramente a máquina. Mas al lado de los sabios que investigan, estas máquinas adquieren un lugar secundario. Como el de los calculadores prodigios, del tipo del célebre Inaudi[190] que sin saber de matemáticas hacen el papel de verdaderas máquinas, pero no pueden ayudar de otro modo a los investigadores. O los del tipo de W. Klein (1912 - 1986), actual calculador en el Instituto Matemático de Ámsterdam, cuya instrucción en matemáticas es mejor que en los demás, y cuyas excepcionales aptitudes son aprovechadas con ventaja, sobre las mismas máquinas, como sucede en la conversión de números decimales a números en el sistema binario, o recíprocamente, y en hacer la descomposición de números en sus factores primos, o en sumas de cuadrados, etc. En todos estos casos Klein muestra gran superioridad sobre las máquinas hoy existentes.

Está visto, pues, que de todos modos la máquina sigue ocupando el puesto que la asignó Pascal a su primera máquina inventada para ayudar a su padre, intendente de Normandía, quien dedicaba sus vigilias a calcular los impuestos; pero, como el mismo Pascal no vaciló en declarar: "sigue siendo la Matemática el más elevado ejercicio de la inteligencia". Las máquinas están, por tanto muy lejos de poder reemplazar al investigador de genio en la indagación de nuevas relaciones o de nuevos derroteros para la resolución de las cuestiones que propone la técnica.

Y aquí termino, señores, no sea que por seguir con mis deshilvanadas y pesadas razones en pro de la Matemática, me suceda lo del predicador que según iba alargando el sermón, así se le iban disminuyendo a sus feligreses los deseos de contribuir para el culto. He dicho.

Bogotá, junio de 1956

[190]Giacomo Inaudi (1867 -1950), calculista mental italiano.

Sociedad Colombiana de Matemáticas. Ponencia[191]

Señores delegados al Seminario de Matemáticas:

Para ilustrar la ponencia que elevamos respetuosamente a la consideración del Seminario, nos permitimos transcribir las siguientes palabras que tuvimos el honor de pronunciar en la conferencia dictada con motivo de la fundación de la *Sociedad Colombiana de Matemáticas*:

"...En un principio la investigación matemática era solo el privilegio y enfermedad de muy pocos. Los primeros matemáticos trabajaron solos, eran aislacionistas que lucubraban movidos a ello por el solo gusto de las combinaciones lógicas y la belleza de las construcciones mentales que resultan de esas asociaciones. No pocas veces este aislamiento dio lugar a la duplicación de esfuerzos colosales, como en el caso de Análisis Infinitesimal con Newton y Leibniz, en el de las ignoradas investigaciones de Gauss, que el gran matemático jamás publicó por escrúpulos de exactitud. Hablando de sí mismo, Gauss decía que emprendía sus estudios científicos tan solo como una respuesta a los impulsos más profundos de la naturaleza, y para él era algo completamente secundario publicarlos para el conocimiento de los demás. Se dice que si Gauss no hubiera sido el gigante solitario que fue, y quien si en sus épocas hubiera existido la actual facilidad de trato entre hombres de ciencia, que hubiera permitido divulgar lo que este hombre extraordinario sabia, es muy posible que la Matemática se hallará medio siglo adelante de lo que está. Afortunadamente, en nuestros días, el aislamiento tiende a desaparecer. Los congresos, museos, las reuniones científicas, los libros, periódicos y revistas, estimulados todos por la facilidad de los transportes y comunicaciones postales, han hecho que los investigadores se hablen y encuentren para comunicarse sus resultados. De esta manera, es cada vez más exacto el dicho de que la ciencia es una integración de los conocimientos humanos. Esta integración que antes tardaba años, hoy se hace, sin exagerar al día".

[191] Ponencia presentada en el Primer Seminario sobre Enseñanza de las Matemáticas en el nivel universitario celebrado en Bogotá en 1956. Este Seminario lo consideró la *Sociedad Colombiana de Matemáticas* como el *Primer Congreso Nacional de Matemáticas*. El *Segundo Congreso Nacional de Matemáticas* se realizó en la ciudad de Cartagena de Indias, en 1970..

"De este movimiento de solidaridad e intercomunicación para el progreso de la ciencia matemática, no podemos aislarnos. Si en otros países existen Juntas que buscan federarse para constituir la Unión de los Comités, o Juntas de matemáticos, nuestra *Sociedad Colombiana de Matemáticas* debe indudablemente seguir este movimiento. Entiende que la UNESCO, patrocina la unión de todos estos comités en un Centro Internacional de Uniones Científicas, cuyo órgano de comunicación sirve para dar a conocer las actividades de cada especialista, a fin de favorecer el progreso de la Matemática. Actualmente las Naciones han creado organismos para favorecer y apoyar dicha investigación, en Francia y España, que sepamos, existen Centros Nacionales de Investigación Científica, análogos al propuesto no hace mucho por el Rector actual de la Universidad Nacional, Doctor Jorge Vergara Delgado y cuya misión consiste en apoyar la investigación donde esté, sin excepciones, preferencias o prejuicios.

Estimulan la producción de libros de texto, la impresión de obras científicas nuevas, o de las que se han agotado y merecen una reimpresión. Contribuyen a la reunión de los Congresos Generales y especiales, etc. No podemos dejar de mencionar el nuevo esfuerzo realizado por la Universidad Nacional para fomentar el estudio de la Matemática, al crear el Departamento de Matemáticas, ni el fondo universitario al apoyar la traída a Colombia de hombres de ciencia notables para que dicten conferencias y orienten nuestras actividades, necesariamente incipientes, en este formidable progreso de la Matemática moderna. Así mismo hemos de nombrar también el esfuerzo verdaderamente excepcional de quienes han mantenido hasta hoy la publicación de la *Revista de Matemáticas Elementales*. Para su Director, para sus colaboradores y redactores, así como a la Universidad de los Andes que con la Nacional la apoyan, vayan los parabienes de esta naciente *Sociedad Colombiana de Matemáticas*".

Los fundadores de la *Sociedad Colombiana de Matemáticas* tuvimos, pues, en mente, cuando nos decidimos a organizar esta sociedad, mantener y estimular el interés por las Ciencias Matemáticas. Quiere esto decir: favorecer la enseñanza, promoviendo al efecto la venida al país de autoridades en los diversos campos en que hoy se divide la matemática, para que dicten cursos cortos de información sobre los problemas que interesan hoy a esta ciencia; estimular la producción científica con el sostenimiento de Boletines y Revistas, que acojan los trabajos de matemáticas colombianos y extranjeros tendientes a vulgarizar la ciencia de los numerómeros; establecer vinculaciones con otras Sociedades similares nacionales o extranjeras, con el objeto de contribuir al movimiento de solidaridad e intercomunicación para el progreso de la ciencia matemática; y, en fin, despertar vocaciones en los jóvenes que sientan alguna disposición para el cultivo de la matemática.

En consideración al cumplimiento de todos estos fines es que el Artículo 2° de los estatutos de la sociedad dice lo siguiente:

“Tendiendo a sus objetivos, la sociedad promoverá la realización de conferencias, reuniones y congresos, así como la publicación de libros, revistas y monografías”.

Una vez creada la *Sociedad Colombiana de Matemáticas* con los objetivos señalados; obtenida ya la personería jurídica, y a medio año ya de su funcionamiento normal, solo es nuestro deseo procurar que sus fines comiencen a cumplirse lo antes posible, para lo cual, y de manera muy principal, contamos con que en este Seminario de la Matemática, en buena hora organizado por el Fondo Universitario, se estimule nuestros esfuerzos con la aprobación de la ponencia que proponemos a continuación:

El primer Seminario de Matemática propone:

1. Recomendar a los matemáticos colombianos el apoyo a la *Sociedad Colombiana de Matemáticas* recientemente fundada, como uno de los medios para estimular el cultivo y desarrollo de esta ciencia. Con este fin y en conformidad con el Artículo 6° de los estatutos de la Sociedad; donde se dice: “Cualquier persona con título universitario o interesada en las matemáticas superiores podrá ser admitida como miembro de la sociedad”, el Seminario recomienda a sus adherentes el ingreso a dicha Sociedad como medio de contribuir a su mayor expansión, y, por lo tanto, al cumplimiento rápido de los altos fines culturales que nos han congregado.

HISTORIA DE LA CIENCIA

Nota preliminar

Cuatro artículos conforman esta sección:

1. **Las ciencias exactas en Colombia**[192] Interesante artículo en el que Carrizosa se propone divulgar los aportes de varios colombianos del siglo XIX, comenzando por Francisco José de Caldas, que “han acometido el estudio de las matemáticas, la física y la astronomía” con intereses más allá de la utilidad de esas disciplinas. Son ellos, además de Caldas (1771-1816), Lino de Pombo (1797-1862), Rafael Nieto París (1839-1889), Indalecio Liévano (1834-1913), y Julio Garavito (1865-1920) a quien dedica la segunda parte de su artículo. Son todos ellos personajes sobresalientes de nuestra historia de la ciencia; cada uno realizó significativos aportes que resalta Carrizosa en su trabajo.
2. **Mutis creador de una cultura**[193] Con motivo de la visita de delegados de España a realizar una visita al Observatorio Astronómico, “donde floreció uno de los esfuerzos culturales más grandes que haya realizado España en beneficio de los pueblos de América”, me atrevo a pensar que este escrito, en el que se hace una breve reseña de la obra de Mutis en Colombia, Carrizosa aprovecha la ocasión como rector de la Universidad Nacional para ofrecer este discurso.
3. **Centenario de un sabio nuestro Don Julio Garavito Armero. El matemático** Con motivo del centenario del nacimiento de Julio Garavito Armero, la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, la Academia Colombiana de Historia, la Sociedad Colombiana de Ingenieros, la Sociedad Geográfica de Colomba, y la Universidad Nacional de Colombia, con el apoyo de la Facultad de Ingeniería y el Observatorio se llevó a cabo una sesión solemne el 20 de marzo de 1965. El Ministerio de Obras Públicas aportó con la publicación de un folleto que contiene las palabras pronunciadas por los participantes. Entre ellos Carrizosa Valenzuela que dedica su ponencia a la vida y obra de Garavito como matemático. Unos años atrás, en 1943, se había publicado su discurso con ocasión de descubrimiento del busto de

[192] Revista Santafé y Bogotá, 1924, Vol.2, No.13 pp.56-62; Vol.3. No. 14, pp.63-74.

[193] Universidad Nacional de Colombia, Vol. XVII, No. 17. Bogotá, 1953. pág 203-206.

Garavito[194] en la Sociedad Colombiana de Ingenieros, resaltando que la Ley de 1919 con la cual se le rendía homenaje, olvidada, disponía poner un busto de bronce en el patio del Observatorio Astronómico y publicar sus obras. Esta última disposición no se ha cumplido a la fecha. En su exposición Carrizosa exaltará igualmente la memoria del "sabio colombiano".

4. **Nuestro Observatorio Astronómico.** En lista de las publicaciones de su padre, Ernesto Carrizosa relaciona este trabajo con fecha 1960, pero sin más datos. Es un valioso artículo en el cual hace una justificada defensa de uno de los más importantes edificios patrimonio científico de Colombia. Todo parece indicar que por esa época se quería afectar arquitectónicamente el edificio a lo cual Carrizosa se opone radicalmente, a pesar de que el edificio ya no cumple con los objetivos para los que fue construido debido a que ya "no es apropiado para las observaciones astronómicas corrientes." Sin embargo, defiende nuestro patrimonio para que sea mantenido tal como está para conservar "nuestra modesta ciencia astronómica".

Clara Helena Sánchez

[194] Se publicó tanto en los Anales de Ingeniería,1943, No. 576, pp. 148- como en la revista Ingeniería y Arquitectura, Vol. IV, No.46, pp.7-8, 29-32.

Las ciencias exactas en Colombia[195]

Las ciencias exactas cultivadas en varios antiguos pueblos desde los siglos más remotos, fueron promovidas en Colombia, entre otros, por Gobernantes como Caballero y Góngora, «porque un reino lleno de producciones que utilizar, de montes que allanar, de caminos que abrir, de pantanos y minas que desecar, ciertamente necesita más de sujetos que sepan conocer y observar la naturaleza y manejar el cálculo, él compás y la regla, que de quienes entiendan y discutan el ente de razón, la primera materia y la forma substancial».

Desde aquellos tiempos, la aspiración de quienes han acometido el estudio de la Matemática, la Astronomía y la Física, fue y ha sido aún en nuestros días, la dé propender eficazmente por el adelanto material de la patria. Son, pues, escasas en la historia de las ciencias exactas en Colombia las investigaciones enteramente abstractas que no tuvieran en vista un resultado práctico inmediato, ya que las mentalidades dedicadas exclusivamente al estudio de la matemática pura suelen distanciarse de los problemas que tienen que ver con la ingeniería propiamente dicha.

Recorriendo, no obstante, la lista de los que se han ocupado en este género de estudios, encontramos muchos nombres vinculados de manera inequívoca al progreso y difusión de las ciencias exactas en Colombia, y quisiéramos tener un espacio menos limitado para hablar más extensamente de los que prepararon con labor tesonera la aparición de Caldas y Garavito. Son aquéllos, institutores como Félix de Restrepo, discípulo del sabio español José Celestino Mutis, profesor este último de Matemáticas y Astronomía, y el que creó, por los tiempos de la colonia, ese ambiente propicio para el estudio desinteresado de las ciencias en medio al cual meditó Caldas.

Es justo siquiera recordar también los nombres de Bergeron, francés, quien inició la enseñanza de la Geometría Descriptiva; Codazzi, italiano, Bracho, venezolano, acreedores a la gratitud de Colombia porque contribuyeron al establecimiento del primer instituto serio de ciencias exactas, el Colegio Militar, fundado

[195] Publicada en dos entregas en la revista Santafé y Bogotá, Directores: Víctor E. Caro y Raimundo Rivas. Año II, Tomo III, Enero de 1924, No.13 pp.56-62; Año II - Tomo III Bogotá, Febrero 1925 No. 14 pp.63-74.

por Mosquera en 1846. Desde entonces, y a pesar de grandes dificultades, una serie no interrumpida de jóvenes educados para el culto de las ciencias exactas han transmitido hasta nuestra época las enseñanzas de aquellos maestros.

Francisco José de Caldas (1771-1816)

Dirigió Caldas desde 1805 el Observatorio de Bogotá, en donde verificó notables trabajos astronómicos y meteorológicos, y fue Director del periódico científico Semanario del Nuevo Reino de Granada, en cuyas páginas aparecieron importantes trabajos suyos sobre Astronomía y Física.

Caldas inventó el hipsómetro, acontecimiento que puede considerarse como la resultante de una época de constante dedicación a la ciencia, y la iniciación brillante de los trabajos sobre Física matemática en Colombia. Aun cuando es incontrovertible la propiedad del descubrimiento, no por demasiado sabido puede callarse que éste ha sido atribuido a Regnault, aunque Caldas daba ya cuenta de aquél al doctor Santiago Arroyo en carta de Popayán del 26 de mayo de 1801 cuando Regnault aún no había nacido (1810). En la carta citada dice así: «He hallado, amigo querido, el medio de averiguar la altura de todos los lugares con sólo el termómetro y con tal grado de precisión, que no difiere de las indicaciones del barómetro ni en media línea, precisión que no había osado a esperar si el suceso no hubiera confirmado mis ideas».

Decía además Caldas, en un informe dirigido al Secretario del Virreinato el 16 de octubre de 1808: «En 1799 y principios de 1800 se presentaron a mi espíritu muchas ideas sobre la constancia del calor del agua en ebullición, y sobre su variación mudando de nivel. Las ideas se pusieron en práctica, y subí cuatro veces sobre los Andes de Popayán. Cargado de mis barómetros, termómetros y de una lámpara de ebullición, verifiqué una larga serie de observaciones: el resultado fue que las montañas se pueden medir con el termómetro, como se hace con el barómetro».

Las vicisitudes de sus trabajos referentes a este notable descubrimiento han sido admirablemente descritas por Lino de Pombo en la biografía de Caldas. Allí mismo menciona el siguiente raciocinio del sabio, que muestra claramente que no se redujo a vagas alusiones, sugeridas quizá por la casualidad, sino que llegó a conocer con bastante claridad la ley física que le permitía afirmar «que las montañas se pueden medir con el termómetro, como se hace con el barómetro»:

«El calor del agua hirviendo, dice, es proporcional a la presión atmosférica; la presión atmosférica es proporcional a la altura sobre el nivel del mar; la presión atmosférica sigue la misma ley que las elevaciones del barómetro, o, hablando con propiedad, el barómetro no nos enseña otra cosa que la presión atmosférica: *luego el calor del agua nos indica la presión atmosférica del mismo modo que el barómetro; luego debe darnos las elevaciones de los lugares sin necesidad del barómetro, y con tanta seguridad como él.*»

El problema fue, en consecuencia, planteado y resuelto como se indica a continuación:

«Dado el calor del agua hirviendo en un lugar, hallar la elevación correlativa del mercurio en el barómetro, y la altura del lugar sobre el nivel del mar».

Experimentalmente había comprobado:

Una pulgada de altura del mercurio en el barómetro corresponde a la fracción 0°,974 de cada uno de los grados con que el termómetro de Reamar designe el calor del agua hirviendo.

Fácil era ya con estos datos establecer, como lo hizo, una simple proporción que le permitiera llegar a expresar por medio de una fórmula algebraica sencilla la solución del problema.

Lino de Pombo (1797-1862)

Fue uno de los institutores más consagrados a la enseñanza de las matemáticas, aun cuando su actividad no dejó de extenderse a multitud de campos ajenos por cierto a las ciencias exactas. Escribió un curso completo de matemáticas, del que sólo se publicaron las lecciones de Aritmética, Algebra y Geometría Analítica, textos adoptados en el Colegio Militar, donde fue profesor. Existen inéditas sus conferencias sobre Introducción al Cálculo Diferencial e Integral, y escribió también una biografía de Caldas, a la cual nos hemos referido anteriormente, en donde hace una enumeración completa de los trabajos del sabio.

Rafael Nieto París (1839 - 1899)

Unió Nieto París al talento matemático el del experimentador en el campo de la Física, como lo demuestran sus estudios sobre la teoría del taquímetro; sobre la refracción en Bogotá, para cuya corrección calculó tablas. El invento del péndulo eléctrico. El método para el cálculo de los eclipses, modificación ingeniosa del de Bessel. Sus observaciones referentes a la longitud de Bogotá. El invento de un compás para trazar las cónicas, y sus estudios geométricos.

El péndulo de Nieto París funciona en el Observatorio de Bogotá, y su teoría fue establecida por Garavito. En dicho aparato «se logra que la marcha sea rigurosamente constante por medio de un peso que golpea sobre la palanca. En este ingenioso instrumento se sustituye el trabajo motor de un resorte, de un peso que desciende haciendo girar el tambor, o de un electroimán que actúa isocrónicamente sobre el péndulo, por el de la gravedad utilizado directamente: en consecuencia, la marcha del reloj es ideal. El mecanismo eléctrico que levanta el peso motor y lo deja caer siempre de la misma altura se diferencia de cuanto se haya construido después».

Sus estudios geométricos son de verdadera importancia, por cuanto tienden a desvanecer los viejos| prejuicios sobre la posibilidad de resolver geométricamente los famosos problemas de la trisección del ángulo, la duplicación del cubo y la cuadratura del círculo. Acaba con la plaga de los trisecadores, duplicadores y cuadradores, estableciendo, de una vez por todas, que los dos primeros problemas dependen de ecuaciones de tercer grado, imposibles de construir con el sólo auxilio de la regla y el compás, y agrega interesantes noticias históricas y algunas construcciones de tanteo gráficas y mecánicas. Respecto de la cuadratura del círculo, da cuenta de los trabajos de Lambert, quien demostró el carácter irracional del número π, sea, la imposibilidad de representarlo por medio de una fracción. En cuanto a la naturaleza trascendental de π, ésta vino a quedar establecida posteriormente por Lindemann (1882), quien demostró que dicho número no puede ser raíz de ninguna ecuación algebraica con coeficientes racionales, y por tanto, imposible de ser construido geométricamente.

No pueden callarse, en esta enumeración sucinta, los nombres de científicos eminentes que influyeron grandemente en el estado actual de las ciencias exactas con el ejercicio abnegado del profesorado, como Andrés Arroyo, José M. González Benito, quien dirigió el Observatorio de Bogotá; Manuel A. Rueda, autor de varios libros didácticos sobre matemáticas; y Ruperto Ferreira, cuyas lecciones en distintos ramos de las ciencias exactas son un prodigio de claridad y concisión.

Indalecio Liévano (1834 - 1913)

Notable ingeniero, cultivó con gran éxito las ciencias exactas. A la edad de veintidós años publicó la primera edición de su aritmética, en la que expuso su teoría sobre los números inconmensurables. El mérito indiscutible de esta teoría fue puesto de relieve por Garavito, quien hizo notar la anterioridad de los conceptos de Liévano respecto de los de Dedeking y Kronecker.

Utilizando simplemente el número entero, establece Liévano una escala numérica continua que le permite definir el número fraccionario y el inconmensurable. Ahora bien: siendo el número la base del Análisis, y aun de la Geometría y de la Mecánica Racional, que no son, desde cierto punto de vista, sino la representación conforme del espacio y del tiempo sobre el número, se puede decir que los trabajos de Liévano asentaban las bases de todas las matemáticas, consiguiendo lo que mucho tiempo después reconoce Poincaré al afirmar, refiriéndose a la aritmetización de la matemática, *que el rigor absoluto había sido logrado.*

De sus estudios sobre Geometría sólo fueron publicados algunos opúsculos en las Investigaciones científicas (1871). Liévano substituyó el célebre postulado de Euclides por el axioma de similitud, lo cual, como observa Garavito, «fue labor meritoria de importancia didáctica indiscutible»; pues comprendiendo que la expresión de dicho postulado podía ser más o menos clara al través de sus múltiples equivalentes, eligió como verdad intuitiva de su Geometría una propiedad más indicativa para el espíritu que dicho postulado. Dice, en efecto, Garavito en la biografía de Liévano que escribió:

«Desde la aparición de las geometrías euclídeas se consideró, con razón, como imposible toda demostración del postulado de Euclides, pues si, omitiendo dicho postulado, es posible crear una geometría en la cual no se llega a contradicción alguna, esto demuestra que dicho postulado no es consecuencia de ninguno de los otros, y por tanto no podrá tampoco ser deducido de ellos. Pero si bien es cierto que el postulado de Euclides no es consecuencia de los otros axiomas geométricos, hay, sin embargo, en las consecuencias de éste proposiciones que son más evidentes que la que se ha tomado como fundamental.

«Por ejemplo: la forma de un triángulo, esto es, la magnitud de sus ángulos y las relaciones entre sus lados, es independiente de la magnitud absoluta del triángulo, o más concisamente: la forma y el tamaño son cualidades independientes la una de la otra. Las esferas, los círculos, los cuadrados, etc., son formas que en manera alguna implican la magnitud de la figura. Pues bien: esta propiedad del espacio euclídeo es más evidente al espíritu que la siguiente:

«E/z un plano, por un punto fuera de una recta no se puede trazar sino una paralela a ésta.

«La propiedad de paralelismo se relaciona con el infinito y esto es lo que hace menos evidente la última proposición.

«Está por demás advertir que la ley de similitud no forma parte de la geometría de Lobatschewsky en la que la suma de los tres ángulos de un triángulo depende del tamaño absoluto de éste.»

«Es extraño que Euclides no hubiera tomado la ley de similitud como el axioma o la verdad intuitiva ide su geometría. Tales de Mileto la había utilizado antes espontáneamente para medir la altura de una torre por la longitud de la sombra que arrojaba».

Publicó Liévano un tratado de Algebra (1871), obra de gran valor didáctico. «El Tratado de Algebra de Liévano, dice Garavito, resume en 277 páginas los principios más importantes del extenso ramo y constituye una obra didáctica y rigurosa a la vez, condiciones casi siempre opuestas».

En sus Investigaciones científicas y en el Apéndice de las investigaciones (1875), se leen principios filosóficos de grande actualidad, pues contradice las ideas sobre Ia relatividad del espacio y del tiempo, admitiendo su existencia independientemente del proceso que nos ha conducido hasta el conocimiento de dichas entidades».

«En una ocasión, cuenta Garavito, se nos acercó el doctor Liévano y con gran entusiasmo nos manifestó que había hallado una demostración irrefutable en favor del espacio absoluto. Se refería a cierta manera de presentar el argumento de Newton».

«Newton hizo notar que si la tierra hubiera estado cubierta de nubes, se podría no obstante descubrir su rotación, fijar el sentido de ésta y su duración en oscilaciones de un péndulo de longitud definida. La conclusión de Newton es correcta; todo el que tenga cierta ilustración matemática no puede ponerla en duda, y el argumento no ha tenido contestación, plausible; pero sus adversarios lo han esquivado arguyendo, que en ese caso (la tierra cubierta de nubes) la afirmación de que gira no tendría sentido».

«Ciertamente para los que no admiten la frase citada no tendría sentido: si no hay espacio absoluto, ¿se puede girar sin girar con relación a algo?»

«Pero para Newton y para sus partidarios el espacio absoluto existe y la afirmación tiene un sentido preciso».

«Ahora bien: el doctor Liévano hacía un supuesto que nada tiene de contradictorio, y era el siguiente: Si después de asegurar Newton y sus partidarios, por la observación de fenómenos puramente mecánicos, que la Tierra gira y de fijar la duración y sentido de esa rotación, se descubriese el velo que ocultaban las estrellas ¿no se tendría una verificación espléndida de tal previsión? ¿Sobre ideas erróneas se pueden hacer previsiones exactas en calidad y cantidad? Es claro que no. Luego el espacio absoluto existe».

Cabe agregar, finalmente, que Liévano fue nombrado por el General Mosquera Director del Observatorio Nacional, puesto en el cual practicó multitud de observaciones interesantes: Calculó efemérides astronómicas y varias ocultaciones de estrellas y planetas por la Luna. Determinó la altura de Bogotá sobre el nivel del mar por observaciones simultáneas con Cartagena, y practicó observaciones hipsométricas tendientes al estudio de la meteorología agrícola intertropical.

Julio Garavito (1865-1920)

La obra matemática de Garavito está dispersa en algunos folletos; en los Anales de Ingeniería, órgano de la Sociedad Colombiana de Ingenieros; en el Memorial de Estado Mayor del Ejército de Colombia y en varias otras revistas. Sería prolijo citar los varios problemas resueltos por él, de los cuales muchos aún no han sido publicados; pero su principal labor científica puede resumirse en las siguientes dificilísimas cuestiones que son todavía materia de controversia:

1. Las geometrías no euclídeas.
2. La contradicción entre las teorías bradleriana y fresneliana de la aberración astronómica, y entre los célebres experimentos de Michelson y Fizeau.

3. Las anomalías observadas en el movimiento de los electrones en los tubos de Crookes.

*

El resultado de sus estudios respecto de la Geometría está publicado en los Anales y en el folleto titulado «Nota sobre las Geometrías planas no euclídeas». Establece Garavito de modo general la identidad entre las geometrías planas no euclídeas, identificando la geometría de Riemann con la geometría esférica euclídea, y la geometría de Lobatschewsky con la geometría esférica imaginaria. Conclusiones éstas conocidas de los matemáticos, aun cuando las consideraciones que lo llevaron a establecerlas son, como vamos a verlo, verdaderamente originales, y tienen excepcional interés por ser la justificación de las llamadas geometrías no euclídeas uno de los conceptos básicos de las modernas teorías relativistas.

Basta abandonar el postulado de Euclides reemplazándolo por otro, para obtener una nueva geometría no euclídea tan coherente y exenta de contradicción como la de Euclides. Se sabe que tales geometrías, cuando sólo comprenden dos dimensiones, se reducen a la geometría de las geodésicas trazadas en una superficie determinada en el espacio euclídeo de tres dimensiones. Pero si cada geometría tiene recursos propios que le permiten desempeñarse aisladamente utilizando sólo sus axiomas o definiciones; y sí, por otra parte, el espacio tiene en sí una fisonomía particular anterior a cualquier construcción geométrica, cabe preguntar cuál de los tres sistemas principales, el euclídeo, el lobatchesquiano o el riemaniano, es el que se identifica con el espacio preexistente. Garavito, que comprendía muy bien que para la ciencia clásica los fenómenos se desarrollan en un espacio euclídeo de tres dimensiones, no podía aceptar dicha alternativa ya que las geometrías no euclídeas tenían una representación euclídea. En efecto, dice así Garavito: «Si la suma de los tres ángulos de un triángulo rectilíneo es menor que dos rectos, la Geometría de Lobatschewsky es verdadera; si es igual a dos rectos, la verdadera será la de Euclides; y finalmente, si fuera mayor, sería la de Riemann. Admitir, pues, la viabilidad de las geometrías de Lobatschewsky y de Riemann, no como geometrías esféricas sino como geometrías planas, es admitir que la suma de los tres ángulos de un triángulo rectilíneo puede tener cualquier valor menor, igual o mayor que dos rectos. Esto supuesto, es evidente que la geometría improbable sería la de Euclides, puesto que dos rectos forman un número definido mientras hay infinidad de números mayores y menores».

«¿Pero qué valor pueden tener las conclusiones de las ciencias cuyas medidas se apoyan en la improbable Geometría euclídea?»

«No podemos tener idea aproximada de la distancia a que se hallan los astros, ni tampoco su tamaño, puesto que es más probable que la suma de los tres ángulos de un triángulo no sea igual a dos rectos, y la diferencia varía, además, con el tamaño del triángulo».

«La luna no está, o al menos no podemos saber que esté a sesenta radios terrestres de distancia: en consecuencia, la identidad entre la gravedad y la gravitación es falsa o puede serlo. Ahora bien, si la gravedad y la gravitación no fuesen idénticas, la gravitación se volvería una hipótesis acomodaticia, como las de uso moderno. Pero, ¿qué digo? Dicha hipótesis estaría por demás, pues las leyes de Kepler serán falsas, porque la determinación de las órbitas se funda en la Geometría euclídea».

Defendido el carácter absoluto del espacio en su forma euclídea, era necesario explicar el génesis de la idea especial en la mente humana. ¿Por qué, entre las varias geometrías existentes elegimos la euclídea? ¿Por qué es posible afirmar que pueblos que hubiesen vivido aislados unos de otros habrían utilizado la misma construcción geométrica euclídea? El carácter de convenciones dado por Poincaré a las distintas intuiciones geométricas que definen cada espacio, en oposición al antiguo apriorismo, repugnó a Garavito como respuesta a las preguntas anteriores. Leamos sus propios conceptos:

«El espacio euclídeo es un caso particularísimo del espacio matemático. Tiene tres dimensiones y permite el movimiento de las figuras sin el cambio de forma. Pero el espacio euclídeo no es el único espacio de 4es dimensiones que permite el movimiento sin deformación. Hay otros espacios, y estos últimos han recibido el nombre de espacios no euclídeos. Así como tenemos una Geometría euclídea sin el auxilio del análisis, es también posible hacer otras geometrías no euclídeas razonadas y correspondientes a esas transformaciones del espacio euclídeo. Analíticamente podemos servirnos de un espacio no euclídeo en la interpretación de los hechos del orden geométrico, sin que haya en ello inconveniente, y es desde ese punto de vista que carece de sentido la pregunta de cuál de las geometrías (la de Euclides o la de Lobatschewsky), es la verdadera. Vale tanto esta pregunta como la de cuál de los idiomas, español o alemán, es el verdadero. Lo dicho sobre la Geometría es aplicable a la Mecánica y pone de manifiesto la inutilidad que habría en idear geometrías, cinemáticas y mecánicas nuevas con el objeto de subsanar errores manifiestos. Si un ingeniero ha errado en sus cálculos referidos a medidas correspondientes al sistema decimal francés, de nada le vale cambiar el sistema de medidas. Los errores en metros y gramos aparecerían en pies y en libras.»

«Existe otro aspecto de la cuestión, y éste consiste en que la Geometría euclídea es y seguirá siendo la más cómoda. Poincaré lo reconoce y aun trata de explicarlo, pero como la explicación lo hacía salir del terreno de la filosofía científica, no insiste demasiado en ello».

«Pero los límites impuestos a la filosofía científica no son los límites del pensamiento, y vale investigar por qué la Geometría euclídea y la Mecánica newtoniana son las más cómodas de las geometrías y de las mecánicas posibles».

«Los pueblos que se han desarrollado independientemente sin comunicación alguna, poseen lenguas diferentes y para cada individuo de ellos su propia lengua es la más cómoda. Tal interpretación aplicada a la Geometría no sería correcta. Ciertamente las lenguas de los diversos pueblos son distintas, pero todos los lenguajes tienen algo de común. Estamos seguros de que si la Geometría hubiera nacido y se hubiera desarrollado en los varios pueblos de la Tierra antes de toda comunicación entre ellos, todas las geometrías hubieran sido euclídeas y todas las mecánicas serían newtonianas».

«Desde el punto de vista del análisis matemático los postulados de la Geometría y de la Mecánica son convenciones, pero estas convenciones no son arbitrarias; corresponden a juicios intuitivos, los que, si bien no tienen la claridad de los juicios analíticos y sintéticos a priori, no por ello son menos dignos de confianza. Poseemos una intuición directa del espacio euclídeo, de la cual no es posible desembarazarnos. La causa de esta intuición proviene sin duda de que nosotros y todos nuestros ascendientes fiemos estado persistentemente bajo la influencia del medio externo, influencia bajo la cual se ha modelado y desarrollado el cerebro a través de los siglos. ¿Los que llamamos juicios a priori no tendrán también un origen semejante? Con todo, la claridad de los postulados de la Geometría euclídea es tal, que nos dispensa de toda verificación experimental. Desde este punto de vista nos es posible considerarlos como juicio a priori, reconociendo, no obstante, su origen experimental».

Pero los resultados más trascendentales corresponden al estudio de los dos últimos puntos anotados, que le ocuparon los postreros años de su vida. Sobre el problema de la aberración escribió Garavito los siguientes folletos: *Teoría de la aberración de la luz, el año de 1912; Nota sobre la óptica matemática, el año de 1913; Paradoja de la óptica matemática, en 1916, y Óptica astronómica. Teoría de la refracción y de la aberración anual, en 1920. Respecto del último punto publicó además en 1911 un opúsculo titulado Nota sobre la dinámica de los electrones. Sólo la enumeración de las conclusiones establecidas en las anteriores publicaciones dará clara idea de su importancia. De modo general pueden condensarse así: Establecimiento, dentro de la Mecánica Clásica, de la concordancia entre los experimentos de Michelsen y Fizeau, y explicación del fenómeno de la aberración de acuerdo con la teoría bradleriana. Explicación del resultado obtenido por Kaufmann respecto del movimiento de los electrones de acuerdo con la hipótesis de la invariabilidad de la masa.*

El segundo punto fue propuesto por David Gill, Director del Observatorio del Cabo. En una Memoria referente a la determinación de la Paralaje solar, de la masa de la luna, etc., dijo lo siguiente:

«Cuando se trata de deducir el valor de la paralaje solar de los valores observados de la constante de la aberración y de la velocidad de la luz, surge la siguiente cuestión: ¿se puede considerar como exacta la teoría generalmente aceptada de la aberración?»

«En la teoría de la emisión de la luz no habría duda; pero no creo que se pueda probar, en la teoría ondulatoria de la luz, que el seno del valor observado de la constante de la aberración sea verdaderamente idéntico a la relación entre la velocidad media de la tierra en su órbita y la velocidad de la luz, o que este seno no sea sino el término principal de una serie que exprese esta relación y cuyos otros términos nos son actualmente desconocidos».

«Si esto es así, el deber de los astrónomos está claramente trazado; consiste en determinar la constante de la aberración con toda la exactitud posible; pero mientras los físicos no hayan probado la exactitud incontestable de la teoría de la aberración, la constante observada no debe emplearse en la deducción de otras constantes astronómicas».

En las publicaciones mencionadas que se refieren al problema propuesto por el Profesor Gill, se establecen las siguientes conclusiones, enumeradas concisamente por el mismo Garavito.

«1.° Que la hipótesis del arrastre parcial del éter, esto es, de un deslizamiento del éter, introducida por Fresnel para explicar el fenómeno de la aberración en la teoría ondulatoria, proviene de un error en la interpretación de la solución de la ecuación diferencial de propagación; 2.° Que la verdadera solución de la ecuación diferencial de propagación, explica la aberración de acuerdo con las ideas de Bradley; 3.° Que el principio de la menor acción asigna el mismo índice de refracción a todos los rayos luminosos, cualquiera que sea la velocidad relativa de la luz y de la Tierra, siempre que se admita, de acuerdo con los experimentos de Michelsen y con otros muchos fenómenos, el arrastre total del éter por la atmósfera de la Tierra y por todos los medios transparentes; y 4.° Que la. experiencia de Fizeau, interpretada por la teoría mecánica de la refracción, demuestra el arrastre total del vehículo de la luz por el agua, poniéndose de manifiesto que el supuesto deslizamiento proviene del efecto debido al fenómeno de la aberración, con lo cual se ponen de acuerdo los experimentos de Fizeau y Michelson».

El tercero y último problema atrás indicado, referente al movimiento de los electrones en los tubos de Crookes, nació de una interpretación que no se compadecía con los principios fundamentales de la Mecánica Clásica. En efecto, en un libro titulado La Théorie moderne des phénoménes physiques, decía Augusto Righi, profesor de la Universidad de Bolonia:

«Como todo hace creer que la carga eléctrica es siempre una misma para todos los electrones, es necesario suponer que su masa no es constante y que crece rápidamente con la velocidad, cuando esta velocidad se aproxima a la de la luz».

«Esta conclusión, dice Garavito, ha tenido gran favor entre las gentes que gozan con toda innovación; pero no ha sido bien acogida por los amantes de la Mecánica, y esto sin que se les pueda tachar de espíritus rutinarios ni retrógrados. El profesor H. Poincaré ha hecho ver, en efecto, que aunque la mecánica ha nacido de la experiencia, no puede, sin embargo, ser contradicha por ésta».

«Dos problemas se presentan en los movimientos, a saber: 1. Dado el movimiento, hallar las fuerzas capaces de producirlo; 2. Dadas las fuerzas, hallar el movimiento». «El primer problema condujo a Newton a descubrir la ley de la gravitación como consecuencia de las leyes de Kepler. La fuerza se dedujo del movimiento mismo, es decir, tal como actúa sobre los planetas en movimiento. Después se verificó la identidad entre dicha fuerza y la gravedad; de esta manera se comprobó que la velocidad de que están animados los planetas no tiene influencia sensible sobre el valor de dicha fuerza. Conocida la fuerza, la Mecánica Celeste se ha ocupado del problema referente al movimiento de varios cuerpos que se atraen los unos a los otros, y es así como se ha establecido la teoría de los movimientos planetarios. Pero no es eso todo; la Mecánica Celeste persigue algo más, y es precisamente el grado de exactitud que puede conferírsele a la ley de la gravitación, esto es, si ella basta por sí sola a explicar todas las perturbaciones, o si es necesario introducirle algún pequeño término correctivo.

Hasta ahora ella ha bastado, dado el grado actual de precisión en las observaciones astronómicas; pero es natural que dicha ley no sea perfecta; es natural que la velocidad de los planetas tenga alguna influencia, y que, además, haya algunas otras fuerzas en acción, como la fuerza repulsiva de la luz, etc., cuyos efectos se hayan escapado aún por ser muy pequeños en relación con los de la gravitación».

«Al tratar del movimiento de los electrones nos parece más fecundo el primer problema, como que se trata de una investigación en un asunto nuevo, en donde casi todo es desconocido. No sería muy difícil hallar la forma exacta de la trayectoria en cada caso, y aunque ésta no sería suficiente para determinar la ley de la fuerza, daría, sin embargo, mucha luz a ese respecto. Pero el método que se empleó corresponde al segundo problema. Se ha supuesto conocida la fuerza en cada caso y se ha determinado el movimiento. Si éste concuerda con los hechos, la ley de la fuerza es correcta. ¿Qué se debe concluir si el movimiento previsto no coincide con el movimiento real?»

«El conflicto ha provenido, a mi modo de ver, de la elección que se ha hecho entre los dos problemas a que da lugar el estudio de los movimientos. Si en vez de haber elegido el segundo problema, se hubiese escogido el primero, no hubiera habido ningún desacuerdo entre físicos y matemáticos».

«De los experimentos de Kaufmann resulta nula la desviación (según la dirección del campo) para grandes velocidades, y como esta desviación proviene de la aceleración (según la misma dirección del campo), resulta que la aceleración disminuye rápidamente cuando la velocidad del electrón se aproxima a la de la luz. Ahora bien, como en este caso se busca la fuerza, y ésta se mide por el producto de la masa por la aceleración, resulta que la fuerza disminuye rápidamente cuando la velocidad toma valores considerables. Conclusión muy fácil de admitir por todos, pues, por ejemplo, la presión que ejerce el viento contra una superficie se anula cuando se da a ésta una velocidad igual y paralela a la del viento».

Explica en seguida su aserto fundándose en la discontinuidad de la materia y suponiendo que las acciones eléctricas y magnéticas son debidas a percusiones sucesivas provenientes del campo eléctrico y magnético, cuya intensidad y frecuencia determinan el valor de la fuerza. Deduce inmediatamente que mientras que la velocidad sea pequeña todo sucede como si la fuerza obrase de modo continuo; pero para velocidades muy grandes, de N electrones que atraviesen el campo eléctrico o magnético, uno solo recibe choque y será desviado, en tanto que el resto no sufrirá desviación ninguna. Este número muy grande de electrones no desviados es el que determina el pequeño espacio iluminado en el ánodo como si no hubiese habido campo transversal perturbador.

*

Aparte de los estudios indicados, que fueron como el eje de su actividad científica, trató Garavito multitud de problemas relacionados ora con la Matemática pura, ora con la Astronomía, ora con la Física matemática. Muchos de ellos, como lo dijimos al comenzar, han sido publicados, otros reposan inéditos en los archivos de su familia. Para citar solamente los más importantes, en relación con la Matemática pura, recordemos sus estudios sobre la solución de la ecuación general de grado m; susi trabajos sobre las funciones trascendentes, y su memoria Teoría racional de la. curvatura de las líneas planas y de reverso, sus conexiones posibles con la teoría de las covariantes e invariantes, tema propuesto en el tercer Congreso Científico Latino Americano reunido en Río Janeiro en 1905.

Respecto de la Astronomía, mencionaremos en primer término su método para la determinación de la latitud, llamado por él método de Talcott y tiempo, y conocido entre los ingenieros colombianos con el nombre de método de Talcott y Garavito; sus estudios sobre la determinación de la órbita de los cometas; la observación del eclipse total de sol ocurrido en 1916; el estudio sobre la desviación de la plomada por la atracción de la cordillera, y la determinación de varias constantes físicas. Poco tiempo antes de su muerte se ocupó en iniciar los cálculos numéricos referentes a las tablas de la Luna, cuyas ecuaciones había establecido de acuerdo con las investigaciones más recientes sobre el problema de los tres cuerpos.

En el capítulo de la Física ¡matemática Garavito contribuyó también con una monografía sobre la teoría de los remolinos; y con investigaciones originalísimas sobre balística y sobre la teoría de las probabilidades. Trabajó en la determinación de la intensidad del campo magnético terrestre y de la declinación de la aguja, así como también en la determinación de la altitud de Bogotá, calculando tablas, para la aplicación expedita de la fórmula de Laplace en nuestras latitudes.

En 1891 publicó su tesis para optar al grado de Profesor en Matemáticas, la que se refiere también a la física matemática. En este trabajo determinó la forma que debe tener la sección meridiana de un manómetro de aire comprimido para que su graduación sea uniforme. | Recordemos, en fin, el estudio sobre el péndulo del doctor Rafael Nieto París, en el cual, después de establecer la ecuación del movimiento, analiza sagazmente las distintas resistencias y deduce finalmente la condición para que la amplitud normal del péndulo sea constante, condición que se satisface plenamente tratándose del péndulo nombrado.

En lo que respecta a la meteorología, ciencia que quizás aún se resiste a ser catalogada en la Física matemática, Garavito estudió el clima de Bogotá, basándose en observaciones practicadas bajo su dirección en el Observatorio. Los métodos de investigación empleados por él y las conclusiones ganadas a la ciencia meteorológica, deberían ser la guía de todo trabajo posterior que aspire a ser verdaderamente científico.

*

Al referirnos especialmente a la filosofía científica de Garavito, no vacilamos en afirmar que fue una consecuencia de sus trabajos analíticos, conducidos siempre en acuerdo estrecho con la experiencia. Enemigo de las generalizaciones injustificadas, comprendió más que otro alguno que la verdad científico-filosófica sólo se mueve dentro del reducido círculo de los conocimientos adquiridos por la ciencia positiva; así que lo que siempre demostró con el auxilio del algoritmo matemático, fue también lo que sostuvo perennemente cuando escribió sobre la ciencia y la naturaleza de la verdad científica.

Sin que el riesgo tan vecino de su muerte turbase su aplicación, Garavito no cedió un punto del ardor con que se daba al estudio y al trabajo consiguientes al desempeño de las cátedras de Análisis, Mecánica Racional y Astronomía en la Universidad Nacional, donde sus discípulos escucharon de sus labios sentencias altamente educadoras del criterio profesional del ingeniero. Conociendo profundamente los métodos clásicos, jamás comprendió los argumentos que defendían la revisión de los viejos principios, legado de Newton y Galileo, so pretexto de su inadaptabilidad a los fenómenos físicos recientes. Sostuvo, pues, con ahínco la construcción mecánica clásica, porque había visitado sus cimientos, y por tanto, nadie como él—nos atrevemos a pensar hoy que ya se ha extinguido su pensamiento—hubiera podido colaborar más eficazmente en la obra de sabia demolición y de reconstrucción sintética que parece es el resultado perdurable de la revolución científica actual.

Julio Carrizosa

Mutis, creador de una cultura[196]

El 6 de abril de 1732 nació en Cádiz José Celestino Mutis. Dieciocho años más tarde en esa misma fecha, salía de Madrid hacia Cádiz, para embarcarse con rumbo a las Indias Occidentales, ansiosamente atraído por el deseo de estudiar las riquezas naturales de las tierras americanas. La biografía de Mutis consta de obras como las de González Flórez, Diego Mendoza[197], Federico Gredilla[198] y otros; pero los aspectos más interesantes de su vida austera dedicada al cultivo de la virtud y de la ciencia, nos entusiasmaron cuando niños desde las páginas de la Historia Patria, donde se relata esa magna empresa de la expedición botánica, que fue uno de los esfuerzos más grandes para establecer una cultura cimentada sobre las adquisiciones científicas de aquella época.

Y al decir cultura quiero que el vocablo dé de sí todo su significado, para comprender en él ese sistema de ideas que preside en cada época el desenvolvimiento de la vida humana, y que suele nutrirse de la ciencia, aunque en los tiempos de Mutis y en Santa Fe, cultura no era la colección o extracto de hechos científicos de su tiempo, sino un conglomerado de prejuicios alimentados por experiencias vulgares, interpretadas en el estilo antropomórfico, metafísico o teológico, de ese siglo.

En varias partes del diario que nos dejó Mutis hay alusiones al ambiente que le rodeaba en la capital del Virreinato. Por ejemplo, cuando relata las creencias fantásticas extendidas entre las personas más cultivadas, no puede menos de consignar una opinión que revela su criterio científico: “De estas noticias, dice, abundan los genios americanos, naturalmente inclinados a creer y referir estos prodigios; pero raro es el que juzga con una mediana crítica.” Estas palabras bastan para definir el nivel cultural de la época, y muestran el punto de partida que

[196] Fue publicado en la revista de la Universidad Nacional de Colombia, Vol. XVII, No. 17. Bogotá, 1953. pp 203-206.

[197] Mendoza, D., Mutis, J. C., Caldas, F. J., & Expedición Botánica del Nuevo Reino de Granada. (1909). *Expedición botánica de José Celestino Mutis al Nuevo Reino de Granada y memorias inéditas de Francisco José de Caldas*. Madrid, Libreria General de V. Suárez.

[198] Rector del Jardín Botánico de Madrid. Gredilla, A. F., & Mutis, J. C. (1911). *Biografía de José Celestino Mutis: Con la Relación de su viaje, y estudios practicados en el Nuevo Reino de Granada*. Madrid: Fortanet.

tuvo que tomar el sabio, en su labor de maestro de las generaciones que hicieron la Independencia. He aquí la labor más ardua, la que le produjo más sinsabores, y la que obliga al reconocimiento eterno de estos pueblos. Porque Mutis no fue un especialista como los de nuestro tiempo: profundamente versados en la ciencia de su especialidad y profundamente ignorantes en todas las demás cosas, Mutis, al contrario, poseía un conocimiento enciclopédico que alcanzaba a la teología, las matemáticas, la astronomía, y todas las demás ciencias, como la química y la física, que son de jurisdicción de la botánica. Esta condición fue lo que hizo de Mutis el creador de una cultura.

Difícil sería condensar en breves apuntamientos recordatorios este aspecto tan interesante de la personalidad del sabio gaditano, sin embargo, no puede menos de hacerse siquiera un resumen de su influencia educativa en una sola de sus actividades magisteriales, al parecer la menos importante, que fue la de Profesor de Astronomía.

Digo al parecer la menos importante, porque Mutis no fue un astrónomo, como no fue solamente un médico o un matemático. Sin embargo, el edificio del Observatorio, hecho construir por él, en el mismo lugar de sus trabajos botánicos, es la prueba de que su afición científica no estaba limitada por una sola actividad, sino que al lado del ejercicio de la medicina y de su implacable manía botánica, estaba la preocupación de una teoría sobre el universo, y el deseo de penetrar aún más hondo en las ideas de su tiempo por la observación del cielo desde este lugar privilegiado, establecido, como dijo Caldas, en el centro de la zona tórrida, sobre los Andes Ecuatoriales, a un prodigiosa elevación sobre el Océano, desde el cual se ven brillar las estrellas sobre un cielo azul purísimo con una claridad de que no tienen idea los astrónomos europeos.

La época de Mutis era extraordinariamente interesante para la ciencia desde todo punto de vista. Especialmente la astronomía, en aquel tiempo, acababa de recibir de Newton el golpe de genio que logró agrupar en una teoría coherente diversas observaciones acumuladas siglos antes. Con Newton puede decirse que terminaron las viejas disputas entre el sistema geocéntrico de Ptolomeo, y el heliocéntrico de Copérnico. No obstante, en este rincón de Santa Fe, Mutis se encontró con que aun prevalecía la creencia en el sistema de Ptolomeo. Naturalmente, las enseñanzas de Mutis, opuestas a este error, fueron acusadas ante la Inquisición por los Padres Dominicos que regentaban la Universidad Tomista, como contrarias a la fe católica. Cualquier otro hombre distinto de Mutis se hubiera visto obligado, cual otro Galileo, a renegar de sus convicciones científicas y a abandonar sus cátedras de matemáticas y de física; pero aquellos enemigos de Mutis y de la ciencia se encontraron no sólo con un naturalista, sino con un filósofo y teólogo que los combatió con sus propias armas, o sea, empleando en su polémica el estilo teológico-científico de la época.

Los detalles de esta controversia, y especialmente la defensa que hace Mutis más tarde del sistema copernicano contra los Reverendos Padres Agustinos, ptlomeistas cerrados, revela la profundidad de conocimientos que tenía el sabio de la filosofía cristiana, y, sobre todo, el espíritu científico y el sentido común que llevó a todas sus investigaciones. En algún lugar de esta última controversia, dice Mutis: “Dejaríamos de dar el mayor peso de autoridad y razón si priváramos nuestro informe de los solidísimos razonamientos con que el Newton español de inmortal memoria entre los sabios de todas las naciones y siglos, el excelentísimo don Jorge Juan[199], se ha explicado en el citado papel. Querer establecer fija la tierra es lo mismo que querer derribar todos los principios de la mecánica, de la física y aún toda la astronomía sin dejar auxilio ni fuerza en lo humano para poder satisfacer.”

“Estas reflexiones se han hecho en casi toda la Europa. No hay reino que no sea newtoniano y por consiguiente copernicano, más no por eso pretenden ofender (ni aún por imaginación) a las sagradas letras que tanto debemos venerar.”

Estas últimas palabras no serían extrañas en boca de un científico de nuestro tiempo y son un testimonio más sobre el atraso que Mutis combatió en las colonias respecto a matemáticas y física.

Luchando de esta manera, Mutis logró, pues, transformar la enseñanza de las ciencias en Santa Fe, hasta el extremo de implantar el método positivo científico, donde antes imperaba un estilo teológico metafísico, tiranizado por la filosofía de Aristóteles que todo lo daba a la especulación sin conceder nada a la experiencia. La trascendencia de esta obra de Mutis que no solo abarcó la astronomía, sino la medicina, la botánica, la química y la zoología, escapa a nuestra capacidad de admirar, capacidad de hombres del siglo XX, en que la investigación no tiene más freno que la natural limitación de la razón humana. Pero en aquella época debe pensarse en que las ideas de Mutis contrariaban no solamente un prejuicio religioso, sino también un conjunto de creencias seudo científicas arraigadas desde muy antiguo en las personas ilustradas. Mutis varió esas creencias y cimentó la cultura de las generaciones que le siguieron sobre datos obtenidos a partir de observaciones y experiencias científicas; es decir, organizó una cultura en el estilo de nuestra época.

En 1817 Morillo remitió a España con Enrile[200] ciento cuatro cajones que contenían seis mil y más láminas de diversas plantas, un enorme herbario, minerales, semillas, muestras de madera, cuadros de animales y libros. Se ha discutido mucho sobre si en estos cajones fueron también las descripciones correspondientes a las láminas nombradas, descripciones que son la clave de la

[199]Jorge Juan Santacilia (1713 - 1773). Considerado uno de los más importantes científicos españoles del siglo XVIII.

[200]Pascual Enrile y Acero (1772 - 1838) militar español.

obra del sabio. A este respecto, un conocido naturalista español don Francisco de las Barras de Aragón (1869 - 1955)[201], en un concienzudo estudio de los documentos de la época, concluye con estas palabras: "Creemos que con lo que antecede, basta para que no se piense en encontrar en España los manuscritos descriptivos de la flora de Bogotá."

La obra botánica de Mutis está por consiguiente truncada. Las descripciones de sus láminas, si es que fueron escritas, quedaron con nosotros. Los ciento y cuatro cajones no las llevaron consigo, ni tampoco se llevaron la legión de sus discípulos encabezados por Caldas, Francisco Antonio Zea, José Manuel Restrepo, Jorge Tadeo Lozano y tantos otros. La obra de Mutis quedó pues, en América. Por eso hoy la madre España envía sus delegados hasta este apartado lugar, en el Observatorio de Bogotá, a dejar con nosotros unas flores al pie del bronce del sabio en el mismo lugar donde floreció uno de los esfuerzos culturales más grandes que haya realizado España en beneficio de los pueblos de América.

[201]Barras, . A. F. (1931). *La flora de Bogotá*. Madrid: s.n. Boletín de la Universidad de Madrid. Vol. 3, No. 12-13, pp. 229-246

Centenario de un sabio nuestro
Don Julio Garavito Armero
El Matemático[202]

EL MEDIO EN QUE ACTÚO

Para comprender la obra del matemático colombiano es necesario dar un vistazo a la época en que vivió y al medio en el cual le tocó desarrollar su actividad intelectual. Su vida fué corta: apenas 55 años, desde finales del diez y nueve hasta el primer quinto del presente siglo; es decir, la época más interesante de la actividad matemática en el mundo moderno. Ya en 1801, Gauss había publicado su obra; "Disquisitiones Arithmeticae", en donde introduce por primera vez el concepto de congruencia, que marca una nueva manera de abordar la idea de número. Asimismo, en 1821, dos años después de la batalla que consolidó nuestra independencia, Cauchy inició su primer método satisfactorio para el cálculo diferencial e integral. Y, luego, mientras la pasábamos enfrascados en afianzar penosamente nuestras instituciones y la paz que nos ha sido tan precaria, se cumplía en el mundo una transformación tan prodigiosa de las matemáticas que si Cantor necesitó cuatro volúmenes de 3.600 páginas para historiar las matemáticas desde sus albores hasta el fin del siglo diez y ocho, habría necesitado, según Bell, de 19 a 20 volúmenes del mismo tamaño para la historia de su desarrollo sólo en el siglo XIX.

Hay que reconocer que nosotros nos mantuvimos de espaldas a todo este progreso por diversas causas. La principal, sin duda, fue la periodicidad de nuestras disensiones políticas que obligaban a cerrar y abrir cíclicamente nuestros institutos de enseñanza superior. Así se cortó el impulso científico iniciado por Mutis, y continuado por Félix de Restrepo, Bergerón, Codazzi, Caldas, Liévano, Lino de Pombo y otros. Tocó a Garavito recoger la tradición matemática en el punto en que la dejaron todos ellos, y continuar la enseñanza sobreponiéndose a la hostilidad e incomprensión del medio, pero sin poder recibir de fuera la savia del árbol que crecía en Europa con vigor extraordinario. Sin embargo, entre todos los maestros que abnegadamente se esforzaban por mantener una

[202]Fue publicado por el Ministerio de Obras Públicas. Bogotá, 1965, pp. 17-25.

tradición matemática entre nosotros, el que brilló por sobre sus antecesores, y aún sobresale hoy día, acentuándose con el tiempo la excepción que fue y sigue siendo, fue Julio Garavito. Nos atrevemos a decir que la herencia de Garavito no ha sido recogida hasta ahora por nadie: nadie la ha aprovechado, ni mucho menos continuado. Garavito filé, pues, una eminente excepción en su tiempo entre nosotros, y sigue siéndolo.

EL TEMPERAMENTO

Existen en matemáticas dos temperamentos que suelen manifestarse a veces con características inconfundibles en quienes cultivan esta ciencia. El temperamento geométrico y el analítico. Cada uno de estos acusa una mentalidad especial, inconfundible. Monge, Poncelet, Chas les, fueron geómetras; en cambio, Cauchy, Lagrange, Leibnitz, fueron analistas. Es cierto que en el fondo de todo, en matemáticas y desde el punto de vista lógico, solo se encuentra al decir de Kronecker, el número entero; pero las formas del pensamiento científico matemático varían hasta el infinito, aunque sin perjuicio de poder ser agrupadas en las dos tendencias señaladas, y sin que ello signifique que el geómetra, por ejemplo, deje de contribuir al progreso del análisis o viceversa. Ahora bien, Garavito fue antes que otra cosa, un analista. Recuerdo haberle oído decir alguna vez que para él la ecuación de la circunferencia le significaba mucho más que la figura de esta curva. Por otra parte, en sus trabajos siempre manejó con maestría el análisis, y su obra, que es una obra crítica en el mismo campo de la geometría, tiene el carácter analítico.

EL MÉTODO

Garavito, como profesor de Cálculo Infinitesimal, Mecánica Racional y Astronomía, demostró en cada una de estas cátedras su excepcional genio y capacidad de invención. Sus alumnos recogieron las conferencias, y por estas autografías se puede hoy apreciar la originalidad de sus enseñanzas y desarrollos matemáticos. En Cálculo Infinitesimal, Garavito desarrolló las enseñanzas de los analistas franceses como Humbert, Appell, Cauchy, Jordán, y en especial las del suizo Sturm, cuyo curso de análisis fue texto corriente de consulta. Son varios los ejercicios y problemas propuestos por Sturm y resueltos por Garavito entre sus manuscritos. Una enumeración de lo mucho que escribió resultaría árida, y jamás daría una idea justa de lo que fue la agilidad del pensamiento matemático de Garavito, ni menos de la elegancia con que sabía conducir su raciocinio, pues Garavito poseía aquel raro don que por instinto sabe encontrar la solución fácil que pronto cautiva la inteligencia al producir una sensación de verdadera belleza y claridad en quien la trata de comprender. Porque no hay duda de que hay belleza en las matemáticas. El matemático es, según lo advierte Hardy, un creador de arquetipos capaz de conmover y apasionar, como lo puede ser el pintor o el poeta. La diferencia está en que sus creaciones son más permanentes y durables que las de aquellos porque son elaboradas con ideas, en lugar de formas y colores, o simplemente palabras armoniosas. Hay demostraciones matemáticas que pueden calificarse como bellas, y otras pesadas y decididamente feas. En la obra matemática del sabio colombiano hay indudablemente una armonía que no se puede relievar enumerando escuetamente los títulos de sus escritos. Garavito, quizás sin proponérselo, le dio un rumbo a su vida en concordancia con el instinto que lo guiaba en sus demostraciones. Fue, pues, la suya una vida austera, dirigida hacia una meta definida: la búsqueda de la verdad sin vacilaciones ni esguinces. Por eso no aceptó sin pasar por el tamiz de su análisis la verosimilitud de las geometrías no euclídeas, ni los nuevos postulados de la física relativista, y todo su esfuerzo se dirigió hacia la crítica de estas nuevas construcciones de la ciencia.

EL ANALISTA

Para realizar esta labor de crítica, Garavito elaboró varios estudios matemáticos subsidiarios que le ayudarían en su propósito de clarificar ideas y conceptos, como la teoría de las funciones trascendentes enteras y series especiales, la teoría de la trigonometría plana no euclídea a partir de su fórmula fundamental que fue establecida con gran precisión y elegancia. Acuciado, sin embargo, por su labor docente en los cursos de Análisis y Mecánica Racional, resolvió una serie de ejercicios y problemas propuestos por varios analistas extranjeros. Sobre la teoría de las ecuaciones de grado superior hizo un estudio original en el que acomete la solución de tales ecuaciones utilizando las propiedades de las raíces, relacionándolas con ciertas líneas de los polígonos estrellados. Así mismo, al desarrollar una teoría de los errores de observación, trató extensamente del cálculo de las probabilidades, y con este motivo presentó una sencilla demostración del conocido problema llamado de la aguja. Garavito dejó entre sus papeles varios estudios sobre matemática superior, como el que se refiere a las Funciones Elípticas, estudio verdaderamente original por su intención didáctica. Así mismo, un estudio sobre la teoría de los Grupos , y una monografía sobre las Covariantes algebraicas de las formas binarias, base del trabaja que presentó al— 3o. Congreso Latinoamericano celebrado en Río de Janeiro en 1905. Desarrolló entonces el punto 4o. del cuestionario sobre matemáticas que dice: “Teoría racional de la curvatura de las líneas planas y de reverso. Sus conexiones posibles con la teoría de las covariables e invariables”. Sobre el mismo punto 4o. Garavito tuvo la oportunidad de criticar otro trabajo presentado al mismo Congreso. En opúsculo titulado “Juicio crítico sobre una memoria científica”, censura otra memoria presentada que a pesar de haber merecido el elogio del jurado, adolecía según Garavito, de graves errores los cuales corrige para presentar otra completa solución del tema propuesto.

EL GEÓMETRA

Decía que Garavito había sido antes que otra cosa un analista. Sin embargo, no pretendo significar con esto que el sabio colombiano hubiese perdido el contacto con la realidad geométrica, o que careciera de la visión concreta y directa de las formas geométricas, ya que en su opúsculo sobre las geometrías no euclídeas antepone de manera extraordinariamente clara su intuición geométrica a las lucubraciones lógicas que conducen al estudio de otros espacios métricos. Además, en dicho opúsculo, al identificar la geometría de Riemann con la geometría, esférica euclídea, y la geometría de Lobatschewsky con la geometría esférica imaginaria, los raciocinios y consideraciones que le permiten establecer esta similitud son verdaderamente originales y revelan no solo su gran habilidad de calculista, sino también su penetración y perspicacia geométrica. No pretendió Garavito, como lo afirman sus críticos, demostrar el postulado de Euclides, ni haber tenido la prioridad en la identificación de las geometrías no euclídeas con el espacio euclídeo. Esto solo ha sido afirmado, por quienes no han comprendido la verdadera intención de su obra, que fue establecer la perfecta coincidencia entre las geometrías no euclídeas y sus interpretaciones en el espacio euclídeo para justificar el hecho de que - dice él - "analíticamente podemos servirnos de un espacio no euclídeo en la interpretación de los hechos de orden geométrico, sin que haya en ello inconveniente, y es desde ese punto de vista que carece de sentido cuál de las geometrías es la verdadera. Vale tanto esta pregunta como la de cuál de los idiomas, español o alemán, es el verdadero". Y más adelante agrega: "Existe otro aspecto de la cuestión y éste consiste en que la geometría euclídea es y seguirá siendo la más cómoda". Esta apreciación coincide con la siguiente afirmación de Einstein, quien en su opúsculo, "La Geometría y la experiencia", dice lo siguiente, años más tarde; "De todas las otras geometrías axiomáticas concebibles, la geometría euclidiana se distingue por la simplicidad. Y como la geometría axiomática sola no contiene ninguna afirmación sobre la realidad accesible a la experiencia, sino solamente la geometría axiomática unida a las proposiciones físicas, debe ser posible y razonable -cualquiera que sea la naturaleza de la realidad- conservar la geometría euclidiana". Tal es la tesis de Garavito corroborada por el mismo Einstein, años más tarde, dándole la razón al sabio colombiano.

EL PROFESOR

Es poco menos que imposible dar a conocer en el corto espacio de tiempo señalado una labor tan dilatada como la del sabio colombiano, en las matemáticas puras. Aún dejando de lado sus publicaciones sobre Astronomía. Física. matemática, economía y filosofía científica, queda por dar a conocer la actividad que caracterizó más conspicuamente su mentalidad. Biógrafos como Lleras Codazzi, Álvarez Lleras, Víctor Caro, han insistido en este aspecto de su personalidad como el más interesante, al destacar al maestro, al profesor universitario, enfrente al discípulo, cuya habilidad y espíritu de investigación habrá de desarrollar. Ha dicho Ramón y Cajal, que la investigación se adquiere por contagio y solo por contagio, para lo cual es preciso el vector, o sea la persona que padezca el mal. Y nadie mejor que Garavito para transmitir esta maravillosa enfermedad.

Es pues, difícil partir su actividad en los capítulos tradicionales de la ciencia, ya que al reunir todos ellos no se conseguiría reconstruir su personalidad múltiple y atractiva, de la cual solo tendríamos una visión fraccionada e imperfecta. Solo la publicación de su obra llegará a ser el homenaje supremo que dé aproximada imagen de lo que fue su genio. Ojalá que no transcurra mucho tiempo antes de realizar este mandato de la Ley que fue la verdadera aspiración del sabio, quien solo quiso perpetuar su recuerdo mediante la difusión de sus ideas científicas al través de sus escritos y de sus discípulos a quienes deja además «el ejemplo de su vida, cuyo final podría muy bien cerrarse con las palabras tópicas conque finaliza una hermosa demostración: “Que era lo que se quería demostrar”.

Nuestro Observatorio Astronómico[203]

Después de bajar por la calle del Fiscal (hoy calle 8), se cruza la calle de la carrera y se sigue bajando por la calle 9 (antigua del Chocho), a la mano derecha gran parte de la cuadra estaba ocupada por la casa de la Expedición Botánica, o casa de la Botánica, como se llamaba, en cuya huerta o jardín se levantó el actual Observatorio Astronómico. Hoy nada de esto existe salvo el Observatorio y su jardín anexo. Un inmenso vacío se extiende en cuadrilátero desde la calle del Chocho hasta la de la Fundición (hoy calle 9). La manía modeladora o demoledora de nuestros alarifes de ayer y de hoy, se han ensañado contra este cuadrilátero que bien pudiera llamarse base o sustentáculo de toda nuestra cultura, porque allí fue donde tuvo su sede la Botánica. Sólo la torre de la histórica construcción se alza allí solitaria como una protesta. O, quizá como uno de esos cipos funerarios que atestiguan en los cementerios lo que se quiso ser y no se llegó a hacer. De todos modos, ese prisma octogonal que erigiera Mutis es para nosotros un interrogante que nos conturba. Es un monumento que nos integra implacablemente sobre muchas cosas que no podemos contestar sin tristeza y algún rubor en el alma. Porque después de la Expedición Botánica, ningún otro esfuerzo se ha hecho en bien de la cultura en Colombia. Quiero decir, ningún otro esfuerzo tan cabal, tan certeramente dirigido hacia un estudio exhaustivo de nuestras riquezas naturales. Todo lo que ha de conjugarse para un estudio del medio, se tuvo presente por sus organizadores: La Botánica; la Zoología; la Química; las Ciencias Matemáticas, y hasta la Astronomía, cuyo medio de investigación, el Observatorio, es hoy lo único que sigue interrogando al cielo en y esto allí donde todo en rededor son ruinas.

Esta severa construcción compuesta, como lo dice Caldas, “de pilastrones toscanos pareados en los ángulos” presentaba hasta hace poco un aspecto grotesco, pues una deplorable pintura al óleo que trataba de imitar la piedra, cubría con detestable escayola la bella sillería del muro primitivo. Nosotros nos preguntamos entonces sino sería esta escayola un símbolo de la época presente en que vivimos, ya que después de aquel magno esfuerzo de la Expedición Botánica todo

[203]1960, Sin mayores datos sobre este escrito, salvo que es mencionado por don Ernesto Carrizosa en una lista de documentos entregados a la Academia en un casete que a la fecha no hemos podido encontrar.

lo que se ha hecho es pura escayola. Tímidos intentos vanidosamente cacareados que en nada paran y a nada han conducido.

Pero el hecho feliz que hay que registrar hoy es que nuestro Observatorio se está restaurando. A la detestable escayola se substituyó un enjalbegue de cal, que le da mejor apariencia, o, por lo menos, corresponde históricamente al aspecto que tuvieron aquellos muros venerables al cabo de su construcción en 1803, cuando todo edificio en Santa Fe recibía el inevitables bautismo de la cal. En buena hora, pues esta restauración muy bien lograda en cuanto al aspecto exterior del monumento. Empero sobre su arreglo interior queremos hacer algunos reparos mas de fondo que de formar, ya que a esto último es lo que se ha atendido principalmente en esta restauración.

Parece que, en principio, se tiene el proyecto de retrotraer el Observatorio a su primitiva forma y destinación; es decir hacer un gigantesco gnomon, o reloj de sol según la descripción muy detallada que nos dejó Caldas en 1809. De acuerdo con este plan se ha procedido a demoler todo lo que posteriormente signifique una adición a la primitiva estructura, no importa cual haya sido su objeto, o las funciones científicas que cumplía. Así, fue demolida la sala de observaciones meridianas construidas sobre la antigua azotea, la que correspondía en cierto modo a la tradición de ésta misma clase de observaciones realizadas en la sala mas alta sobre la escalera, donde según Caldas existía una ranura de norte a sur con este objeto. Probablemente esta sala era convertida de nuevo en azotea al aire libre, y se restablecerá en su centro "el agujero de la segundo bóveda para dar paso al rayo de luz que va a pintar la imagen del sol sobre el pavimento del salón..." De igual modo se está desbaratando un balcón construido por el astrónomo Jorge Álvarez Lleras, para dar cabida a la gran biblioteca que éste distinguido científico comenzó a formar utilizando los canjes de la Revista de la Academia de Ciencias Físicas y Matemáticas. Creo que si se sigue con lógica por este camino, también habrá que desalojar de aquí estos libros posteriores a 1803, y dejar solamente en pobres estantes de tablones mal pulidos, los cuatro tomos del Wolfius, los cuatro de la Filosofía Natural de Newton, y las observaciones Astronómicas de don Jorge Juan, amén de alguna docena escasa de obras referentes a la Física y la astronomía como las de don Benito Bails, etc. Y pare de contar porque los demás libros tienen pie de imprenta posterior al año de la restauración.

Sin desconocer las capacidades de mi distinguido amigo el arquitecto González Varona, para reducir cualquier cosa a la época de la Colonia, como lo hizo tan acertadamente en la Casa del Florero, aquí me atrevo a pensar que no en balde han transcurrido 157 años desde la construcción del Observatorio, y que en todo ese lapso de tiempo, algo –no digamos mucho– se ha hecho. Así que no creemos del caso aplicarle al Observatorio el criterio de la Casa del Florero. ¿Qué tal que el Observatorio de París fuera reducido de pronto a la época de

Cassini su primer director? En centuria y media nuestro Observatorio ha sido la sede de importantes observaciones físicas y astronómicas. En primer término se pueden recordar las observaciones sobre latitud, iniciadas por Caldas, quien trazó por primera vez la meridiana que se conserva en el piso del salón principal. En segundo término, las observaciones de altitud por medio del barómetro, y del hipsómetro inventado por Caldas, quien determinó esta altitud con la máxima precisión que permitían los instrumentos de la época. Vienen en tercer término las observaciones astronómicas de Garavito, y sus experiencias sobre el clima de Bogotá, la determinación de la órbita del cometa Halley, y sus nuevos cálculos de latitud y altitud que contribuyeron a dejar definitivamente localizado el Observatorio por sus tres coordenadas espaciales. Basten estos pocos ejemplos para demostrar que no podemos cercenar centuria y media de historia científica, para dejar el Observatorio astronómico mondo y lirondo, en la situación en que lo recibió Caldas.

Se me dirá, y es verdad en parte que la actual situación de este edificio no es apropiada para las observaciones astronómicas corrientes, pero ello se debe principalmente a la nebulosidad del cielo de Bogotá, la cual afecta la sabana entera, y nos impedirá establecer un Observatorio en cualquier otra parte de la ciudad. A pesar de esto, son muchos los servicios que puede prestarle a la ciencia nuestro Observatorio desde la posición que le asignó Mutis. Estos servicios fueron definidos por el ilustre sabio Jorge Álvarez Lleras, quien en extenso informe demuestra que el solo servicio de la hora justificaría su actividad en el lugar donde está. Tanto más cuanto a tal actividad, que hoy tiene excepcional importancia pueden agregarse las observaciones meteorológicas, magnéticas y las consiguientes al ecuatorial espectrográfico establecido en su cúpula por el Dr. Álvarez Lleras quien abrigaba la esperanza de poder hacer con este instrumento importantes observaciones. A todo esto se sumaría el servicio de biblioteca que estaba establecido con toda comodidad para los interesados en las ciencias astronómicas y físicas.

Todo lo anterior justificaría el mantenimiento del Observatorio tal como está, sin el intento de restauración interior, o, mejor dicho, de retrodestrucción que se intenta, con el mejor de los propósitos desde el punto de vista arqueológico pero con funestos resultados para nuestra modesta ciencia astronómica. La verdadera restauración fue hecha por el sabio Álvarez Lleras como consta en el acta de entrega del Observatorio astronómico que tuve el honor de suscribir con él y el arquitecto Arturo Jaramillo en 1930. En este informe se dice entre otras cosas: “Fuera de las reparaciones y construcciones inaplazables que se indican, se hace constar que el material escaso de observación está casi destruido en su totalidad. Los anemómetros y pluviómetros hallados, se encuentran perforados a bala; los pocos anteojos para aficionados tienen los lentes rotos o han sido comidos por el polvo y la herrumbre. No hay muebles decentes que merezcan el nombre de tales. En el salón bajo se encuentran hacinados multitud de objetos inservibles: bancas destruidas de las Escuelas del Municipio, alfombras viejas, cajas vacías, etc., etc., que es necesario sacar para emprender la reconstrucción del edificio... Como muestra de que el edificio servía para regocijos estudiantiles se han encontrado también cascos de botella, restos de disfraces de carnaval y basura de distinto origen acumulada por los rincones...” Después de tal desolación y abandono, el Observatorio, de 1930 a nuestro días ha reivindicado su carácter eminentemente científico. Allí trabajaron en sus últimos días los astrónomos Álvarez Lleras y Ruiz Wilches se han reunido periódicamente la Sociedad Geográfica y la Academia de Ciencias. Es, pues, un templo del saber como lo quiso Mutis, y no estaría bien convertirlo de la noche a la mañana en un museo muerto que solo testimoniaría de nuestra incuria en capacidad para continuar la empresa iniciada por los fundadores de la Expedición Botánica.

Señor Arquitecto: No nos vaya a escamotear el Observatorio. Con su piqueta de restaurador no nos vaya a borrar de un golpe lo que se hizo en siglo y medio de trabajo científico. Agrego, pues mi muy modesto parecer a los muy autorizados de la Academia de Ciencias; de la Academia de Historia, de la Sociedad Colombiana de Ingenieros; de la Sociedad Geográfica; del Director actual del Observatorio, y por consiguiente de la Universidad Nacional de la cual depende hoy este monumento. Son muchos y grandes quienes me han precedido en este reclamo, el que hago sin esperanza de que se me oiga, como tampoco se les oyó a ellos.

DISCURSOS Y ENTREVISTAS

Entrevista

¿Cómo le parece el proyecto de ley presentado al Senado por el Doctor Gaitán?[204]

Son dos proyectos de ley que tienen un extraordinario interés, no solo para la enseñanza primaria y secundaria, sino para la universitaria, y no solo por su contenido sino por la tendencia legislativa que su aprobación significaría en materia instruccionalista. Son proyectos de tal magnitud que uno solo de sus artículos, el que se refiere al cambio del bachillerato unificado por el bachillerato especializado mereció una discusión de seis meses en las cámaras francesas, rodeada de todos los expertos de Gobierno Francés, y me parece que cayeron dos gabinetes a causa de las incidencias de esta disposición. Sorprende pues, que los proyectos presentados en el Senado, según oímos de boca del señor Ministro de Educación, hayan sido discutidos en comisión sin su presencia y que ahora se trate de aprobarlos sin el amplio y detenido estudio que ellos requieren.

¿Cree usted que el proyecto evitará la variación constante de los programas de estudio?

No creo que la evite, ni me parece conveniente evitar esta variación, por lo menos en la Universidad. Como lo dijo el señor Ministro de Educación esta inmutabilidad no se obtendrá ni elevando los programas de estudio a la categoría de ley. La única manera de obtener la estabilidad de los pénsumes hasta donde ello es racional y posible, es haciendo un pénsum bueno. En cambio la medida consignada en el proyecto sin evitar tales mudanzas puede dar lugar a que se produzca un verdadero caos en la enseñanza, porque al consagrar el derecho de los estudiantes a seguir el plan con que iniciaron sus estudios, se podría llegar indefectiblemente a la coexistencia de muchos planes de estudios distintos, error que el mismo Doctor Gaitán criticaba para la Escuela de Derecho. Pero repito, no hay que temerles a las variaciones de los planes de estudio. En cambio este artículo paralizaría a mi juicio, el progreso de los

[204] Se trata de Jorge Eliecér Gaitán (1903 - 1948). Proyecto de ley sobre reforma educativa presentado en 1942.
El Ministro de Educación, Germán Arciniégas y Presidente, Eduardo Santos.

planes en la Universidad, ya que éstos necesariamente tienen que ser revisados año por año, de acuerdo con los progresos de la ciencia en general, sobre todo en las profesiones tan estrechamente vinculadas a este mismo progreso científico como la medicina, la ingeniería, la química, etc. Así, pues, actualmente estudia la Facultad de Ingeniería la necesidad de introducir en su plan de estudios el curso de transportes y el de pavimentos. Pues bien: de acuerdo con las medidas legislativas propuestas, esta reforma solo afectaría a quienes ingresen en el primer año de estudios y como figura hacia el tercer o cuarto año, no podría implantarse sino dentro de tres o cuatro años. La disposición, por consiguiente, en lugar de favorecer al estudiante lo perjudica, pues no se le puede asegurar que su prospecto de estudios se mantiene al día en materia científica. Puede que esta última observación no sea igualmente válida para los estudios de derecho, cuyas materias quizás sean más estables en su denominación y contenido, pero como tesis general, la reforma perjudicaría a toda la Universidad, y representa una disposición muy singular en la práctica académica de las demás universidades del mundo.

¿Y en cuanto al número de materias cree usted que su limitación reduciría el recargo?

Creo que la disposición consignada aquí corresponde a una laudable aspiración de disminuir el recargo en los estudios, grave problema este que afecta la segunda enseñanza en todos los países. Pero la limitación del número de materias parece que consigna evitar este recargo; porque la denominación de materias de estudio es hasta cierto punto convencional y puede ser variada a voluntad produciendo el mismo recargo en los estudios. Lo que se acostumbra con este fin es fijar el número de horas intelectuales, aunque no por una ley, porque tal número máximo de horas depende de factores variables con la edad del estudiante, el clima y la naturaleza de las materias estudiadas. Puede haber recargo, por ejemplo, en materias difíciles cuyo aprendizaje significa un trabajo relativamente grande, y puede no haber el mismo recargo, aún con un mayor número de horas cuando las materias son de aplicación y relativamente sencillas.

¿Y qué piensa usted sobre la división del bachillerato, quizás sea esta una medida benéfica?

Es difícil dar una opinión sobre este asunto en pocas líneas. Ya hablábamos al principio sobre la importancia que se le ha dado a esta cuestión en otros países. Hay que comenzar por reconocer que el asunto es muy discutible, y que hay argumentos de una y otra parte muy atendibles, ya sea en favor del bachillerato único, o ya en defensa de la especialización aconsejada en el proyecto de ley. Con AGUSTÍN NIETO fuimos los iniciadores del plan aprobado en el año 1933, el cual estableció la unificación de bachillerato o bachillerato único y el sistema progresivo en los estudios. Hasta entonces existía un plan especializado, nominalmente de siete años, y con la división que hoy se propone hacia los dos últimos años. Plan éste nominal, porque ningún colegio, ni los mismos oficiales habían podido aplicarlo, entre otras razones por el gran costo que representa una división de éstas en todos los colegios. Nuestra reforma fue consultada, se puede decir, que a todo el país. No solo a los directores de los colegios principales de la capital, sino a los colegios de provincia, y todos se pronunciaron por la adopción de bachillerato único, tal como fue aprobado. En cuanto al sistema progresivo, ya había sido adoptado por los colegios más adelantados en materias pedagógicas, entre otros la Escuela de Comercio, la Salle, El Gimnasio Moderno y otros. Hoy ese plan inicial ha sufrido muchas transformaciones a causa de la influencia de otros institutos que han defendido el sistema por materias, llamado también con una frase que ha hecho camino entre nosotros y que es la del sistema a la carta. En este sistema los temas de estudio se agrupan en materias que se dan en cada año procurando realizar el aprendizaje en un solo año, sin que tal materia vuelva a tratarse después. A mí me parece que la unificación del bachillerato representa un avance no solo porque corresponde a una tendencia que parece universal, sino porque está más de acuerdo con el fin que persigue la segunda enseñanza, el cual no es como se cree comúnmente preparar para una determinada profesión, ni para seguir ninguna de las grandes corrientes de la actividad intelectual en especial. El fin del bachillerato es dar una educación integral, no con el objeto de preparar para nada en particular, sino para todo en general. En la especialización no parece justo permitir que un niño de catorce años que muestra preferencia por las letras desatienda la disciplina científica, sin la cual esa misma afición literaria perdería en amplitud y profundidad. E inversamente, nadie negará la conveniencia de que un alumno que muestra notable disposición por las ciencias tenga una educación literaria que haga mas brillante su inteligencia, habituándolo al manejo de las ideas generales.

No hay que olvidar, en fin, que donde hay especialización por regla general ella se ha establecido hacia el séptimo u octavo año de bachillerato, que es lo que hemos hecho nosotros al relegar dicha especialización al primer año de universidad. La reforma merece, pues, ser muy meditada, y tenemos la esperanza de que las razones aducidas en el debate quizá expliquen esta vuelta atrás de tanta trascendencia.

¿Y qué nos dice usted sobre la situación de la Universidad en frente de este proyecto de ley?

Me parece que el artículo cuarto con el quinto se han prestado a la objeción hecha por el señor Ministro, a mi juicio muy fundada de que en ellos no solo se limitan las atribuciones del Ministro, sino se reduce notablemente la autonomía de la Universidad. En efecto, la junta creada en ese artículo, aun después de la reforma propuesta por la comisión, transforma fundamentalmente la ley

Orgánica en lo que respecta a la atribución más interesante que dicha ley le confiere a la Universidad, o sea la organización de sus programas de estudios. Por otra parte, la composición propuesta por la comisión tiene grandes defectos de técnica, pues si mal no recuerdo, se proponen cuatro representantes para la subcomisión de estudios universitarios, o sea dos representantes de la Universidad Nacional, uno de las universidades departamentales y uno de las universidades particulares. Ahora bien: es imposible que estos cuatro representantes puedan estudiar la multitud de planes de estudio que comprende una institución como la Universidad Nacional, donde hay diez facultades y algunas escuelas e institutos con las especialidades más diversas. Esta comisión tendría que estudiar, según lo observó ya el señor Ministro, lo mismo el plan de una escuela de derecho, que el de la facultad de química, o de veterinaria. En cambio, en la organización actual de la Universidad Nacional el estudio de un plan prosigue el orden siguiente: en primer lugar es estudiado por el Consejo de la respectiva facultad o escuela, y en este estado intervienen los Jefes de Sección de Grupos de materias afines, quienes oyen a todo el profesorado y atienden la opinión del Consejo Estudiantil y del representante al Consejo Académico, donde se le estudia por una comisión y desde un punto de vista general de conveniencia en toda la Universidad. Dada la aprobación correspondiente por el Consejo Académico, pasa al Consejo Directivo, donde recibe la sanción definitiva con intervención aquí también de la representación estudiantil. No veo yo en este proceso la rosca de notables a que se refiere el Dr. Gaitán en alguna de sus exposiciones, en cambio esa junta propuesta por él, que tendrá una duración de ocho años, si que puede constituir una rosca y de las mas peligrosas.

¿Cuál es su opinión sobre la dimensión en la Universidad?

Este problema se contempla en el artículo trece del proyecto y la Universidad se congratula de que el Congreso tenga la oportunidad de dar su opinión sobre este magno problema que tiene que afrontar la Universidad cada año. Nosotros no aconsejaríamos como lo hace el proyecto la elección por medio de la suerte. Nos parece mas justo y conveniente para la Universidad el concurso que ha propuesto el señor Ministro. No puede afirmarse que todos los bachilleres tengan la misma capacidad y preparación por el hecho de exhibir el mismo diploma; por consiguiente, los buenos alumnos que se sienten realmente capacitados para el estudio de un profesión determinada, jamás se conformarían con que la suerte decidiera de su entrada, cuando un examen bien dirigido sacaría a luz esas cualidades y le permitiría a la Universidad escoger la élite que necesita para sus estudios. Parece lo más justo escoger entre el grupo de aspirantes, a los mas capacitados para la clase de estudios correspondiente, por medio de un examen de conocimientos sobre programas idénticos a los del bachillerato, pero que se refieran a aquellas materias básicas de la profesión que piensa seguir el aspirante. Nos pareció oír en la última intervención del Dr. Gaitán, cuando explicaba este artículo, un cargo injusto para la Universidad, cuando afirmó, o dió a entender, que hasta hoy esos exámenes de admisión habían constituido una burla, por cuanto el estudiante pobre sin padrinos o palancas estaba en condiciones de inferioridad para entrar a la Universidad. Yo quisiera haber oído mal, porque sería inexplicable que el Dr. Gaitán después de haber formado parte del Consejo Directivo de la Universidad, y de haber tenido la oportunidad de conocer la manera cómo se han realizado estos exámenes haya olvidado tan pronto la corrección absoluta con que se han verificado estas pruebas. Su afirmación queda contradicha por la calidad de los aspirantes que han quedado excluidos en estas pruebas, desde los hijos de miembros de las directivas de la Universidad hasta jóvenes cuyos padres ocupan puestos de importancia en la política y el periodismo. Si el Congreso lo desea, la Universidad puede exhibir en cualquier momento todos los documentos de estos exámenes y reconstruir cada uno en particular, pues conserva cuidadosamente todos estos archivos en previsión de críticas como la que hace el doctor Gaitán.

Para terminar, ¿nos diría usted a qué tendencia legislativa se refirió usted al comenzar este reportaje?

Me parece que el señor Ministro de Educación ha puesto bien en claro esta tendencia. Consiste en dictar disposiciones de carácter reglamentario y técnico sobre la educación como las que dejamos atrás comentadas, que vienen a señalar un línea de conducta muy rígida al Ministro del ramo, quien por la atribución constitucional que él ha invocado, tiene la facultad en grado máximo de dictar esta clase de disposiciones de detalle. Siempre que se han presentado proyectos sobre educación sale a relucir esta disposición constitucional, y se inicia la discusión de su alcance pero sin llegar a aclarar completamente la cuestión. Creo que todo el mundo espera de los constitucionalistas del Senado la última palabra al respecto. De todos modos, ya sea disposiciones generales normativas, o ya prescripciones de detalle, técnicas, ellas tienen que ser estudiadas muy ampliamente, reuniendo toda clase de datos, y todas las luces, para evitar equivocaciones irreparables, cuyos malos efectos se harán sentir perjudicialmente en el mayor tesoro que tiene el país, que es su juventud.

Bogotá, octubre 3 de 1942

Inglés por radio

Por amable invitación del Señor Herschel Brickell, agregado cultural de los Estados Unidos, tengo el gusto de intervenir en esta audición destinada a clausurar los cursos de inglés radiodifundidos por el profesor Prator hasta hoy, con los más halagadores resultados.

Me permito aprovechar también esta oportunidad para hacer público mi agradecimiento a dicho profesor por los cursos que desarrolló en la Universidad Nacional, donde se alcanzaron también positivos frutos, y queda abierta la oportunidad de proseguir el año entrante con un grupo numeroso y entusiasta de alumnos universitarios, dispuestos por iniciativa propia a profundizar sus conocimientos en el inglés.

El magnífico resultado obtenido en estos cursos radiodifundidos y el entusiasmo con que han correspondido los estudiantes de la Universidad Nacional al generoso trabajo del profesor Prator, son un testimonio elocuente del deseo bien general entre nosotros para aprender la lengua inglesa. Y vale la pena ahora decir algo de dicho profesor, ya que él mismo por razones obvias se ha abstenido de dar esta información a sus alumnos radioescuchas.

¿Quién es el profesor Prator[205]?

La contestación a esta pregunta tiene indudablemente gran importancia para el alumno radioescucha que ha seguido sus cursos durante todas estas tardes y, sin embargo, posiblemente no conoce a su maestro. Esta anomalía bien censurable por cierto, es una de las inmoralidades que sólo ha sido posible merced a la magia del radio. Así, pues, nuestro profesor tampoco conoce a sus discípulos ni vosotros conocéis al distinguido maestro que se ha esforzado en enseñaros una lengua extranjera. Pues bien: la presencia afortunada de tan distinguido profesor entre nosotros se debe a los deseos expresados por numerosos alumnos de la universidad para tener una clase de inglés como auxiliar en sus estudios profesionales, deseo éste que fue atendido prontamente por el gobierno de los Estados Unidos, por medio del coordinador de asuntos interamericanos, llamado

[205]Clifford Holmes Prator (1911), autor de varios libros y manuales para la enseñanza de inglés.

Comité Rockefeller, el cual envió al profesor nombrado para que se encargara de este trabajo. Pertenece el profesor Prator a la Escuela de Artes y Letras de la Universidad de Michigan, donde dicta cursos de idiomas desde hace ocho años. Es autor de varios trabajos literarios y lingüísticas publicados en las revistas de los Estados Unidos. fue estudiante en la Sorbona de París y en las Universidades de Georgia y Michigan, y como lo dije hace un momento, se graduó en esta última Universidad con los grados de Maestro y Doctor, mediante la presentación de una tesis titulada "El ataque racionalista contra la poesía francesa". De 1936 a 1937 fue enviado a Francia por el Instituto de Educación Internacional para trabajar en la Biblioteca Nacional y hoy nos honra con su presencia en esta sala, desde la cual adelanta sus cursos de inglés habiendo entregada ya a sus discípulos su última publicación: "Repasamos nuestro inglés", la que seguramente está ya en manos de todos, puesto que es un auxiliar indispensable para seguir las lecciones radiodifundidas con pleno éxito.

Me piden ahora, tanto el señor Brickell como dicho profesor que os diga como remate de este ciclo de enseñanza, alguna cosa acerca de la utilidad del inglés desde mi propio punto de vista, no solo como profesional sino como profesor universitario. Es decir, no solo consultando el resultado de mi propia experiencia, sino por lo que haya podido ver en derredor mío, como profesor de la universidad y ahora como rector de ella.

Realmente hablaros ahora queridos radioescuchas, de la importancia o utilidad del inglés, es hablar a convencidos. Todos sabemos que se es tantas veces hombre, ha dicho alguien, como idiomas se sepan. Y si esto puede afirmarse de una manera general sobre la enseñanza de cualquier lengua extranjera, ¿con cuánta mayor razón podrá decirse entre nosotros del aprendizaje del inglés en particular?

Dejando de lado a los pocos que se interesan en el inglés, por el inglés mismo; es decir, a quienes tienen un interés filológico en su aprendizaje, que dan todos aquellos que desean conocer esta lengua con un fin utilitario más o menos concreto, o sea aquellos que la escogen como un medio de comunicación con lugares a donde no llega nuestra lengua moderna, y aún donde, sin embargo, pueden haber personas a quienes por una u otra razón les interesa cambiar pensamientos con nosotros, y de quienes se desea recibir ideas. Desde este punto de vista el inglés es para nosotros de importancia vital, pues si el lenguaje es un medio de relación tan importante de un hombre a otro, la lengua inglesa garantizará en América, con su conocimiento, esa compenetración de ideas que forma el fundamento de nuestra vida de relación americana. Esta es la razón por qué, el castellano está siendo enseñado con interés creciente en Norte América, y ésta la razón también de que entre nosotros se haya generalizado el deseo de aprender inglés, El aprendizaje del castellano por los Norteamericanos y el del inglés por los Sudamericanos, permitirá ponernos en comunicación directa, eliminando la valla muchas veces infranqueable del idioma, y permitirá, pues, la realización plena del sueño generoso de colaboración y ayuda mutua entre los pueblos americanos.

Mas, siguiendo dentro de este criterio pragmático, son todavía muchas las razones que nos impulsan hacia el aprendizaje del inglés: razones que hoy son de patente evidencia dada la situación del mundo. Así, pues, para las universidades se han cegado todos los cauces que antes alimentaban nuestra curiosidad científica con excepción del inglés, hasta el punto de que se puede afirmar y asegurar que sin el inglés sería poco menos que imposible para un alumno de nuestras facultades técnicas como Ingeniería, Química, Agronomía y Farmacia, etc., seguir normalmente sus estudios, ya que la totalidad de los libros modernos que se encuentran en las bibliotecas de estas instituciones en especial las de Ingeniería y Química, son libros en inglés. Esta lengua se impone, por consiguiente, a los estudiantes de tales especialidades como un conocimiento previo indispensable para cometer sus estudios. Sin el dominio, por lo menos de la traducción nuestros alumnos estarán imposibilitados para servirse de los textos de estudio, que en dichas instituciones son ingleses casi en su totalidad.

¿Qué decir por otra parte de los estudios de derecho, medicina humana y medicina veterinaria?

Baste saber que los estudiantes de derecho son hoy los más entusiastas por sus clases de inglés en la Universidad, y, como se dijo antes, fueron quienes tomaron la iniciativa para la organización de esta enseñanza, pues en sus estudios principalmente económicos y sociales, se han visto obligados a conocer a fondo la lengua inglesa como instrumento para ampliar sus conocimientos en las investigaciones de seminarios, que se refieren a todas estas disciplinas. En cuanto a la medicina, también exige en nuestros días el conocimiento del inglés, pues aunque la mayoría de los textos que se usan en esta Facultad son franceses, la falta de información en esta lengua obliga a la lectura de información en lengua inglesa lo que ha traído como consecuencia lógica el descubrimiento de grandes horizontes, antes sólo conocidos principalmente por aquellos de nuestros médicos que complementaron sus estudios en Estados Unidos o Inglaterra. Pero la escuela francesa era indudablemente la más conocida entre nuestro mundo médico, y sólo hoy las circunstancias actuales han producido el magnífico resultado de ampliar los medios de información hacia los países de habla inglesa, donde el desarrollo científico de la medicina ha llega a un nivel de extraordinaria importancia, el cual de otro modo sólo hubiera podido ser conocido al través de traducciones siempre imperfectas. Restablecida la normalidad tendrán nuestros profesionales el instrumento valiosísimo del conocimiento del inglés sobre el de las demás lenguas que como el francés han sido de más fácil conocimiento para nuestros estudiantes.

Ahora bien: ya que hemos visto cuán útil es el aprendizaje del inglés, cabe preguntarnos: ¿será difícil su aprendizaje? ¿Estará por sobre nuestras posibilidades y recursos?

La contestación la ha dado el profesor Prator desde este micrófono, y sobre todo, la ha dado con el éxito alcanzado por él al utilizar un método de enseñanza tan nuevo y eficaz como la radio. Con tan maravilloso instrumento, considerado con justicia como una las siete maravillas de la edad presente, puede un profesor de lenguas llegar hasta el retiro tranquilo del hogar, y durante las horas más apropiadas para quien sólo dispone del tiempo que le dejan sus duras ocupaciones, desarrollar su enseñanza en la forma individual y amena que hemos visto. Evidentemente comparadas estas facilidades con las terribles dificultades de los tiempos viejos del Roberteson y del Ollendorf[206], no es exagerado afirmar que hoy ninguna persona por ocupada que esté le está vedado el conocimiento de la hermosa lengua de Shakespeare. Ya pasaron las viejas épocas en que el aprendizaje de una lengua extranjera, en especial el inglés, constituía una tortura para nuestros antepasados. Es así como se cuenta de alguien, muy popular en Bogotá, por cierto, quien en aquellos viejos tiempos tuvo la oportunidad de realizar una viaje a Inglaterra. Llevaba como única bagaje para abrirse paso en la populosa Londres las famosas lecciones del Roberteson; es decir, el inglés primero y segundo que se hacía en el bachillerato de la época. Pero sus conocimientos e ideas acerca del inglés, eran no sólo muy escasos sino que su confusión sobre esta lengua, y en general sobre cualquiera otra lengua extranjera, era algo verdaderamente deplorable. Cuentan en efecto que al volver a Bogotá poco tiempo después les relataba sorprendido a sus amigos, que nada había más fácil que el inglés. Todo el secreto de esta lengua consiste, decía, en que por ejemplo: casa no se dice casa como en castellano sino *house*, ventana no se dice ventana sino *window*, y así de las demás palabras, pero nada más. Este viaje, -agregaba feliz- me ha permitido comprender lo que en dos años de Roberteson jamás pude sospechar después de la pasada enseñanza de una gramática árida y complicada. Este relato deja ver dentro de una exageración algo cómica, que aquellas enseñanzas bien poco se preocupaban por alcanzar el verdadero fin, que era la enseñanza del idioma. Hoy, en cambio, cuán diferentes son los métodos, y cuántos más medios y ocasiones de aprender esta lengua se tienen a la mano. Que lo diga la radio, que lo diga el cine, donde él dice que puede educarse a todo gusto estimulado por un interés que tiene la vida ordinaria, y enseñándoles para esa misma vida, con métodos tan flexibles y elásticos como es flexible y elástica la misma causa que las ha creado. Métodos que excluyen las reglas pesadas e incómodas inventadas o descubiertas por los filólogos quienes no siempre buscan la sencillez.

[206]Se refiere a un *nuevo curso del Idioma Inglés*, por T. Robertoson. Método de Ollendorff para aprender inglés s.f

Al felicitar, finalmente al profesor Prator y al señor Brickell, abrigo la esperanza de que esta sesión sea aún más solemne de reapertura del curso. Y, sobre todo, tengo la esperanza de que bien pronto la biblioteca de obras en lengua inglesa en buena hora creada en el Centro Colombo Americano, circule profusamente entre los colombianos que deseen que el aprendizaje del inglés sea no solo un instrumento para hacer encargos comerciales o para leer las cuentas de nuestros comisionistas, sino un verdadero vehículo de cultura que nos permita asimilar y gozar de la lectura de las hermosas producciones de escritores ingleses y americanos en su propia lengua, ya que una traducción jamás llega a ser la trascripción perfecta del original.

Bogotá, noviembre 16 de 1942.

Discurso al recibir el doctorado *Honoris Causa* de la Universidad Central de Madrid

Excelentísimo y Magnífico Señor Rector de la Universidad Central de Madrid:

Recibo de vuestras manos el título de doctor *Honoris Causa* de la Universidad Central de Madrid, con verdadera emoción y en el convencimiento de que tan alto honor se me discierne como un acto de amistad para con la Universidad Nacional de Colombia, a la cual represento en estos momentos; y en ningún caso a mis escasos méritos, que nunca justificarían tan desproporcionada merced.

Permitidme, Magnífico Rector Laín Entralgo, que haga mención de unas palabras vuestras pronunciadas en la memorable ocasión de apertura de los cursos de esta ilustre casa de estudios. Entonces dijisteis poco más o menos: "Cuatro son creo, los actuales modos hispánicos de ver y entender la actividad docente del profesorado universitario. Para los más, la Universidad es una institución al servicio de la formación profesional del alumno; para otros, muy pocos, la Universidad debe servir, ante todo, a la creación científica y a la formación de hombres cultos; algunos, movidos por un noble celo religioso, piensan que el fin supremo de la enseñanza universitaria, como el de toda enseñanza, es la salvación de las almas, la formación de hombres buenos; quienes, en fin, conciben a la Universidad como un instrumento de educación intelectual y técnica al servicio de los fines del Estado".

Nuestros propósitos están identificados con vuestro pensamiento: en ambas instituciones consideramos que el fin es la enseñanza de la Filosofía en el sentido nato que se le daba a esta palabra por Platón cuando dice: "La filosofía es la investigación de la ciencia de lo que es eterno; la ciencia de la naturaleza y de los caracteres de la verdad; la dirección del alma según las leyes de la razón". Nuestra misión es, pues, no solamente la preparación de profesionales, hombres cultos e investigadores, sino la de formar las almas, porque como el mismo Platón lo dice en otro lugar: "La sabiduría consiste en arreglar la propia alma". Mas al lado de este fin tan noble que puede decirse que trasciende de lo simplemente terreno hacia lo sobrenatural y Divino, se desprende un corolario o fin contenido implícitamente en los cuatro anteriormente señalados por vos. Me refiero a que la Universidad también tiene como objeto de su actividad establecer vínculos de relación con todas las demás instituciones de otros países que tienen un fin semejante.

España así lo ha comprendido y por eso hemos venido de todos los confines de América, congregados por la gran voz de Salamanca, para platicar y discutir sobre cuestiones que atañen a la enseñanza, y que hoy, en que las distancias han desaparecido, por la facilidad de las comunicaciones, pueden debatirse sencillamente alrededor de una mesa dentro de la mayor armonía y eficacia. Vuelve así la Universidad a tener como en la antigüedad aquella significación de "todos nosotros", cuando concurrían a ella varias naciones, aunque llevaban hasta sus claustros sus costumbres y lenguaje propios, pero se sometían al vínculo del alma mater, que otorgaba los títulos y privilegios.

Tenemos fundadas esperanzas de que de este congreso salga una organización que garantice la intercomunicación de todos nuestros Institutos de enseñanza superior, tal como se ha propuesto en el temario que se discutiera: Intercambio de profesores, alumnos y material de enseñanza, etc. Todo esto llevado a planos de realización práctica fuera de palabrerías inútiles, la ambición que a todos nos anima en estos momentos: la de que pueblos unidos por los poderosos vínculos de su religión, de su lengua, de su historia, tengan también una misma cultura propia de su estirpe y de su raza, pero de todos modos en armonía con la gran cultura y lo que de ella sea inmortal y perdurable de la civilización Occidental.

Celebración de la Fiesta de la Independencia de los Estados Unidos

Gratísimo favor el que me conceden ustedes, señores y amigos de la Embajada, al invitarme a participar en este homenaje que la Nación Americana rinde hoy a los hombres de pluma y espada y al pueblo que le dio la libertad hace ya ciento setenta y cuatro años. Y favor que aumentan ustedes con abundante generosidad, cuando quieren oír de mis labios las palabras de amistad y de justicia a que es acreedora la gran nación del norte, por un doble motivo de perdurable solidaridad continental y de fervorosa admiración democrática.

Si que me siento, señores, ahora escaso de dotes para condensar en unos pocos minutos, toda la emoción que despierta en nosotros esta fecha, que es fecha de América entera; sin embargo, no son necesarias cualidades de oratoria cuando las palabras deben decir lo que abunda en el corazón de quienes estamos aquí reunidos para rememorar, así sea brevemente, todo lo que ha significado siempre, todo lo que hoy significa para ustedes norteamericanos y para nosotros americanos del sur, el cuatro de julio de 1776.

No es difícil hoy mirar al porvenir de nuestro continente, subidos en hombros de gigantes como Franklin, Jefferson, Washington y Lincoln. Es lo que debemos hacer para meditar en la perspectiva que se nos ofrece desde tanta altura y descubrir el camino que ellos mismos se trazaron, y el que aún nos están señalando, que es el que conduce a la verdadera y definitiva emancipación: justicia, libertad y democracia.

Permítanme señores, que recalque aquí el que América es una tierra tradicionalmente de libertad, porque desde el viaje de Colón y seguramente desde antes, a ella llegaron venidos de tres o más continentes, colonos que deseaban vivir en libertad, y que, a pesar de todo, también enseñaron a vivir libremente a los americanos que no la tuvieron en siglos anteriores, dentro de la familia y el estado indígenas, antes de que nuestro continente fuera organizado en nación civilizada.

Sin amenguar en nada la significación de esta fecha memorable, quiero hacer notar que ella y todas las que sirven de pretexto para la reunión de la gran familia americana, son fechas circunstanciales, Quiero decir: el grito de independencia lo dieron herejes de todas las creencias y nacionalidades, al soltar las amarras de las playas de Europa para fundar algo nuevo en tierras más hospitalarias donde pudiesen plantar su tienda libremente; es decir, donde gozaran de libertad para trabajar y para adorar a Dios a su manera.

Así surgieron Nueva España, Nueva Inglaterra, Nueva Ámsterdam, Nueva Holanda, etc. Algo nuevo, otros horizontes, otra vida bajo otros cielos donde cupieran esas vidas que no habían podido desenvolverse libremente en el viejo mundo. Por esto es que en realidad ese grito de independencia que se protocoliza hoy para Estados Unidos, y en otras fechas para los diferentes países de América, fue dado por cada puritano, por cada cuáquero, católico o renegado, que quizás sin pronunciar palabra, pero con tremenda resolución saltó al esquife, y remó a tierra con un sol de libertad en las pupilas.

Nada justificaría, pues señores, que quienes descendemos de aquellos arrojados colonos, que quemaron sus naves para no mirar atrás, nos organicemos aquí ahora en nuestra nueva patria para matar este ideal. Así que América es y será siempre un continente de libertad, y es este hecho el que nos debe unir indisolublemente, hoy y en toda fecha pese a las diferencias de raza, lengua o religión. No más América del norte, ni del sur, ni América de habla inglesa o de lengua hispana, portuguesa o francesa, protestante o católica. En realidad América es mucho más compleja que todo esto: es un continente asentado sobre esas amplias aspiraciones de justicia generadora de una democracia cristiana.

Mas tan comunes aspiraciones no siempre han sido suficientes para servir de norma a nuestras relaciones. Se puede decir que no hay en América un grado de adhesión constante, igualmente vehemente, en defensa de eso que constituye la esencia de su formación histórica, tan distinto de la formación europea. En primer lugar no nos conocemos: hay naciones del litoral Atlántico que ignoran a las del pací fico. Nuestro conocimiento de Europa suele ser mucho más completo que el de nuestros vecinos. Para un habitante de Buenos Aires, le es mucho más familiar París, que Washington o Lima, o que una capital de cualquiera de los Estados limítrofes, a la cual no se han acercado jamás, ni material ni intelectualmente.

En segundo lugar, si estimamos la libertad en el mismo grado que nuestros antepasados, o como lo damos a entender en discursos y escritos; si América tanto para un europeo como para un americano es en realidad una tierra de democracia y de libertad: y más todavía, si simplemente, al decir que América es tierra de libertades, lo hemos dicho todo, es necesario que nos pongamos en forma para organizar estas nacionalidades sobre tal base; y ¿cuál será la más sólida y duradera para asentar en ella una inconformidad de más de cuatrocientos años? No hay duda de que ello merece meditarse, pero de todos modos, y cualquiera que sea el resultado de estas cavilaciones, es evidente que estamos en un compromiso, el cual trae consigo graves responsabilidades. Tantos y tan grandes ideales no se pueden mantener solamente con buenas intenciones, o con la tradición año por año renovada de estas celebraciones, sino que esta generación está en el deber de manifestarse con resolución y firmeza.

Y ¿qué hacer para ello? Dejo al buen juicio de ustedes la acertada resolución del problema, pero me tomo la libertad de hacer algunas sugerencias que resultan de inmediato: ante todo conocernos; menos vallas artificiales para la intercomunicación, mayores medios de realizarla. Dragar los canales por donde nos podríamos irrigar mutuamente, por decirlo así, a fin de facilitar la expansión de la cultura, que hoy se desarrolla en recipientes estancados. Con la cultura no reza a mi modo de ver, el proteccionismo económico. Que circule amplia y libremente a fin de que estos países puedan nutrirse con la cultura europea, y comunicarse entre sí la suya propia. Que los Estados Unidos, donde la técnica ha alcanzado el desarrollo formidable que todos conocemos, nos beneficie con su experiencia, con su idealismo práctico, mal calificado por algunos de materialismo, y, en fin, con su espíritu de cooperación. No puede negarse que nuestra cultura es incipiente apenas en muchos países de América, pero su desarrollo en los Estados Unidos ha sido tan extraordinario, que hay fundados motivos para creer hoy en que la América entera será bien pronto el refugio de la riqueza cultural de Europa, y en que ella haría fructificar las nuevas culturas bajo el cielo de esta América, a la sombra de una libertad propicia a este desarrollo por el carácter de universalidad que se le podría dar.

Otra condición básica en nuestras aspiraciones de libertad es sin duda la justicia, y por consiguiente la paz. Los hombres superiores de las generaciones anteriores han reconocido la importancia de este bien para el progreso de la condición humana. Pero solo ahora es que se aprecia su importancia para el desarrollo de la técnica, y por consiguiente del bienestar del hombre, y aun para la existencia de la humanidad civilizada. Sin embargo, la paz, por una extraña e ineluctable paradoja, está hoy condicionada nuevamente a la guerra. Otra vez nos vemos enfrentados a un conflicto que puede conducir a la guerra total. No se trata, en efecto, hoy por hoy, de restablecer el orden en una para nosotros lejana nación; sino de un conflicto ideológico, de una colisión de nuestras ideas cristianas, de nuestro modo de ver la vida, que ha sido y es el de los primeros colonos que arribaron a las playas de América, contra una de tantas formas de despotismo. Otra vez contra el totalitarismo, que no fue ayer, ni es hoy, ni será mañana, cosa distinta del viejo absolutismo de los reyes, de cuya emancipación nos habla esta fecha que estamos celebrando. Esta lucha será, pues, implacable, porque es una lucha de ideas en la cual nuestro lugar está hoy también como lo estuvo ayer, en América, al lado de nuestros hermanos del norte y del sur, ligados por pactos que habremos de cumplir, en defensa de esta democracia soñada y fundada por nuestros antepasados, y basada aún en lo más profundo de nuestras creencias cristianas. Porque nunca se repetirá demasiado que la creencia del cristiano en el valor del individuo no es un derivado de algún principio ético, sino una parte integral de una religión. La democracia descansa, pues, sobre la propia ética cristiana, como lo testifican sus mismos enemigos.

De todos modos tengamos fe, profunda fe en nuestros destinos. Cada año que pasa, la conciencia de estos pueblos nuevos de América se entona con un sentimiento más firme y seguro de la grandeza de su porvenir. La expansión de sus energías materiales adquiere tal brío, su riqueza se acrecienta en tal medida, su civilización se asimila con tal facilidad los elementos convenientes para integrar un organismo de cultura propia y cabal, que el noble orgullo colectivo empieza a florecer en ellos de la manera natural y espontánea con que toda fuerza juvenil tiende a hacer alarde de sí misma. Ese sentimiento criollo es una energía necesaria que complementa las demás y un estímulo precioso con que obrar en el espíritu del pueblo, magnificando su capacidad como artífice de sus propios destinos para cumplir la fórmula de Lincoln: el gobierno del pueblo, por el pueblo y para el pueblo.

Discurso en el entierro del profesor Jorge Álvarez Lleras

Señores,

En nombre de la Universidad Nacional de Colombia, por razón del cargo que ocupo como rector, pero también como discípulo colega y amigo del Profesor Álvarez Lleras, me creo en el deber de hablar sobre esta tumba y traer hasta aquí todo el homenaje de respeto y de dolor que la primero institución docente del país desea exteriorizar a nombre del profesorado y de sus alumnos, por la muerte de quien fue durante más de cuarenta años uno de sus profesores más distinguidos, uno de los investigadores que le han dado al país mayor fama y gloria, por la extensión y profundidad de sus estudios en casi todos los campos de las ciencias físicas y matemáticas.

El aprecio que debe una nación a los talentos se ha de graduar por la suma del bien que le granjean en el acervo que pertenece a la comunidad, y que constituye la herencia que ha de ser repartida entre las generaciones presentes y por venir, el profesor Jorge Álvarez Lleras (1885 - 1952) cultivó y fue maestro en las disciplinas más diversas, ya en el campo de las matemáticas, o ya en el de las ciencias sociales y humanísticas. De ello dan fe las entidades que aquí se congregan hoy para testimoniar su aflicción por la muerte del ilustre sabio colombiano. La Academia Colombiana de la Lengua; la Academia de Historia, la Academia Colombiana de Ciencias, la Sociedad Geográfica, la Sociedad Colombiana de Ingenieros, la Universidad. Todos aunados en el mismo sentimiento de admiración por quien dedicó su vida y sus talentos a escudriñar los secretos de la ciencia, y se hizo digno de ser propuesto a la posteridad como un modelo, por reunir en si todas las dotes que constituyen un científico consumado.

La obra científica de Álvarez Lleras es inmensa. Escribió en diarios y revistas sobre los temas más variados, y tratándolos con pericia y profundidad, y sobre todo, con un acendrado patriotismo. Se puede asegurar que no hay problema nacional que no mereciera su análisis agudo y sereno. Fue director de los *Anales de Ingeniería* durante muchos años, y en esta revista, una de las mas antiguas del continente, dejó en editoriales y artículos de fondo todo lo que fue su actividad como defensor del gremio de ingenieros desde un punto de vista elevado de servicio público, y el fruto de sus mediaciones acerca de problemas de interés técnico. Le daba siempre un sello de originalidad a todo lo que trataba, fuera de que se adelantó en sus predicciones científicas a las realizaciones técnicas de la época en que le tocó actuar. Así en la tracción autopropulsora estudia una utilización del motor Diesel y el generador eléctrico que hoy es de uso corriente en los grandes ferrocarriles de los Estados Unidos. Sobre el levantamiento de la carta geográfica, sobre cuestiones económicas y sociales, sobre el perfeccionamiento de nuestra lengua, tan atrasada según él para las necesidades de expresión de la ciencia moderna, ha dejado ideas que esperan al comentarista y estudioso que saque de ellas todo el fruto posible. Últimamente había dedicado todo su esfuerzo a la redacción de la revista de La Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, en donde se preocupó por reeditar la obra de varios sabios colombianos mal editadas en su época o agotada en la actualidad. Fiel al culto que siempre rindió a su maestro Julio Garavito, publicó allí con interesantes comentarios, la obra hasta entonces inédita de este sabio, y reeditó la obra principal con el fin de dar a conocer las ideas fundamentales que hasta entonces andaban dispersas en publicaciones ilegibles ya agotadas. Profesor de Física y de electricidad en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería, estableció el primer laboratorio y publicó sus conferencias en donde ya se revela como el científico prudente y enemigo de aceptar sin el tamiz de un severo análisis las extrañas teorías que anunciaban ya la tremenda revolución que hoy se enseñorea en la mecánica y la física. Su espíritu formado en las enseñanzas de su maestro Julio Garavito, rechazaba todo lo que no pudiese ser explicado con claridad meridiana mediante el auxilio de las matemáticas y bajo los clásicos y tradicionales conceptos que nos habían legado los Newton, Laplace y Maxwell. En un notable estudio de los muchos que publicó en la Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, donde se puede decir que dejó su testamento científico, decía: “Contempla hoy el mundo una crisis económica, social, ideológica, moral y literaria, como no se había presentado otra desde la época del derrumbamiento del Imperio Romano bajo los golpes de ariete de la irrupción de los bárbaros, que dieron en tierra con la antigua cultura y vinieron a crear a la postre, después de la oscura evolución de la Edad Media, la forma moderna del Estado.” Y más adelante agrega: “En la ciencia todo es caos y confusión. Las más inconcebibles hipótesis sustituyen en el día a aquella solidez de criterio que dio origen, a mediados del siglo XIX, a la llamada ciencia positiva. Cuanta necia innovación venga a las mentes de los arribistas científicos cobra a pocas vueltas cartas de ciudadanía en los recintos de las academias y en las bibliotecas de los sabios. Y así muchos no saben hoy dónde está la verdad y qué cosa es el error.” Y añadía: “Es esta época, fundamentalmente adversa al cultivo desinteresado de la Ciencia, y por ello hemos visto en los últimos lustros, cómo se ha venido, poco a poco, con el ánimo de brillar y hacer viso con las más atrevidas doctrinas, a establecer el caos científico y hacer necesario que se hable hoy en serio de la crisis de la Física y de la desintegración de la Matemática." "Tal vez aparecemos con estos conceptos como pesimistas exagerados, y bien pudiera ser ello así pues la serenidad para juzgar con acierto es muy difícil de conservar cuando las noticias diarias nos llenan de estupor y nos conmueven hondamente nuestros sentimientos de amor por la humanidad y de admiración por su cultura."

Creo haber condensado en estas palabras suyas, la inquietud y preocupación de toda la vida del sabio colombiano. Porque ni cejó nunca en su vida crítica, severa e implacable, contra los fabricantes de hipótesis extravagantes, ni abandonó esa posición pesimista que fue una de las características de su mentalidad. Sin embargo, hay que notar que Álvarez Lleras ordenó su vida no como un pesimista integral, sino en el hecho fue un trabajador infatigable, quizás el científico colombiano que ha dejado más obras. Si esa propensión a ver y juzgar las cosas bajo el aspecto más desfavorable, hubiera sido el único norte de su acción, no hubiera tenido tanta fe quizás en la influencia de la palabra escrita ni aun en la hablada, ni en su propia actividad como lo podemos atestiguar sus discípulos. No era, pues, su pesimismo una obsesión paralizante, que lo inhibiera para luchar como luchó por llevar la claridad a todos los rincones del saber, con la convicción plena de que sus desvelos y esfuerzo no serían perdidos.

Se explica no obstante su inquietud respecto del porvenir de la ciencia, porque temperamentalmente, fue un físico. Extraordinario experimentador, como han habido pocos en la historia de nuestra ciencia. Sus explicaciones en la cátedra eran de un realismo extraordinario, en oposición con las obscuras inasequibles teorías que se les sirven hoy a los jóvenes cuando se inician en el estudio de las ciencias. Se comprende, por lo tanto, que cuando no podía ofrecer a sus discípulos el modelo mecánico apropiado de un fenómeno, su mente acostumbrada a la claridad que hasta entonces había reinado en casi toda la física, se desconcertaba ante los intentos de explicación no siempre afortunados, que en lugar de disipar las dudas introducían la obscuridad y la confusión.

Quizás este desencanto suyo fue lo que decidió su ánimo a dedicarse a la más perfecta de las ciencias según él, la Astronomía. Esto para fortuna del Observatorio Astronómico que encontró completamente abandonado y semidestruido. Así fue que dedicó el resto de sus días a la restauración de este monumento histórico hasta dejarlo como hoy está: dotado de una de las mejores bibliotecas actuales del país y de elementos, adecuados, muchos de los cuales se deben a la habilidad extraordinaria del sabio colombiano para crear de la nada instrumentos y dispositivos mecánicos de todo género. Desde 1930, el Observatorio está adelantando una labor que habrá de dar copioso material científico, cumpliéndose así la aspiración de restablecer las glorias de la Expedición Botánica que tuvo en esta severa construcción dirigida por el arquitecto Fray Domingo de Petrés a petición del célebre naturalista Don José Celestino Mutis, su principal centro.

Álvarez Lleras fue también un romántico de la ciencia. De esos románticos que tienden a desaparecer. Amaba la ciencia por la ciencia y el científico era para él un sacerdote de un culto sagrado. “Sobre el desinterés, decía, que fuera menester para ejercer el sacerdocio, llamémoslo así, de la investigación científica, con nobilísimos fines, no encontramos palabras más levantadas que las siguientes, escritas por Garavito en una carta que dirigió a la Representación Nacional de Colombia con motivo de un proyecto de ley de honores que se presentó a favor suyo. Dijo entonces así este genuino sabio colombiano, y cita las siguientes palabras: “Las gentes de estudio, las que aman la verdad, las que se preocupan por descubrir y comprender las leyes naturales, no deben buscar otra cosa que la verdad misma: investigar la naturaleza para conquistar honores es labor negativa.” A estas palabras podemos agregar las suyas propias dirigidas al Consejo Directivo de la Universidad, hace años cuando ofreció sus servicios gratuitos a esta institución. Conturba el ánimo pensar cuán difícil será llenar el claro que deja entre los maestros de las actuales generaciones su desaparición, aunque para quienes nos legan como él una gran memoria, ese claro seguirá lleno con el ejemplo de su vida el monumento siempre vivo de su obra que estamos en el deber de exponer y comentar como él lo hiciera con su maestro Garavito.

El mal que fue lentamente minando su organismo llevó muchos años sobre su semblante el anuncio de su destrucción, de la cual tenía plena conciencia, la que comunicaba con frecuencia a quienes fuimos sus amigos de siempre. Pero sin que un riesgo tan vecino y formidable turbara su aplicación al trabajo. Apoderado el mal de sus fuerzas, sufrió con admirable constancia las más crueles congojas, a tiempo que daba a los cuidados de su trabajo como Director del Observatorio, y Presidente de la Academia de Ciencias, todos los instantes que le dejaba libres el de su vida que se iba consumiendo. Aquí es, en esta situación triste y dolorosa cuando el hombre presenta a sus semejantes el verdadero ejemplo de su vida; la paciencia en medio de los más agudos dolores, y la serenidad en la mayor tribulación. Este es el más ilustre, el más heroico triunfo de la virtud, solo explicable cuando se tienen las creencias que él cultivó toda su vida con elevada pasión. Porque ni la autoridad, ni la riqueza, ni los talentos, ni lo que llamamos aquí sabiduría, son suficientemente poderosos para inspirar a los mortales esta tranquilidad, fruto precioso de una vida irreprensible, testimonio de una conciencia pura y nunca alterada por remordimiento alguno.

1952

Un contacto con el pasado[207]

Señor Presidente de la Sociedad Colombiana de Ingenieros... Señores ex presidentes de la Sociedad... Consocios Ingenieros... Señoras y Señores:

Los ingenieros que hemos tenido el honor de ser Presidentes de la Sociedad Colombiana de Ingenieros, queremos decir algunas palabras para agradecer el homenaje con que hoy se nos distingue por parte de la Sociedad en el día solemne en que esta entidad rememora el año 77 de su fundación. Es por esto que yo, el menos calificado de todos, pero designado al efecto por mis colegas con sobrada benevolencia, pretendo ahora traducir, aunque sea torpemente, todo lo que este nuevo honor significa para nosotros, y el alcance que él pueda tener, más allá de nuestros sentimientos de gratitud.

No podría decirse que con este acto, la Sociedad pretenda solamente rendir un obligado y generoso tributo a un grupo de ancianos que le sirvieron en su tiempo, porque los actuales ex presidentes van desde los cuarenta años escasos hasta los ochenta. Entre ellos figuran ingenieros que le dieron brillo y prestigio durante su mandato, y que hoy en plena actividad ocupan destacadas posiciones en la dirección del país, en la industria, o en sus empresas privadas. Bien está, pues, que la Sociedad al lado de este homenaje, desee establecer un contacto con quienes pudieran aportar el acervo de sus conocimientos a las graves decisiones que deba tomar.

La Sociedad, en efecto, desea que sus ex presidentes formen una entidad consultiva que pueda orientarla en los casos graves que interesan al futuro de la entidad, ya sea en cuestiones técnicas, o ya en aquellas otras que se refieran a la ética profesional. Desde este punto de vista el llamamiento que se nos hace es digno de elogio porque quiere decir que la Sociedad asume una actitud excepcional dentro de las prácticas corrientes hoy en nuestro país. Significa que la Sociedad contra lo que muchos piensan, desea establecer un contacto con el pasado remoto o próximo. No es que desee aprovechar la experiencia de los ancianos, al formar una especie de Senado de gente provecta que pueda orientarla

[207] Discurso en la celebración de los 77 años de fundación de la Sociedad Colombiana de Ingenierías, (1965).

con su consejo. Esto ya sería de por sí loable, pero hoy completamente desacreditado. Entiendo, pues que la sociedad, no es esto lo que desea, sino establecer simplemente, como lo he dicho un contacto con el pasado. Es decir, reconoce que hay gentes maduras que no merecen el calificativo despectivo de viejos, sino el de antecesores, y que por este hecho, deben ser consultadas cuando se van a tomar graves determinaciones.

Desde este punto de vista creo que la Sociedad merece un voto de aplauso, porque así demuestra que los jóvenes que hoy la dirigen, creen en el pasado, y no se atreven a dar un salto a la otra orilla sin el necesario apoyo en la orilla que dejan.

Debo aclarar que encuentro explicable este desvío que los jóvenes sienten por la voz "experienciaza tan tópica, ya tan manida y desvalorizada. Ello se debe a que el mundo que nos ha tocado vivir se transforma mucho más aprisa de lo que nosotros envejecemos. Es por esto que quienes hoy contamos con más de los sesenta años, traemos experiencias de una época que no se puede superponer a la actual. ¡Nada nos casa con nada! ¿Si se habla de matemáticas? Las tendríamos que volver a estudiar desde sus principios. ¿Sí de economía? Nos encontramos con que lo que era antes solo un arte, hoy pretende ser una ciencia capaz de predecir a corto y largo plazo. ¿Si de cálculos intrincados se trata? Hoy las máquinas electrónicas reducen a fracciones de segundo trabajos que demandaron toda una vida a los Kepler, Neper y Hansen. He aquí porqué los jóvenes nos escuchan a los mayores con indulgente atención. Como si les habláramos de cuestiones que solo tienen un interés episódico, o como quien escucha una momia resucitada sobre los métodos empleados en la construcción de las pirámides hace cinco mil años

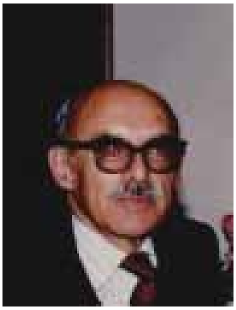
Empero, por otra parte, si bien concedo a los jóvenes razones para su actitud, también me permito reprocharles algo. Los jóvenes deben comprender que tienen un compromiso mayor que el que tuvimos sus antecesores. El salto que deben dar ha de ser mucho más largo. La orilla opuesta está mas lejos hoy que nunca. Deben superar a quienes inventaron la válvula electrónica, o la bomba atómica, que hoy cuentan mas de sesenta años. Son muchos esos ancianos que esperan en la orilla para presenciar ese salto, que, de ningún modo ha de ser un salto al vacío, sino un salto hacia nuevas técnicas, que deben basarse necesariamente en el pasado más o menos distante. Ahora bien: ¿tendrán esos jóvenes el coraje, la audacia, el atrevimiento, y en fin, la locura necesarios para dar ese salto? Muchos síntomas nos hacen dudar, porque su compromiso es agobiador, y no parece que deseen estar en forma para cumplirlo.

Mientras tanto, nosotros, sus antecesores, que somos sus espectadores, esperamos en la orilla que ellos dejan con despego, dispuestos a servir de apoyo para ese gran impulso que los llevará más allá, mucho mas allá de la orilla que nosotros alcanzamos, y en donde quedamos expectantes, como sus antecesores. Es, pues, en este carácter de antecesores que prestaremos con gusto el contingente que se nos pida para que la Sociedad Colombiana de Ingenieros siga siendo la Entidad Consultiva que se propusieron crear sus fundadores. Ya sea con la ayuda eficaz e impulsora de aquellos de sus ex presidentes que están hoy en posiciones directivas y en el pleno ejercicio profesional, o de quienes comenzamos a sentir que nuestras fuerzas físicas no corren parejas con nuestros entusiasmos, pero que de todos modos pidiéramos aportar una nueva visión. La del que por haber ascendido antes del obligado paso hacia la altura que todos aspiramos a escalar, puede divisar otros caminos desde esa perspectiva, que le hubieran conducido a la cima sin cansancio ni peligro, y que ahora si puede señalar para que otros lleguen mas alto y en menos tiempo.

Es así, Señor Presidente, como hemos entendido esta invitación a colaborar, y es así como agradezco a nombre de los ex presidentes de la Sociedad, el homenaje que se nos hace con tanta generosidad y gallardía.

LOS EDITORES

Ernesto Carrizosa Umaña (1926-2021)



Ernesto Carrizosa Umaña nació en Bogotá el 11 de junio de 1926 en el hogar del ingeniero don Julio Carrizosa Valenzuela (1895-1974) y doña María Umaña Bernal (1902-1983). Ingresó al Gimnasio Moderno, fundado en 1914, cuando el país se entusiasmaba con el inicio de la república liberal y el experimento educativo de Agustín Nieto Caballero que empezaba a obtener reconocimiento dentro y fuera de Colombia. Nuestro padre, profesor universitario durante toda su vida, sabía que en este colegio no se enseñaba ni a ser rico ni a ser poderoso, pero sí a ser un buen ciudadano, como lo eran él y nuestra madre María Umaña y como querían ellos que fuéramos todos sus hijos: Beatriz, Consuelo, Juan, Ernesto y yo.

Excelente estudiante, ganador de todos los premios en el colegio, fue también el mejor alumno de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Colombia durante toda su carrera, por ello recibió en 1948 el Premio Ponce de León. Ernesto trabajó durante más de 50 años en su profesión, siempre respetado y acatado por sus colegas y rodeado de trabajadores y clientes agradecidos y de buenas obras terminadas. La labor de Camacho, Carrizosa y Ferro, su empresa de ingeniería, dio ejemplo durante medio siglo de alto nivel tecnológico y científico y de honestidad profesional tanto como diseñadores de proyectos como de interventores minuciosos, defensores implacables del bien común.

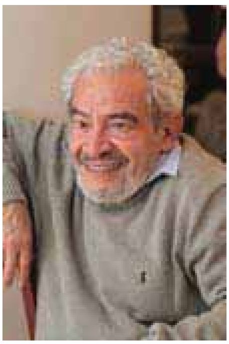
Cuanta falta ha hecho a la ingeniería esta oficina; esa falta fue compensada por el ejemplo que nos dio a todos regresando a su finca en Sáchica, equilibrando nuestras relaciones con la vida campesina y sobre todo su ausencia de la ingeniería fue compensada con los extraordinarios libros de documentos que produjo después de haberse retirado. Son libros utilísimos con los que salvó buena parte de la primera historia de nuestra patria grande: Los ingleses y nuestra Independencia (2014); La Colombia del Libertador (2018); Cartas del Exilio, Napoleón y la Independencia (2017) y Revoluciones y Reacciones 1775-1816 (2010), todos ellos publicados por la Editorial Bucaramanga.

Ernesto fue modelo de los colombianos nacidos en los años veinte, austeros, bondadosos, buenos profesionales, enamorados de su país, hijo de quienes fueron educados cuando el país llevaba ya casi veinte años de paz y era considerado ejemplo de democracia republicana; nuestros abuelos habían nacido en medio de las guerras del XIX, pero habían tenido la suerte de alejarse del país en esos años terribles y habían madurado como frutos de un país pobre, pero sin narcotráfico y sin guerrillas.

Se casó con Julia Pardo Rueda en 1959, y conformaron un hogar donde dieron un ejemplo durante estos difíciles años de austeridad, casi puritanos en sus costumbres, pero siempre curiosos y ávidos de cultura, leyendo mucho y escuchando buena música, viajando fácilmente, educando bien a sus hijas, Luisa, Susana y Margarita, apoyando a la nieta y los nietos y dándose el gusto de ayudar a los necesitados más cercanos.

Julio Carrizosa Umaña, Marzo 2022

Víctor Samuel Albis González (1939-2017)



Víctor Samuel Albis González nació en Sincelejo el 14 de noviembre de 1939 en una familia de educadores. Hizo sus primeros estudios en su ciudad natal en el Colegio del Presbítero Antonio Prieto, "un español mal hablado", y luego fue enviado a Bogotá a hacer el bachillerato. Estuvo interno en el Colegio de Santo Tomás, en el Liceo de la Salle y terminó sus estudios en el Colegio del Rosario. Ingresó a la carrera de matemáticas en la Universidad Nacional en 1958, el primero que ingresó a la carrera sin haber hecho algunos estudios en ingeniería, se graduó en 1963.

Como mejor estudiante de su promoción recibió una beca y se fue a estudiar a Paris. Allí permaneció dos años. Posteriormente en 1969 viajó a la Universidad de Colorado en Boulder, en los Estados Unidos, con una beca Ford y obtuvo su doctorado en matemáticas en 1972. Recién graduado de la carrera de Matemáticas decidió revivir la *Revista de Matemáticas Elementales* (RME), fundada en 1952, publicada conjuntamente por la Universidad Nacional y la Universidad de los Andes, la que se había suspendido en 1957. La RME permitía el canje con revistas de matemáticas de primer nivel en todo el mundo y era necesario mantener ese vínculo. Fue Víctor su editor entre 1964 y 1966. En 1967 decidió autoritariamente convertirla en dos publicaciones: la *Revista Colombiana de Matemáticas (RCM) de nivel superior y el Boletín de Matemáticas* con carácter más divulgativo para profesores de enseñanza media y estudiantes universitarios. Desde entonces estuvo ligado de una manera u otra a las revistas que en colaboración han hecho el Departamento de Matemáticas de la UN en Bogotá con la SCM. Las revistas son el medio de difusión de una comunidad que se reúne alrededor de un área de conocimiento.

Deseo destacar la fase de Víctor Albis el historiador. La biblioteca de su abuelo heredada por sus padres fue reseñada en la revista *Diners* como una de las Bibliotecas de Sincelejo en un artículo titulado *Sincelejo la ciudad de las mil bibliotecas*. Allí Víctor se interesó por los libros viejos de matemáticas y ciencia como los *Elementos de Geometría* de Legendre en la edición venezolana, *El valor de la ciencia* de Poincaré, *Cosmos* de Humboldt o la *Astronomía* de Flanmarion. Comenzó entonces a hacer reseñas y publicarlas en la RME. Ese interés se convirtió en el Programa de Investigaciones Históricas de la Matemática en Colombia proyecto que fue presentado con el apoyo de la SCM a Colciencias y aprobado en 1974. Tengo el honor de haber sido incluida desde entonces en el proyecto. El objetivo del proyecto se resume en recuperar, recopilar, analizar y realizar un catálogo de la producción matemática de los colombianos. Hoy ese proyecto puede mostrar resultados muy valiosos que se pueden apreciar en las páginas de la SCM y de la Academia de Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Víctor y la etnomatemática Ese interés por nuestra historia lo llevó a otro tema de investigación: herramientas matemáticas para la antropología. Antropología y Matemáticas fue una interesante investigación que realizó con el destacado antropólogo Guillermo Páramo. Sus trabajos sobre los grupos de simetría que se encuentran en los dibujos que se hallan en los más diversos objetos precolombinos como las vasijas de cerámica, los poporos, narigueras, etc. pueden facilitar la clasificación de los mismos para distinguirlos de una cultura a otra.

Otra faceta muy importante en la trayectoria académica del profesor Albis es la de **Víctor Albis el algebrista**. El álgebra y la teoría de números fueron sus áreas de interés de la matemática "pura". Los resultados de sus investigaciones se ven reflejados en sus publicaciones y en la formación de varios estudiantes a quienes ha dirigido sus trabajos de grado o tesis en los diferentes niveles de formación académica.

Víctor el docente En esta faceta hay que destacar que siempre entregó a sus alumnos sus propias notas. Debo destacar otro aspecto más de Víctor Albis, **Víctor el administrador**. Como primer Rector de la Universidad de Sucre realizó una gran labor en pro de la educación superior en su departamento. Esto le valió varias distinciones como la de Mejor Ejecutivo del año otorgada por la Cámara Júnior de Colombia, capítulo de Sucre, en 1981; la Medalla Alfredo González Rubio de la Cámara Júnior de Colombia en 1982; y la Orden Mariscal Sucre del Gobierno Departamental de Sucre por servicios distinguidos en 1984. En la UN ha ocupado varios cargos: Jefe de Planeación, Director del Departamento de Bibliotecas, Director del Posgrado de Matemáticas. La Universidad reconoció su aporte integral a la Universidad con las distinciones de Maestro Universitario en 1986, la Medalla al Mérito Universitario en 1995, y en el 2004 le fue otorgada la Orden Gerardo Molina, la más alta distinción que otorga la UN a sus profesores activos. En 2007 obtuvo el Premio Nacional de Matemáticas. Fue presidente de la SCM, Secretario de la Academia Colombiana de Ciencias, Director de su biblioteca, y Director de la Gaceta de la Academia.

Se casó con Regina Feliz en 1963 y tuvieron tres hijos, Rosario, Samuel y María Alejandra, que le dieron varios nietos que alegraron sus últimos días antes de fallecer el 10 de junio de 2017.

Clara Helena Sánchez B. Marzo 2022

Clara Helena Sánchez (1947-)

Clara Helena Sánchez B., Cartagena 1947. Matemática y Magister Scienciae en Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia. Doctora en Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Universidad de Campinas, Brasil. Se pensionó en 2019 como Profesora Titular con Tenencia de Cátedra del Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia. Ocupó varios cargos en la Universidad Nacional en sus casi 47 años de servicio a la misma. Sus áreas de interés son los fundamentos de la matemática, la lógica informal y la historia y filosofía de la matemática, de la educación y de la Universidad Nacional de Colombia. Sobre lógica informal publicó con los profesores G. Serrano y J.I. Peña el libro *Argumentación y lógica*, 2022, quinta reimpresión, UN. Entre sus trabajos sobre historia y filosofía de la matemática y de la educación en Colombia, destacamos dos libros: *Los tres famosos problemas de construcción de la geometría griega y su historia en Colombia* (1994), *Los ingeniero-matemáticos colombianos del siglo XIX y comienzos del XX* (2007) y varios artículos en revistas nacionales e internacionales de los cuales nombramos los más recientes: Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI. *Quipu*, Vol.14, 2012; Matemáticas e Ingeniería: una historia compartida en Colombia desde 1848. Sus principales protagonistas de 1830 a 1956. En Desarrollo histórico de las matemáticas y la ingeniería en Colombia. Luis Carlos Arboleda editor. Accefyn, 2015. Patrimonio Matemático Colombiano en *Colección Sesquicentenario*, Universidad Nacional, 2017 (Con Víctor Albis); Julio Garavito y el desarrollo de la ciencia en Colombia en *La hegemonía conservadora*, Rubén Sierra Editor, Universidad Nacional, 2018. Antecedentes de la Reforma Patiño. Universidad Nacional 1954-1964. En Frente Nacional: Política y Cultura, Rubén Sierra editor, Luis Ángel Méndez editor ad hoc. Universidad Nacional de Colombia, 2021. Por su labor en la Universidad fue distinguida con la Orden Gerardo Molina en 2008. Miembro de la Sociedad Colombiana de Matemáticas, Miembro Correspondiente de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y Miembro Numerario de la Academia Colombiana de la Historia de la Ingeniería y las Obras Públicas.

Con este libro la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales hace un merecido reconocimiento a Don Julio Carrizosa Valenzuela (1895-1974), fundador de la Academia, por sus aportes a la educación, el desarrollo de la ciencia y particularmente el desarrollo de la matemática en nuestro país, a la ingeniería colombiana y a su labor como profesor tanto en la Universidad Nacional de Colombia donde ocupó varios cargos, entre ellos la Rectoría; igualmente fue profesor en la Universidad Javeriana y en la Universidad Santo Tomás.

El libro contiene la Biografía realizada por su hijo Ernesto Carrizosa Umaña y una selección muy representativa de sus publicaciones en los variados temas de su interés. Sin duda un adelantado para su época, pues recordemos que las carreras de ciencias básicas en Colombia comenzaron en la segunda mitad del siglo XX, salvo la de química cuya fundación es de 1939. Sus publicaciones comenzaron en 1920 y terminaron en 1967. Esperamos que el lector a través de estas páginas pueda apreciar no solo el importante legado de Don Julio, sino aspectos muy relevantes de la historia de la educación, la ciencia y la ingeniería en Colombia.

ACADEMIA COLOMBIANA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

ISBN: 978-958-52969-7-8

9 789585 296978